

Michael Rock

**Prüfgeneratoren zur Simulation von Blitzimpulsströmen im Labor
und ihre Wechselwirkung mit den Prüfobjekten**

Prüfgeneratoren zur Simulation von Blitzimpulsströmen im Labor und ihre Wechselwirkung mit den Prüfobjekten

Michael Rock



Universitätsverlag Ilmenau
2012

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Ilmenau als Habilitation vorgelegen.

- | | |
|-----------------------|--|
| 1. Gutachter: | Univ.-Prof. Dr.-Ing. Frank Berger
(Technische Universität Ilmenau) |
| 2. Gutachter: | Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ernst Gockenbach
(Leibniz Universität Hannover) |
| 3. Gutachter: | Univ.-Prof. Dr.-Ing. Volker Hinrichsen
(Technische Universität Darmstadt) |
| Tag der Verteidigung: | 15. Juni 2012 |

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

Universitätsverlag Ilmenau

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag

Herstellung und Auslieferung

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

www.mv-verlag.de

ISBN 978-3-86360-032-7 (Druckausgabe)

URN urn:nbn:de:gbv:ilm1-2012100134

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit im Fachgebiet "Elektrische Geräte und Anlagen" an der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Ilmenau sowie neben meiner Beschäftigung beim Unternehmen DEHN + SÖHNE GmbH + Co. KG in Neumarkt/Oberpfalz. Ich möchte mich bei all denen bedanken, die mich über die Jahre der wissenschaftlichen Qualifikation und der Erarbeitung dieser Habilitationsschrift begleitet und gefördert haben.

Den Herren Univ.-Prof. Dr.-Ing. Frank Berger, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ernst Gockenbach und Univ.-Prof. Dr.-Ing. Volker Hinrichsen danke ich für die Übernahme der Gutachten und für ihre wertvollen kritischen Hinweise zur Arbeit. Herrn Dekan Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Jochen Seitz danke ich für die Übernahme des Vorsitzes in der Habitationskommission.

Zudem gilt Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Frank Berger mein Dank für die Förderung und Unterstützung der Arbeit. Seinen Anstrengungen verdanke ich, dass ich viele Jahre im Fachgebiet "Elektrische Geräte und Anlagen" als wissenschaftlicher Mitarbeiter und Assistent tätig sein konnte.

Ganz herzlich möchte ich mich bei meinem Lehrer und Förderer Herrn Prof. em. Dr.-Ing. habil. Friedhelm Noack bedanken. Er war die treibende Kraft hinter meiner wissenschaftlichen Entwicklung. Seine menschlich herzliche Umgangsart, sein Überblick und sein Weitblick waren prägend und werden für mich immer ein Leitbild sein. Nicht zuletzt danke ich ihm für die unschätzbare Unterstützung bei der Entstehung der Arbeit, die vielen wertvollen Anregungen und die eingehende Durchsicht der Arbeit.

In sehr angenehmer Erinnerung wird mir die gute Arbeitsatmosphäre, die konstruktive Zusammenarbeit und die stets entgegengebrachte Hilfe aller ehemaligen und derzeitigen Kolleginnen und Kollegen im Fachgebiet "Elektrische Geräte und Anlagen" bleiben. Im Besonderen will ich hier Herrn Dr.-Ing. Carsten Leu danken, der mich schon seit der Studienzeit als Betreuer und später als Freund und Diskussionspartner begleitet und unterstützt hat. Sehr geschätzt habe ich stets die offene freundschaftliche Zusammenarbeit mit Herrn Dr.-Ing. Frank Reichert und mit Herrn Dipl.-Ing. Alexander Kornhaas. Für die langjährige Unterstützung bedanke ich mich herzlich bei Herrn Dr.-Ing. Horst Hauschild und bei Herrn Dipl.-Ing. Heinrich Buchert. Den Herren Dipl.-Ing. Jens Schönau und Dr.-Ing. Diego González sowie Dr.-Ing. Timo Mützel, Dipl.-Ing. Frank Nothnagel und Dipl.-Ing. Jens Jebramcik habe ich für die vielen Ratschläge zur Impulstechnik und zum Blitzschutz sowie für ihre Hilfe bei experimentellen Aufgaben zu danken.

Vielfältige praktische Erfahrungen konnte ich bei meiner Industrietätigkeit im Unternehmen DEHN + SÖHNE sammeln. Für ihre persönlichen Bemühungen und ihre umfangreiche Unterstützung bin ich Herrn Dr.-Ing. Peter Zahlmann, Herrn Thomas Dehn, Herrn Dr.-Ing. Ralph Brocke, Herrn Dr.-Ing. Arnd Ehrhardt und Frau Dipl.-Ing. Stefanie Schreiter ausdrücklich dankbar.

Mir ist es ein besonderes Anliegen, meinen Eltern Lieselotte und Reinhard Rock von ganzem Herzen Danke zu sagen. Sie gaben mir fortwährend nach ihren Kräften verständnisvolle Hilfe, Rückhalt und Ermutigung, so dass ich ohne familiäre Sorgen meiner wissenschaftlichen und beruflichen Arbeit nachgehen konnte.

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis verwendeter Symbole und Abkürzungen	XI
Symbole	XI
Abkürzungen, Indices und Zeichen	XVIII
1 Einführung	1
1.1 Hintergründe zur Betrachtung von Impulsstromgeneratoren	1
1.2 Impulsformen.....	2
1.3 Definition der Impulsstromformen	4
1.4 Literatur	4
2 Stromverläufe natürlicher Blitzentladungen und ihre Kenngrößen.....	6
2.1 Historischer Rückblick	6
2.2 Stromkomponenten der Blitzentladung	6
2.3 Normung der Blitzstromgrößen	8
2.4 Blitzströme und Blitzteilströme	9
2.5 Wirkungen der Blitzströme	10
2.5.1 Elektrische Wirkungen	10
2.5.2 Thermische Wirkung im stromdurchflossenen Leiter	10
2.5.3 Mechanische Wirkungen	11
2.5.4 Thermische Wirkungen am Lichtbogenfußpunkt	13
2.5.5 Induktionswirkungen	14
2.6 Wirkung der Blitzstromkomponenten	15
2.6.1 Erstblitzstoßströme	15
2.6.2 Folgeblitzstoßströme	16
2.6.3 Blitzlangzeitströme	17
2.7 Literatur	18
3 Bedeutung der Simulation von Blitzstromkomponenten mit Prüfgeneratoren.....	19
3.1 Nachbildung der Wirkungen von Blitzströmen	19
3.2 Prüfung von Ableitern mit Blitzimpulsströmen und Stoßströmen	19
3.3 Anforderungen an die Nachbildung von Impulsströmen	20
3.4 Impulsstromerzeugung mit kapazitivem primären Energiespeicher	20
3.5 Literatur	22
4 Mathematische Formulierung der Blitz- und Generatorströme	23
4.1 Kennwerte des aperiodischen Impulsstromes der Form $10/350 \mu\text{s}$	23
4.2 Einfluss von Stirn-, Rückenhalbwertszeit und Amplitude auf die integralen Impulsstromgrößen bei der Form $10/350 \mu\text{s}$	28
4.3 Toleranzen von Scheitelwert, Ladung und Spezifischer Energie für den Erstblitzstoßstrom bei Prüfungen	31
4.4 Kennwerte des periodisch gedämpften Impulsstromes der Form $8/20 \mu\text{s}$	32
4.5 Frequenzzuordnung bei Impulsströmen	35
4.5.1 Höchste interessierende Frequenz	35
4.5.2 Spektrum und Frequenzen aperiodisch gedämpfter Impulsströme	36
4.5.3 Spektrum und Frequenzen periodisch gedämpfter Impulsströme	39
4.5.4 Spektrum und Frequenzen von Rechteckimpulsströmen	41
4.6 Literatur	45
5 Grundlegende Beschreibung von Prüfgeneratoren	46
5.1 CLR-Stoßkreis	46
5.1.1 Stoßstromgenerator für Blitzströme der Form $10/350 \mu\text{s}$	46

5.1.2	Parametervariation für den Stromimpuls der Form 10/350 μs	48
5.1.2.1	Einflüsse auf den Impulsstromscheitelwert	52
5.1.2.2	Einflüsse auf die Impulsladung	53
5.1.2.3	Einflüsse auf die Spezifische Impulsenergie	54
5.1.2.4	Einflüsse auf die Stirnzeit	55
5.1.2.5	Einflüsse auf die Rückenhalbwertszeit	56
5.1.3	Stoßstromgeneratoren für Folgeblitzstoßströme der Form 0,25/100 μs	57
5.1.3.1	Erzeugung von Folgeblitzstoßströmen mit verkürztem Rücken	60
5.1.4	Einfluss der Elemente im Reihenkreis auf den Stoßstromverlauf	62
5.1.4.1	Einfluss der Elemente im aperiodisch gedämpften Stoßkreis	62
5.1.4.2	Einfluss der Elemente im periodisch gedämpften Stoßkreis	64
5.2	Crowbar-Stoßkreis	66
5.2.1	Stoßstromgenerator mit Crowbar-Schalter für Blitzströme der Form 10/350 μs	67
5.2.1.1	Einfluss des Kurzschlusszeitpunktes auf Stromverlauf, Ladung und Spezifische Energie	71
5.2.1.2	Gegenüberstellung der Crowbar-Zeitpunkte Nulldurchgang der Spannung an der Kapazität und Stromscheitel	73
5.2.1.3	Triggerung und Zuschaltung des Crowbar-Schalters	74
5.3	Hybridgenerator	76
5.3.1	Elemente im Hybridgeneratorkreis	77
5.3.2	Impulsspannung bei kapazitiver Belastung des Hybridgenerators	77
5.4	Erzeugung von Langzeitströmen	82
5.4.1	Erzeugung von Rechteckimpulsen mit Kettenleitern	83
5.4.2	Erzeugung von Rechteckströmen mit Kondensatorbatterie und veränderlichem Widerstand	90
5.4.2.1	Erzeugung eines Rechteckstromes mit zeitvariablem Dämpfungswiderstand	92
5.4.2.2	Erzeugung eines Rechteckstromes mit aufklingendem Sägezahnverlauf	94
5.4.2.3	Erzeugung eines Rechteckstromes mit zeitmoduliertem Sägezahnverlauf	97
5.4.3	Vergleich der mit Generatoren erzeugten Langzeitstromverläufe	100
5.5	Kopplung von Hochstrom- und Hochspannungsgeneratoren	101
5.5.1	Kopplung von zwei Spannungsquellen	102
5.5.2	Kopplung von Strom- und Spannungsquelle	103
5.5.3	Kopplung von zwei Stromquellen	104
5.5.4	Kombinationen von Impulsstrom- und Impulsspannungsquellen	105
5.5.5	Kopplung von Impulsstromgenerator und Wechselstromquelle	105
5.5.6	Kombinierte Prüfanordnungen	107
5.5.6.1	Überlagerung eines aperiodischen Stoßstromes mit einem Langzeitstrom	108
5.5.6.2	Überlagerung eines periodischen Stoßstromes mit einem Langzeitstrom	110
5.5.6.3	Überlagerung eines aperiodischen Stoßstromes mit einem Wechselstrom	112
5.5.6.4	Überlagerung eines periodischen Stoßstromes mit einem Wechselstrom	113
5.5.6.5	Überlagerung eines aperiodischen Stoßstromes und einer Stoßspannung	114
5.5.6.6	Überlagerung eines Langzeitstromes und einer Stoßspannung	115
5.5.6.7	Bewertung der Kombinationsschaltungen	116
5.6	Nachbildung von Blitzströmen im Labor	117
5.7	Literatur	120
6	Einfluss von Prüfobjekten auf Impulsform und Impulskenngrößen	122
6.1	Rückwirkung von Prüfobjekten auf den Impulsstromverlauf	122
6.1.1	Rückwirkung eines ohmsch-induktiven Prüfobjektes auf den aperiodischen Impulsstromverlauf	122
6.2	Einfluss und Beschreibung nichtlinearer Prüfobjekte	125
6.2.1	Nachbildung einer Varistor-Kennlinie mit Widerstandsgeraden	125

6.2.2	Nachbildung einer Funkenstrecken-Kennlinie mit zwei Widerstandsgeraden.....	130
6.2.3	Nachbildung einer Funkenstrecken-Kennlinie mit Widerstandsgerade und Konstantspannung	133
6.2.4	Nachbildung einer idealen Überspannungsschutzeinrichtung.....	137
6.3	Vergleich von CLR-Stoßkreis und Crowbar-Stoßkreis.....	140
6.3.1	Definition der Bezugskenngrößen für den Vergleich.....	141
6.3.2	Vergleichende Gegenüberstellung von CLR-Kreis und Crowbar-Kreis.....	141
6.3.2.1	Stromverlauf bei Kurzschluss.....	142
6.3.2.2	Dimensionierung der Kreiselemente auf Kurzschluss.....	143
6.3.2.3	Stoßkreise auf Kurzschluss ausgelegt – Einfluss von Prüfobjekten als ohmsch-induktive Last oder als Konstantspannungslast	147
6.3.2.4	Stoßkreis auf Last des Prüfobjektes abgestimmt – Maximale Größe der ohmsch-induktiven Last oder der Konstantspannungslast	153
6.3.2.5	Einfluss des Durchschlagvorganges in einer Entladungsstrecke auf den Impulsstromverlauf.....	153
6.3.2.6	Einfluss des Lichtbogens in einer Entladungsstrecke auf den Impulsstromverlauf.....	155
6.3.2.7	Stoßkreis mit Varistor als Prüfobjekt	158
6.3.3	Verhalten des Crowbar-Stoßstromgenerators bei Belastung mit einer Gegenspannung durch das Prüfobjekt	162
6.4	Rückwirkung von Prüfobjekten im periodisch gedämpften CLR-Stoßkreis.....	164
6.5	Literatur	167
7	Anwendungsmöglichkeiten von CLR-Stoßkreisen	168
7.1	Erzeugung verschiedener Stromformen mit CLR-Kreisen.....	168
7.2	Crowbar-Kreise für die Erzeugung weiterer Stromformen	168
7.2.1	Crowbar-Kreis für die Erzeugung von Langzeitströmen.....	168
7.2.2	Crowbar-Kreis für die Erzeugung von 0,25/100- μ s-Impulsströmen.....	172
7.2.3	Stoßkreis mit explodierendem Draht zur Erzeugung von Folgeblitzströmen	173
7.3	Generator für 10/350- μ s- und 8/20- μ s-Impulsströme	176
7.3.1	Vergleich der Impulsströme mit den Formen 10/350 μ s und 8/20 μ s.....	176
7.3.2	Einfacher Kombinations-CLR-Stoßkreis	179
7.3.3	Aufbau von Generatoren mit Teilstoßkapazitäten.....	181
7.3.3.1	Aufladung von zwei Kapazitäten in Parallelschaltung und Entladung in Parallel- oder Reihenschaltung über L-R-Netzwerke	183
7.3.3.2	Aufbau als MARX-Generator mit Teilstoßkapazitäten.....	184
7.3.4	CLR-Crowbar-Stoßkreis für Impulsstromkombination.....	185
7.3.5	Hybridverhalten im 8/20- μ s-Betrieb	187
7.4	Erzeugung von aperiodischen Impulsströmen gleicher Amplitude und gleicher Spezifischer Energie mit einem gedämpften Reihenschwingkreis.....	189
7.5	Erzeugung von aperiodischen Impulsströmen gleicher Amplitude und gleicher Ladung mit einem gedämpften Reihenschwingkreis	191
7.6	Stoßstromgenerator mit Hybridfunktion	193
7.7	Erzeugung von unipolaren Stoßströmen der Form 8/20 μ s.....	195
7.8	Erzeugung von Sinushalbwellenströmen.....	199
7.8.1	Einfacher Reihenschwingkreis	200
7.8.2	Schwach gedämpfter Reihenschwingkreis	201
7.8.3	CLR-Kreis mit Dioden und Kommutierungsweig.....	206
7.8.3.1	Wirkung von Lichtbögen im CLR-Kreis mit Dioden.....	209
7.8.3.2	Verhalten eines CLR-Kreises mit Dioden bei Leerlauf und Kurzschluss	210
7.8.3.3	Vor- und Nachteile eines CLR-Kreises mit Dioden.....	212

7.8.4	Schwingkreis mit induktiver Energiespeicherung für die Erzeugung eines Sinushalbwellenstromes	213
7.8.5	Crowbar-Kreis für die Erzeugung eines Sinushalbwellenstromes	215
7.9	Literatur	217
8	Zusammenfassung	219
	Anhänge	221
A1	Ausgewählte Funktionen zur Beschreibung aperiodischer Impulsströme	221
A1.1	Begriffe Stromimpuls und Impulsstrom	221
A1.2	Anforderungen an analytische Funktionen für aperiodische Impulsströme	221
A1.3	Dreieck-Geraden-Funktion	223
A1.4	Funktion aus zwei exponentiellen Anteilen	226
A1.5	HEIDLER-Funktion	228
A1.6	Blitzstoßstrom bei Bezug integraler Größen auf die Amplitude	232
A1.7	Literatur	235
A2	Analytische Beschreibung periodischer Impulsströme	237
A2.1	Zeitfunktion und charakteristische Punkte gedämpft schwingender Stoßströme	237
A2.2	8/20- μ s-Stoßstrom mit verschwindender Steilheit beim Strombeginn	241
A2.3	Literatur	242
A3	Zeitparameter von Impulsen und ihre Zuordnung zum Zeitverlauf	243
A3.1	Näherung für Impulsdefinition aperiodisch gedämpfter Stoßströme	248
A3.2	Näherung für Impulsdefinition gedämpft schwingender Stoßströme	248
A3.3	Näherungsweise Bestimmung der mathematischen Zeitparameter anhand einer normierten Funktion aus 2 exponentiellen Anteilen für den aperiodischen Fall	248
A3.4	Näherungsweise Bestimmung der mathematischen Zeitparameter anhand einer normierten abklingenden Sinusfunktion für den Schwingfall	255
A3.5	Literatur	257
A4	Dimensionierung von CLR-Stoßkreisen	258
A4.1	Beziehungen für den CLR-Reihenkreis	258
A4.2	Normierte Stromverläufe im CLR-Reihenkreis	262
A4.3	Wellenwiderstand von CLR-Reihenkreisen	264
A4.4	CLR-Reihenkreis für starke aperiodische Dämpfung	265
A4.4.1	Elemente und Energie im CLR-Reihenkreis	273
A4.5	CLR-Reihenkreis für den aperiodischen Grenzfall	273
A4.6	CLR-Reihenkreis für schwache periodische Dämpfung	275
A4.7	Literatur	280
A5	Dimensionierung von Crowbar-Stoßkreisen	281
A5.1	Stoßstromgenerator mit Crowbar-Schalter für den 10/350- μ s-Blitzstrom	282
A5.2	Crowbar-Schaltung mit parasitären Elementen und Prüfobjektimpedanz	283
A5.3	Literatur	285
A6	Dimensionierung von Hybridgeneratoren	286
A6.1	Impulsspannung bei Leerlauf des Hybridgenerators	286
A6.2	Impulsstrom bei Kurzschluss des Hybridgenerators	287
A6.3	Hybridgenerator für 1,2/50- μ s-Impulsspannung und für 8/20- μ s-Impulsstrom	288
A6.4	Berechnung der Elemente mit Bezug auf den fiktiven Innenwiderstand	290
A6.5	Weitere Hybridgeneratorschaltungen	291
A6.6	Literatur	294

Verzeichnis verwendeter Symbole und Abkürzungen

Symbole

a, b, c	(allgemeine) Variablen, Ersatzgrößen	(—)
a, b, c	bezogene Strom- oder Spannungswerte $0 \leq a, b, c \leq 1$	—
a	reziprokes Zeitkonstantenverhältnis $a = \tau_2/\tau_1$	—
a	relative Angabe der Flankenbreite eines Rechteckimpulses	—
a	Dämpfungsgrad	—
a	Formfaktor als Verhältnis von Ladung zu Scheitelwert	s, μ s
a_0, a_1, a_2, \dots	Ersatzgrößen, durch Kennlinienanpassung bestimmte Größen	(—)
A_0, A_1, A_2, A_3	Ersatzgrößen	(—)
α	Nichtlinearitätsexponent der u-i-Kennlinie eines Varistors	—
b, k	Zeitkonstantenverhältnis $b = k = \tau_1/\tau_2$	—
b	Produkt aus Kreisfrequenz und Zeitkonstante $b = \omega \cdot \tau$	—
b	Formfaktor als Verhältnis von Spez. Energie zu Scheitelwert	s, μ s
b_k	Fourier-Koeffizienten	—
B_0, B_1	Ersatzgrößen	(—)
B_H	Halbwertsbreite im Frequenzbereich	Hz, kHz
B_k	Berührungspunkte der Einhüllenden mit periodischem Strom	A, kA
c_0, c_1	Ersatzgrößen	(—)
C, C_0, C_S, C_{00}	(Stoß-)(Kreis-)Kapazität, spezieller Kapazitätswert	F, μ F, As/V
C, C_S	(Stoßkreis-)Kapazität, Kapazitätswert einer Kondensatorbank	F, μ F, mF
C_B	Belastungskapazität, kapazitive Belastung eines Hybridgenerators	F, μ F, nF
C_k, C_k^*	Einzelkapazität in Kettenleiterschaltung und bezogen auf T/Z	F, μ F
C_1, C_3, \dots, C_n	Einzelkapazitäten in Kettenleiterschaltung	F, μ F
C_A, C_C, \dots, C_N	Einzelkapazitäten in Kettenleiterschaltung	F, μ F
C_{\min}	minimale Stoßkreis Kapazität, für aperiodischen Grenzfall	F, μ F
C_q	Querkapazität in Stoßkreis	F, μ F
C_{st}	Kapazität in RC-Dämpfungsglied	F, μ F, nF
C_{S0}	spezielle Kreiskapazität für Dimensionierung	F, μ F
C'	auf Verhältnis \hat{I}/U_L bezogener Wert der Stoßkreis Kapazität C	s, μ s
d	logarithmisches Dekrement (gedämpft schwingender Stoßstrom)	—
d	Verhältnis von Zeitkonstante zu Stirnzeit für aper. Grenzfall	—
d	normierte Zeit mit Bezug auf die Scheitelzeit $d = t/t_i$	—
$d_{10\%}, d_{90\%},$ $d_{50\%}, d_{30\%},$ $d_{0\%}, d_{100\%}$	mit Scheitelzeit t_i oder t_0 normierte Zeitpunkte prozentualer Strom- oder Spannungswerte	—
di/dt	Stromsteilheit, zeitliche Ableitung des Stromes	A/s, kA/ μ s
$di\%$	max. di/dt im Impulsrücken bezogen auf max. di/dt in Impulsstirn	%
$dp, \Delta p$	mechanischer Impuls bzw. Kraftstoß	N·s, kg·m ² /s
D	prozentuales Durchschwingen eines Stoßstromes	%
D	Diskriminante	s ⁻²
$\Delta i/\Delta t$	mittlere Stirnstromsteilheit	A/s, kA/ μ s
$\Delta t, dt$	(Umschalt-)Zeitdifferenz, Einwirkdauer, differentielle Zeit	s, ms, μ s
Δt_k	aktuelle Umschaltzeitdifferenz	s, ms
$\Delta v, dv$	Geschwindigkeitsänderung	m/s
δ	elektrische Dämpfungskonstante, Dämpfungskoeffizient	s ⁻¹ , (μ s) ⁻¹
e	EULER'sche Zahl, $e \approx 2,718$	—
	Basis des natürlichen Logarithmus und der Exponentialfunktion	

E_k	Extremwerte einer periodischen Stromfunktion (Scheitelwerte)	A, kA
E_{LB}	Lichtbogenfeldstärke	V/m, V/cm
ϵ_0	elektrische Feldkonstante, absolute Dielektrizitätszahl, Permittivität des Vakuums, $\epsilon_0 \approx 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m $\approx 8,854$ pF/m	As/(Vm)
ϵ_r	relative Dielektrizitätszahl, relative Permittivität	—
$\eta, \eta_i, \eta_u, \eta_0$	Ausnutzungsfaktor, Scheitelfaktor (Strom- / Spannungsimpuls)	—
η_{KS}	Stromausnutzungsfaktor bzw. Scheitelfaktor bei Kurzschluss	—
f	Produkt aus Kreisfrequenz und Zeitkonstante $f = \omega \cdot \tau$	—
f, f_e	Frequenz, Frequenz einer schwingenden Stoßstromentladung	Hz, kHz
f_g	Grenzfrequenz	Hz, kHz
f_h, f_2	höchste interessierende Frequenz, 2. Eckfrequenz	Hz, kHz
f_k	Frequenz der k-ten Teilschwingung eines Kettenleiters	Hz, kHz
f_r	Resonanzfrequenz, Frequenzwert an Resonanzstelle	Hz, kHz
F	Ersatzgröße	—
$F, F(t)$	mechanische Kraft, zeitveränderliche Kraft	N, kN
F_{aper}, F_{per}	Hilfsgröße für aperiodische bzw. periodische Impulse	—
F_{max}	Maximalwert einer mechanischen Kraft	N, kN
φ	Winkel, Phasenwinkel	°
$\varphi(\omega)$	Phasendichte eines Stromverlaufes bzw. Stromimpulses	—
g	Lichtbogenleitwert	S, Ω^{-1}
$g_f, g(t)$	zeitabhängiger Funkenleitwert beim Durchschlag	S, Ω^{-1}
G	Ersatzgröße	—
$i, i(t)$	Strom, zeitveränderlicher Strom, Lichtbogenstrom	A, mA, kA
$i'(t), i(t)$	erste zeitliche Ableitung des Stromes	A/s, kA/ μ s
i_1, i_2	Ströme, auch zeitveränderlich	A, mA, kA
$i_1, i_1(t)$	primärer Stoßstrom, Strom in primärem Stoßkreis	A, kA
$i_{AP}, i_{AP}(t)$	Stoßstrom an aperiodisch gedämpften CLR-Stoßkreis	A, kA
$i_{CB}, i_{CB}(t)$	Stoßstrom an Crowbar-Stoßkreis	A, kA
$i_e, i_e(t), i_{e+}, i_{e-}$	Einhüllende eines gedämpft schwingenden Stromverlaufes	A, kA
$i_{EW}, i_{EW}(t)$	Strom in explodierendem Draht, engl. Exploding Wire	A, kA
$i_f, i_f(t)$	Funkenstrom	A, kA
i_{max}	Maximum (Scheitelwert) von Erst- oder Folgeblitzstoßstrom	A, kA
i_{max}, I_{sc}	Kurzschlussstrom (short circuit) eines Hybridgenerators	A, kA
$i_{FB}, i_{FB}(t)$	Folgeblitzstoßstrom	A, kA
$i_{ind}, i_{ind}(t)$	induzierter Kurzschluss- bzw. Stoßstrom	A, kA
$i_L, i_L(t)$	Längsstrom	A, kA
$i_{LZ}, i_{LZ}(t)$	Langzeitstromverlauf	A
I_L, I_{LZ}, I_{Lang}	(Blitz-)Langzeitstrom(wert)	A
$i_p, i_p(t), i_{RP}(t)$	Strom durch Prüfobjekt	A, kA
$i_p(t)$	Strom als periodisch fortgesetzter Zeitverlauf	A
$i_{pk}(t)$	k-ter periodischer Teilstrom	A
$i_Q, i_Q(t), i_q(t)$	Querstrom	A, kA
$i_{Dq}, i_{Dq}(t)$	Strom durch Querdioden bzw. durch Quersweig	A, kA
$i_s, i_s(t)$	Stoßstrom, Stoßstromverlauf	A, kA
i_{uc0KS}	Wert im Stoßstromverlauf zum Zeitpunkt $t = t_{uc0KS} = t_{uc=0}$	A, kA
$i_{uc=0}$	Wert im Stoßstromverlauf zum Zeitpunkt $t = t_{uc=0}$	A, kA
i_{Var}	Stromwert auf der u-i-Kennlinie eines Varistors	A, kA
$I, I(p)$	Laplace-Transformierte des Stromes $i, i(t)$	As
I_0	spezieller Stromwert in einer Kennlinie	A, kA
$I_{ind,max}$	Amplitude eines induzierten Stoßstromes	A, kA
I_L	Ladestrom	A, mA

I_K	Kurzschlussstrom als Effektivwert oder Gleichstromwert	A, kA
I_{RE}	Stromwert eines Rechteck- bzw. Langzeitstromes	A
I_{ref}	Referenzstrom der u-i-Kennlinie eines Varistors	A
I_O, I_U	oberer und unterer Stromwert	A
$\hat{I}, \hat{I}_0, I_{max}$	Maximal- bzw. Scheitelwert eines (Blitz-)Stoßstromes	A, kA
$\hat{I}_{1+}, \hat{I}_{2-}$	erster (positiver) und folgender (negativer) Stromscheitelwert	A, kA
\hat{I}_{KS}	Stoßstromscheitelwert für den idealen Kurzschlussfall	A, kA
i_n	normierter Strom	—
\hat{I}_m	Scheitelwert eines ungedämpften Stromverlaufes ($\delta = 0$)	A, kA
\hat{I}_n	n-te Stromamplitude eines schwingenden Stromverlaufes	A, kA
\hat{I}_{pk}	Scheitelwert von k-tem Teilstrom	A, kA
$\hat{I}_{uc=0}$	Scheitelwert für Stromverlauf, erzeugt in Crowbar-Kreis bei idealem Crowbar-Zeitpunkt $t_{CB} = t_{uc=0}$	A, kA
\bar{I}, \bar{I}_{max}	Strommittelwert, maximaler Strommittelwert	A
I^2t	Spezifische Energie, Stromquadratintegral, Joule-Integral	A ² s, J/Ω
I^2t_1	Spezifische Energie bis zum Zeitpunkt t_1	A ² s, J/Ω
I^2t_{CB}	Stromquadratintegral bis zum Crowbar-Zeitpunkt t_{CB}	A ² s, J/Ω
I^2t_{Ges}	Spezifische Energie des gesamten Stromimpulses	A ² s, J/Ω
$I^2t_{Ges}^*$	Spezifische Energie für bestimmten Zeitbereich ab $t = 0$	A ² s, J/Ω
$I^2t_{uc=0}$	Stromquadratintegral bis zum Zeitpunkt $t_{uc=0}$ (Spannungsnull)	A ² s, J/Ω
$I(j\omega), I(j\omega) $	Spektrum und Amplitudendichte eines Stromverlaufes	A/Hz
j	imaginäre Einheit (Quadratwurzel von -1) für komplexe Größen	—
k	Durchschwingfaktor der Spannung an der Stoßkapazität	—
k, n	Laufvariablen, natürliche Zahlen, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$	—
k_Q	Formfaktor als Verhältnis von Scheitelwert zu Ladung	s ⁻¹
k_T	Toepler-Konstante für Funkendurchschlag	Vs/m
k_W	Formfaktor als Verhältnis von Scheitelwert zu Spez. Energie	s ⁻¹
K	Integrationskonstante oder Ersatzgröße	(—), —
L, L_0, L_S	(Stoß-)(Kreis-)Induktivität, Eigeninduktivität	H, Vs/A, μH
L, L_{00}	spezieller Induktivitätswert, parasitäre Induktivität	H, nH, μH
$L(t)$	zeitveränderliche Induktivität	H, μH, mH
L_0	Anfangs- bzw. Ausgangsinduktivität	H, μH, mH
L_1, L_3, \dots, L_n	Einzelinduktivitäten in Kettenleiterschaltung	H, μH, mH
L_A, L_C, \dots, L_N	Einzelinduktivitäten in Kettenleiterschaltung	H, μH, mH
L_c	charakteristische Stoßkreisinduktivität $L_c = R_c \cdot t_{iKS}$	H, μH
L_C	Eigeninduktivität von Kondensator oder Kondensatorbatterie	H, μH, nH
L_{EK}	Induktivität einer Entkopplungsdrossel	H, μH
L_G	Generator(innen)induktivität	H, mH
L_k, L_k^*	Einzelinduktivität in Kettenleiterschaltung und bezogen auf T·Z	H, μH, mH
L_L, L_P	Lastinduktivität, Prüfobjektinduktivität	H, μH, mH
L_ℓ	Längsinduktivität in Stoßkreis	H, μH
L_{max}	maximale Stoßkreisinduktivität, für aperiodischen Grenzfall	H, μH
L_N	Netzinduktivität (Niederspannungsnetz 50 Hz)	H, mH
L_{par}	parasitäre Induktivität im Stoßkreis oder von einem Element	H, nH, μH
L_{S0}	spezielle Kreisinduktivität für Dimensionierung	H, μH
L'	auf Verhältnis U_L/\hat{I} bezogener Wert der Stoßkreisinduktivität L	s, μs
ℓ	Länge, speziell Lichtbogenlänge	m, mm, cm
ℓ	Ersatzgröße (im Zusammenhang mit Induktivitäten)	—
m	Masse	kg
m	(konstanter) Widerstandsanstieg des explodierenden Drahtes	Ω/s, kΩ/μs

m	Anzahl der Glieder eines Kettenleiters mit gleichen Gliedern	—
m	Exponent in Blitzstromfunktion nach HEIDLER	—
m	minimales Verhältnis von Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit	—
M	Gegeninduktivität	H, Vs/A, μH
n	Anzahl der Teilwiderstände	—
N_k	Nulldurchgänge der periodisch gedämpften Stromfunktion	—
μ_0	magnetische Feldkonstante, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \approx 1,257 \mu\text{H/m}$	Vs/(Am)
μ_r	Permeabilitätszahl, relative Permeabilität	—
ω, ω	Kreisfrequenz einer (Strom-)Schwingung, spektrale Frequenz	$\text{s}^{-1}, (\mu\text{s})^{-1}$
ω_0	Resonanzkreisfrequenz, Eigenkreisfrequenz	$\text{s}^{-1}, (\mu\text{s})^{-1}$
ω_0	spezielle Kreisfrequenz für Dimensionierung	$\text{s}^{-1}, (\mu\text{s})^{-1}$
ω_k	Kreisfrequenz der k-ten Teilschwingung von Kettenleiter	s^{-1}
ω_N	Kreisfrequenz des speisenden (Niederspannungs-)Netzes	s^{-1}
ω_{St}	zugeordnete Kreisfrequenz einer Impulsspannung	s^{-1}
π	Kreiszahl, $\pi \approx 3,142$	—
o	Produkt aus Kreisfrequenz und Stirnzeit	—
p	Laplace-Operator	s^{-1}
p	Verhältnis von Zeitkonstante zu Rückenhalbwertszeit	—
	für aperiodischen Grenzfall	—
p, p(t)	Leistung, zeitveränderliche Leistung	W, kW, MW
P	Leistung, Lichtbogenverlustleistung (MAYR-Modell)	VA, W, kW
P_L, P_{Lend}	Ladeleistung, Ladeendleistung	W, kW, MW
P_{max}	maximale Leistung	W, kW
$P_{max max}$	größte maximale Leistung	W, kW
$P_{max,k}$	maximale Leistung im aktuellen Dämpfungswiderstand	W, kW
$P_{m,k}$	maximale Leistung pro Teilwiderstand	W, kW
P_{RE}	Leistung im Entladewiderstand	W, kW, MW
q	Verhältnis von Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit für aper. GF	—
q	Ersatzgröße	(—)
q, q(t)	(geflossene) Ladung, zeitveränderliche (geflossene) Ladung	As, C
Q	(Kreis-)Güte	—
Q	(geflossene) elektrische Ladung, Zeitintegral des Stromes	As, C
Q_0, Q^*	spezielle Ladung, Bezugsgröße, aperiodischer Grenzfall	As, C
Q_1	(geflossene) Ladung bis zum Zeitpunkt t_1	As, C
Q_1^*	Integral des Stromimpulsbetrages bis zum Zeitpunkt t_1	As, C
Q_C	in Kapazität gespeicherte Ladung	As, C
Q_{CB}	geflossene Ladung bis zum Crowbar-Zeitpunkt t_{CB}	As, C
Q_{Ges}	Gesamtladung eines Stromimpulses	As, C
Q_{Ges}^*	Gesamtladung als Integral vom Stromimpulsbetrag	As, C
Q_{Ges}^*	Gesamtladung für bestimmten Zeitbereich ab $t = 0$	As, C
Q_{LZ}, Q_{Lang}	Langzeitstromladung	As, C
Q_{long}	Langzeitstromladung	As, C
Q_S, Q_{short}	Stoßstromladung, Ladung des Erstblitzstoßstromes	As, C
$Q_{uc=0}$	geflossene Ladung bis zum Zeitpunkt $t_{uc=0}$ (Spannungsnull)	As, C
r	Produkt aus Kreisfrequenz und Rückenhalbwertszeit	—
r	Ersatzgröße (im Zusammenhang mit Widerständen)	—
r, r_1, r_2	differentielle Widerstände, differentielle Widerstandswerte	Ω
$r_f, r_f(t)$	zeitabhängiger Funkenwiderstand beim Durchschlag	Ω
r_n	normierte Dämpfung bzw. normierter Dämpfungswiderstand	—
R	(ohmscher) Widerstand, Wirkwiderstand, Bezugswiderstand	$\Omega, k\Omega$

$R(t)$	Widerstand, zeitveränderlich	Ω
R, R_0, R_{00}	Kreiswiderstand, Eigenwiderstand, parasitärer Widerstand	$\Omega, k\Omega$
R_0	charakteristischer Stoßkreiswiderstand (aperiodischer Grenzfall)	Ω
R_1, R_2, R_3	(ohmsche) Widerstände in Stromkreisen / elektr. Schaltungen	$\Omega, m\Omega, k\Omega$
R_{aper}	Stoßkreiswiderstand für aperiodisch gedämpften Kriechfall	Ω
R_c	charakteristischer Stoßkreiswiderstand $R_c = U_L / \hat{I}_{KS}$	Ω
R_{c0}	charakteristischer Stoßkreiswiderstand als Bezugsgröße	Ω
R_C	Wirkwiderstand (seriell) von Kondensator, Kondensatorbatterie	$\Omega, m\Omega$
$R_C - L_C$	Impedanz von Kondensatorzweig im Crowbar-Kreis	$\Omega - H$
$R_{CB} - L_{CB}$	Impedanz von Crowbar-Zweig im Crowbar-Kreis	$\Omega - H$
R_{Cq}	Wirkwiderstand im Crowbar-Querzweig	$\Omega, m\Omega$
R_D	Dämpfungswiderstand (meist längs)	Ω
R_E	Erdungswiderstand oder Entladewiderstand (meist quer)	Ω
$R_{EW}, R_{EW}(t)$	zeitabhängiger Widerstand von explodierendem Draht	Ω
R_f	fiktiver Innenwiderstand eines Stoßgenerators $R_f = \hat{U}_{LI} / \hat{I}_{KS}$	$\Omega, kV/kA$
R_G	Generator(innen)widerstand	$\Omega, m\Omega$
R_{ges}	Gesamtwiderstand, Gesamtdämpfungswiderstand	Ω
R_k, R_m	k-ter bzw. m-ter Widerstand, aktueller Dämpfungswiderstand	Ω
R_L	Ladewiderstand oder Lastwiderstand, Prüfobjektwiderstand	Ω
R_{LB}	Lichtbogenwiderstand	$\Omega, m\Omega$
R_{LB}'	längenbezogener Lichtbogenwiderstand	$\Omega/m, \Omega/cm$
R_{min}	minimaler (Stoßkreis-)Widerstand, für aperiodischen Grenzfall	Ω
R_N	Netzwidestand (Niederspannungsnetz 50 Hz)	$\Omega, m\Omega$
R_P	Prüfobjektwiderstand, ohmscher Widerstand von Prüfobjekt	$\Omega, m\Omega, \mu\Omega$
R_{per}	Stoßkreiswiderstand für periodisch gedämpften Schwingfall	Ω
R_{st}	Wirkwiderstand in RC-Dämpfungsglied	Ω
R_{S0}	spezieller Kreiswiderstand für Dimensionierung	$\Omega, m\Omega$
R_T	Teilwiderstand	Ω
R_{zus}	zusätzlicher (konzentrierter) Widerstand im Stoßkreis	Ω
R'	auf Verhältnis U_L / \hat{I} bezogener Wert des Stoßkreiswiderstandes R	—
s	Schlagweite, Elektrodenabstand, Funkenkanallänge	m, mm, cm
$s(t)$	Sprung- bzw. Heaviside-Funktion	—
$se, se(t)$	Spezifische Energie, zeitveränderliche Spezifische Energie	$A^2s, J/\Omega$
$SE, W/R, I^2t$	Spezifische Energie, Stromquadratintegral, Joule-Integral	$A^2s, J/\Omega$
SE_0, SE^*	spezielle Spezifische Energie, Bezugsgröße, aper. Grenzfall	$A^2s, MJ/\Omega$
$SE_{\text{Ges}}, W/R_{\text{Ges}}$	Spezifische Impulsenergie für Gesamtverlauf des Stromimpulses	A^2s, kA^2s
t, t_1, t_2	Zeit, (spezielle) Zeitpunkte, Schaltzeitpunkte	s, ns, μs , ms
t_0, t_1, t_{EIN}	Beginn des Stromflusses, Einschaltzeitpunkt im Stoßkreis	s, μs
t_{01}, t_{01i}, t_{01u}	virtueller Impulsstrombeginn, virtueller Impulsspannungsbeginn	s, μs
$t_{10}, t_{30}, t_{90}, t_{50},$	Zeitpunkte im Strom- oder Spannungsimpulsverlauf mit	
$t_{10\%}, t_{90\%}, t_{50\%},$	prozentualen Werten von Strom oder Spannung in Bezug	s, μs , ms
$t_{30\%}, t_{0\%}, t_{100\%}$	zum Scheitel- oder Amplitudenwert	
$t_{A\%}, t_{B\%}, t_{C\%}$	Zeitpunkte beliebiger prozentualer Strom- oder Spannungswerte	s, μs , ms
t_a	Anstiegszeit von Strom- oder Spannungsimpulsen	s, μs
t_{CB}, t_{Cb}	Crowbar-Zeitpunkt, bei dem Kurzschlusszweig schließt	s, μs
t_{ex}	Zeitpunkt der Explosion eines stoßstromdurchflossenen Drahtes	s, μs , ns
t_E	Zeitpunkt, ab dem ein Entladewiderstand wirksam wird	s, ms
$t_{i=0}$	Zeitpunkt(e), bei dem (denen) Stromnull auftritt	s, μs , ms
$t_i, t_{\hat{U}}$	Scheitelzeit eines Strom- oder Spannungsimpulses	s, μs

t_{i1}	Zeitpunkt des virtuellen Strommaximums (virtuelle Scheitelzeit)	s, μ s
t_{i1}	Zeitpunkt des Scheitels vom primären Stoßstrom i_1	s, μ s
t_{iKS}	Scheitelzeit des Stoßstromes für den idealen Kurzschlussfall	s, μ s
t_K	Zeitpunkt, zu dem Kurzschluss hergestellt wird	s, ms
$t_{k,B}$	Berührungszeitpunkte der Einhüllenden mit periodischem Strom	s, μ s
$t_{k,E}$	Zeitpunkte der Extremwerte von periodischem Strom	s, μ s
$t_{k,N}$	Zeitpunkte der Nulldurchgänge von periodischem Strom	s, μ s
$t_{k,W}$	Zeitpunkte der Wendepunkte von periodischem Strom	s, μ s
t_n	normierte Zeit	—
t_p	Zeitpunkt des Schließens von Schalter in Kreis mit Prüfbjekt	s, μ s
t_r	Rückenzeit (unübliche Definition)	s, μ s
t_R, t_{FWHM}	Impulsbreite bei halbem Scheitelwert	s, μ s
t_{R50f}	Zeitpunkt in Impulsstirn bei halbem Scheitelwert	s, μ s
t_{R50t}	Zeitpunkt in Impulsrücken bei halbem Scheitelwert	s, μ s
t_{smax}, t_{smax}	Zeitpunkt der maximalen Steilheit in Stirn eines Stromimpulses	s, μ s
$t_{uc=0}$	Zeitpunkt, bei dem Spannungsnull an der Kapazität auftritt	s, μ s
t_{uc0KS}	fester Kurzschlusszeitpunkt, der für idealen Crowbar-Stoßkreis bei Kurzschlussfall als $t_{uc=0}$ ermittelt wurde	s, μ s
t_W	Zeitpunkt eines Wendepunktes	s, μ s
T	Periodendauer einer Rechteck- oder Sinusschwingung	s, μ s, ms
T, T_L, T_{LZ}	Dauer des Langzeit- bzw. Rechteckstromes (Blitzlangzeitstrom)	s, ms
T_{Lang}, T_{long}	Dauer des Langzeit- bzw. Rechteckstromes (Blitzlangzeitstrom)	s, ms
T_1, T_{10}, t_S, t_f	Stirnzeit von Strom- oder Spannungsimpulsen	s, μ s
T_2, T_{20}, t_R, t_i	Rückenhalfwertszeit von Strom- oder Spannungsimpulsen	s, μ s, ms
T_{1i}, t_{Si}	Stirnzeit von Stromimpuls	s, μ s
T_{2i}, t_{Ri}	Rückenhalfwertszeit von Stromimpuls	s, μ s
T_{1u}, t_{Su}	Stirnzeit von Spannungsimpuls	s, μ s
T_{2u}, t_{Ru}	Rückenhalfwertszeit von Spannungsimpuls	s, μ s
$T_{a10-90}, t_{a10/90}$	10%-90%-Anstiegszeit von Strom- oder Spannungsimpulsen	s, μ s
T_f	Zeitdauer der (ansteigenden) Flanke(n) eines Rechteckimpulses	s, ms
T_H	Halfwertsbreite im Zeitbereich	s, μ s
T_P	Perioden- bzw. Eigenschwingungsdauer	s, ms
T_S	Dauer des Erstblitzstoßstromes	s, ms
T_t	Zeitdauer der abfallenden Flanke eines Rechteckimpulses	s, ms
τ	Lichtbogenzeitkonstante	s, μ s
$\tau, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$	Zeitkonstante(n) für Strom- oder Spannungsimpulse	s, μ s, ms
$\tau_0, \tau_{10}, \tau_{20}$	spezielle Zeitkonstante(n), für Zeitverlauf, für Stromkreis	s, μ s, ms
τ_0	Zeitkonstante für aperiodischen Grenzfall	s, μ s
τ_a	Zeitkonstante für Crowbar-Kreis bis Crowbar-Zeitpunkt $t = t_{CB}$	s, μ s
τ_G	Generatorzeitkonstante	s, ms
u	Parameter für aperiodische Impulse bzw. für Dimensionierung	s, μ s
$u, u(t)$	Spannung, zeitveränderliche Spannung, Lichtbogen-spannung	V, mV, kV
u_1	Anfangsspannung	V, kV
$u_C, u_C(t)$	zeitveränderliche Spg. an Stoßkapazität, Kondensatorspannung	V, kV
$u_{Df}, u_{Df}(t)$	Spannung über Längsdiode	V, kV
$u_f, u_f(t)$	Funkenspannung	V, kV
$u_{ind}(t)$	induzierte Spannung, zeitveränderlich	V, kV, MV
u_i	Spannungswert beim Scheitel des Stromes	V
u_k, u_n	k-te bzw. n-te Spannung, k-ter bzw. n-ter Spannungswert	V, kV
$u_L, u_L(t)$	(zeitveränderliche) Spannung über Induktivität	V, kV
u_{max}, U_{oc}	Leerlaufspannung (open circuit) eines Hybridgenerators	V, kV

$u_q, u_q(t)$	Querspannung in Stoßkreis	V, kV
$u_p, u_p(t), u_{RP}(t)$	Spannung an Prüfobjekt (EUT)	V, kV
$u_R, u_R(t)$	(zeitveränderliche) Spannung über Widerstand	V, kV
$u_S, u_S(t)$	(zeitveränderliche) Spannung über Schalter bzw. Schaltstrecke	V, kV
u_{Var}	Spannungswert auf der u-i-Kennlinie eines Varistors	V
$U, U(p)$	Laplace-Transformierte der Spannung u, u(t)	Vs
U_0	Leerlaufspannung einer (Gleichstrom-)Quelle	V, kV
U_0	spezieller Spannungswert in einer Kennlinie	V, kV
U_1, U_2	Spannungen (von Quellen)	V, kV
$U_{A,K}$	Anoden- oder Katoden-Fallspannung	V
U_B	Begrenzungsspannung einer Überspannungsschutzeinrichtung	V, kV
U_c	konstante Lichtbogenspannung (CASSIE-Modell)	V
$U_{C,Rest}$	Restspannung an der Stoßkapazität (bei sehr kleinem Strom)	V, kV
U_{eff}	Effektivwert einer Wechselspannung	V, kV
U_G	Generatorspannung als Gleichspannungswert oder Effektivwert	V
U_G	Gegenspannung, speziell Lichtbogen- oder Varistorspannung	V, kV
U_L, U_{L0}, U_{Lade}	Ladespannung, spezieller Wert der Ladespannung	V, kV
U_{LB}	(konstante) Lichtbogenspannung	V
U_{max}	maximaler Spannungsabfall am Erdungswiderstand	V, kV, MV
U_{ref}	Referenzspannung der u-i-Kennlinie eines Varistors	V
U_{rest}	Restspannung an Überspannungsschutzgerät	V, kV
$\hat{U}, U_{max}, u_{max}$	Maximal- bzw. Scheitelwert der Spannung	V, kV
\hat{U}_{LL}	Spannungsamplitude am Ausgang eines Generators im Leerlauf	V, kV
\hat{U}_{max-}	maximale Durchschwingspannung am Kondensator (negativ)	V, kV
v	Parameter für aperiodische Impulse bzw. für Dimensionierung	s, μ s
$v, v(t)$	mechanische Geschwindigkeit	m/s
v_f	fiktives Stromamplitudenverhältnis $v_f = \hat{I}_{8/20}/\hat{I}_{10/350}$	—
w	Parameter für aperiodische Impulse bzw. für Dimensionierung	—
$w, w(t)$	Energieumsatz, zeitveränderlicher Energieumsatz	J, kJ, MJ
w_1, w_2, w_3	Wurzeln bzw. Lösungen einer Polynomgleichung	(—)
W	(elektrische) Energie	J, Ws
W_C	in Kapazität gespeicherte Energie	J, kJ, kW _s
W_{el}	elektrische (Feld-)Energie	J, Ws, Wh
W_k	Wendepunkte der periodisch gedämpften Stromfunktion	A, kA
W_{magn}	magnetische (Feld-)Energie	J, Ws
W_{max}	maximale (umgesetzte) Energie	J, kJ, kW _s
W_{RE}	Energieumsatz im Entladewiderstand	J, kJ, MJ
x	Variable, Ersatzgröße	(—)
X	nicht näher spezifizierte Stirn- oder Rückenhalbwertszeit in der Impulsformdefinition	—
X_{EK}	induktive Reaktanz einer Entkopplungsdrossel	Ω
z	Ersatzgröße	(—)
z_1, z_2, z_3	Wurzeln einer kubischen Gleichung	(—)
z_{aper}	Hilfsgröße für aperiodische Impulse	—
z_I, z_R	Imaginär- und Realteil einer komplexen Wurzel	(—)
z_{per}	Hilfsgröße für periodische Impulse	—
Z	charakteristische Impedanz, äquivalenter Wellenwiderstand	Ω
Z_1, Z_2	Impedanzen (von Quellen)	$\Omega, m\Omega, k\Omega$
Z_G	Generatorimpedanz	$\Omega, m\Omega$
$Z_P, Z_P(t)$	Impedanz eines Prüfobjektes, auch zeitveränderlich	$\Omega, m\Omega$
Z_W	Wellenwiderstand einer Leitung oder eines Impulsgenerators	Ω

Abkürzungen, Indices und Zeichen

aper, GF	aperiodischer Grenzfall
A bis F	Kurzkennzeichen für die Ausführung einer Kettenleiterschaltung (Typen A, B, C, D, E und F)
$\cos\varphi$	(Wirk-)Leistungsfaktor
CLR	unverzweigter Stromkreis mit Kapazität C, Induktivität L und Widerstand R
Crowbar	Kurzschließen, Abschneiden, Kennzeichnung einer speziellen Stoßstrom-generatorschaltung mit zusätzlichem kurzschließenden Querzweig
CWG	Combination Wave Generator, dt. Hybridgenerator
D_{EK}	Entkopplungsdrossel
D_L, D_ℓ, D_Q, D_q	Längs- und Querdioden in Generatorschaltung
DS	Draufschar, Einschalter, schließt (Stoß-)Stromkreis
eff, eff	Effektivwert
erh, erh	Kennzeichnung für (Stoßkreis-)Elemente mit erhöhtem Wert
ENDO-NEMP	endo-atmospherical nuclear electromagnetic pulse, dt. nuklearer elektromagnetischer Puls (Feldimpuls) – nukleare Explosion in Atmosphäre gezündet
EUT	Equipment Under Test, dt. Prüfbjekt, zu prüfende(s) Anordnung/Gerät
EXO-NEMP	exo-atmospherical nuclear electromagnetic pulse, dt. nuklearer elektromagnetischer Puls (Feldimpuls) – nukleare Explosion im Weltraum gezündet
FB, FB	Folgeblitz
FCG	Flux Compression Generator, dt. Flusskompressionsgenerator
FS	Funkenstrecke
FWHM	Full Width at Half Maximum, dt. Impulsbreite bei halbem Scheitelwert
G_0, G_1, G_2	Funkenstrecken
Ges, ges, ges	Gesamt-, über gesamte (Impuls-)Dauer ermittelter Wert, Wert für zusammengefasste Elemente oder Schaltungen
GF	Grenzfall
Γ	Symbol für Schaltung des Gliedes in einer Kette (Quer- und dann Längszweig)
Γ	EULER'sche Gamma-Funktion (verallgemeinerte Fakultätsfunktion)
HW	Halbwelle, halbe Periode eines sinusförmigen Strom- oder Spannungsverlaufes
I_{imp}	Impulsstrom (Blitzstoßstrom) mit zugeordneten Kenngrößen (I_{max} , Q, W/R)
Im	Imaginärteil einer komplexen Größe
konst	konstant, von Zeit oder anderen Größen unabhängig
KS, KS	Kurzschluss, niederohmiger Generatorausgang, Größe bei idealem Kurzschluss des Generators
L, L, ℓ, ℓ	Längs-, längs
Lang, Lang	Langzeit, Langzeitstrom
LEMP	Lightning ElectroMagnetic (Im)Puls, dt. elektromagnetischer Blitzimpuls (Feld)
LB, LB	Lichtbogen
LL, LL	Leerlauf, hochohmiger Generatorausgang
LPL	Lightning Protection Level, dt. Gefährdungspegel (I, II, III oder IV)
LPS type	Lightning Protection System type, dt. Typ eines Blitzschutzsystems
LS	Leistungsschalter
LZ, LZ	Langzeit, Langzeitstrom
MARX	Spannungsvervielfacherschaltung mit Stoßkapazitäten nach MARX (MARX-Generator)
MAX, max	Maximum, maximal, Maximalwert, Scheitelwert
MCG	Magneto Cumulative Generator, dt. magnetocumulativer Generator
MOA, MOV	Metal Oxide (Surge) Arrester, dt. Metalloxidvaristor, ZnO-Ableiter
P, p	Prüfbjekt

PFL	Pulse Forming Line, dt. Leitung mit verteilten oder konzentrierten Elementen zur Veränderung der Impulsform
Q, q, q, q	Quer-, quer
red, _{red}	Kennzeichnung für (Stoßkreis-)Elemente mit reduziertem Wert
RE	Rechteck, Rechteck(stoß)strom
Re	Realteil einer komplexen Größe
R/X	Resistanz-Reaktanz-Verhältnis, Verhältnis zur Charakterisierung der Impedanz eines (netzfrequenten) Stromkreises ($\rightarrow \cos\varphi$)
si(x), sinc(x)	Spaltfunktion $\sin(x)/x$
S, S ₁ , S ₂	Schalter
SFS	Schaltfunkenstrecke (meist getriggert)
Si	(Schmelz-)Sicherung
SK	Schutzklasse eines Blitzschutzsystems (SK I, SK II oder SK III/IV)
Stoß, Stoß	Stoß, Stoßstrom
SND, SND	Stromnull, (natürlicher) Stromnulldurchgang
SND1, SND1	erster Stromnulldurchgang nach Strombeginn (periodischer Stoßstrom)
T ₁ /T ₂	Impulsformdefinition als Verhältnis Stirnzeit zu Rückenhalbwertszeit ($\mu\text{s}/\mu\text{s}$)
Trigger	zeitgenaue Auslösung eines Schalters oder einer Funkenstrecke
ÜSE	Überspannungsschutzeinrichtung
Var	Varistor, Metalloxidwiderstand
XRAM	Stromvervielfacherschaltung analog dem MARX-Generator mit Induktivitäten
(1), (2), (3)	Schaltreihenfolge, Schaltzeitpunkte
I, II, III, IV	Symbole zur Kennzeichnung der Gefährdungspegel bzw. der Schutzklasse
I, II, III, IV, V	Symbole zur Kennzeichnung von definierten Strom- und Spannungsquellen
0, 0, 00	Kennzeichnung für Größen oder Elemente (Dimensionierung) bei idealem Kurzschluss und speziell für $\hat{I}_0 = 1 \text{ kA}$ und $U_{L,0} = 1 \text{ kV}$
10/350, 10/350	Kennzeichnung für 10/350- μs -Impulsstrom (Erstblitzstoßstrom)
1,2/50, 1,2/50	Kennzeichnung für 1,2/50- μs -Impulsspannung (Blitzstoßspannung)
8/20, 8/20	Kennzeichnung für 8/20- μs -Impulsstrom (Stoßstrom)
%	prozentuale Angabe, Vorsatz für Toleranzangabe einer Kenngröße
	Betragsbildung einer Größe
—	Überstrich für die Kennzeichnung eines Mittelwertes
—	Unterstrich für die Kennzeichnung einer komplexen Größe
↑, ↓	Größe steigend oder zunehmend, Größe fallend oder abnehmend
→	Größe strebt gegen einen Wert oder nimmt folgenden Wert an, daraus folgt
≈	etwa gleich, rund, gerundet, annähernd
~	proportional, liegt in Größenordnung von
<, >, <<, >>	kleiner als, größer als, viel kleiner als, viel größer als
≤, ≥	kleiner oder gleich, größer oder gleich
≠	ungleich, ungleich zu
±, ∓	positive oder/und negative Größe oder Änderung oder Abweichung
≐	Größe entspricht
≡	Größe identisch mit
∞	unendlich, sehr großer Wert im Vergleich zu (charakteristischem) Bezugswert
/, //, ///	erste, zweite und dritte zeitliche Ableitung, entspricht d/dt , d^2/dt^2 , d^3/dt^3

1 Einführung

1.1 Hintergründe zur Betrachtung von Impulsstromgeneratoren

Der natürlichen Blitzentladung geht eine großräumige Ladungstrennung in hochaufgetürmten Wolken, den so genannten Gewitterzellen, voraus. Aufgrund der Trennung der Ladungen infolge des Kondensierens und Gefrierens von Wasserdampf in den oberen Wolkenschichten entstehen große elektrische Potentialunterschiede und hohe elektrische Feldstärken, die einen Entladungsvorgang einleiten. Die Entwicklung der Entladung und besonders die eigentliche Entladung über ein intensives Lichtbogenplasma bedeuten hohe, zumeist impulsförmige Ströme. Die mit natürlichen Blitzentladungen einhergehenden Spannungen und Ströme besitzen statistisch verteilte Zeit- und Amplitudenwerte. Sie sollen beliebig reproduzierbar mit eingeschränkten Zeit- und Amplitudenwerten im Labor simuliert werden. Dabei ist verständlich, dass mit den Experimental- und Prüfanlagen im Labor nicht alle elektrischen Größen gleichzeitig und vollständig nachgebildet werden können. So setzt man z.B. Stoßspannungen für die Prüfung von Isolierungen ein, ohne dass bei Durch- und Überschlägen große Ströme fließen. Umgekehrt werden Stromwirkungen bei Untersuchungen und zu Prüfzwecken mit großen Stoßströmen durchgeführt, wobei die auftretenden Spannungen in der Regel vergleichsweise klein sind.

Die reproduzierbare Erzeugung von Impuls- bzw. Stoßströmen im Laboratorium bildet den Hauptgegenstand dieser Arbeit. Für die Erzeugung definierter Stromformen werden Generatoren aus kompakten elektrischen und mechanischen Bauelementen aufgebaut und eingesetzt. Impulsgeneratoren, auf die in dieser Arbeit Bezug genommen wird, dienen im Wesentlichen der Nachbildung von Blitzstromkomponenten und zur Erzeugung weiterer Stoßströme für Prüfzwecke ([1], [2]). Der Einsatz der Impulsgeneratoren wird hier also nicht für typische so genannte "Pulsed Power"-Anwendungen wie Kernfusionsexperimente der Plasmaphysik, Lichtimpulsanlagen, Magneform- und Hydrosarkverfahren oder die Erzeugung steiler Feldimpulse mit EMP-Simulatoren betrachtet ([3]).

Im Wesentlichen sollen einmalige Impulse beschrieben und mit entsprechenden Anlagen erzeugt werden. Das bedeutet zeitliche Verläufe, die mit dem Wert Null des Stromes beginnen, nach einer kurzen Stirn mit großer Anstiegssteilheit den Scheitelwert erreichen, der gefolgt von einem längeren Rücken mit geringerer Abfallsteilheit stetig oder periodisch schwingend wieder gegen Null strebt. In vielen Fällen und ganz besonders bei Prüfungen müssen der Zeitverlauf oder festgelegte Zeitparameter und Amplitudenwerte der Ströme mit vorgegebenen Toleranzen eingehalten werden. Das wird durch die Eigenschaften der zu untersuchenden, d.h. mit dem Strom zu beanspruchenden, Prüfobjekte oder Testgeräte erschwert. Dies liegt am zeit- und stromabhängigen elektrischen Verhalten dieser Objekte. Der elektrische Charakter von Prüfobjekten kann linear oder nichtlinear ohmsch (R), linear oder nichtlinear induktiv (L , M) und gemischt ohmsch-induktiv sein. Die kapazitiven Anteile (C) der Objekte haben bei Untersuchungen mit Stoßströmen zumeist eine untergeordnete Bedeutung. Zu den nichtlinearen ohmschen Objekten können auch die elektrische Entladung bei Durch- und Überschlag, der stromstarke Lichtbogen sowie Elemente mit nichtlinearen u - i -Kennlinien wie Varistoren und Dioden gezählt werden.

Natürliche Blitzströme bzw. die einzelnen natürlichen Stoß- und Langzeitkomponenten werden als eingeprägte Ströme betrachtet, eine Rückwirkung der von diesen Strömen durchflossenen Objekte auf den Stromverlauf liegt nicht vor. Im Gegensatz dazu besteht bei laborerzeugten Strömen immer eine Rückwirkung durch die Prüfobjekte, da nur mit vergleichsweise geringen treibenden Spannungen gearbeitet werden kann.

Diese Rückwirkung kann über eine geeignete Dimensionierung von Generatoren zur Blitzstromerzeugung auf ein vertretbares Maß reduziert oder in manchen Fällen auch vollständig beseitigt werden. Letzteres ist zu erreichen, wenn die zeit- und stromabhängige Impedanz von Prüfobjekten genau bekannt ist.

Die Definition von Stromformen und Toleranzen, von Prüfprozeduren und Prüfanordnungen sowie zuweilen auch von Prüfgeneratoren selbst wird in Normen und Vorschriften vorgenommen. Festzuhalten ist, dass Normen starke Vereinfachungen der Realität sind. Dies bedeutet, dass nicht immer die exakte Einhaltung von Parametern der Prüfströme im Vordergrund stehen muss, wichtig ist die Vergleichbarkeit von Prüfungen und damit Prüfergebnissen. Erreichen lässt sich diese Grundforderung durch eine sinnvolle, der Prüfaufgabe angepassten, Anwendung der Normvorgaben.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit liegt in der analytischen Beschreibung von Stromverläufen und von grundlegenden Generatorschaltungen, den Aussagen zur Dimensionierung von Generatoren sowie der analytischen Untersuchung von Vorgängen bei Strombeanspruchungen. Die Berechnungen und Untersuchungen zur Erzeugung von Stromimpulsen sowie die mathematische Darstellung von einigen wenigen Impulsgrundformen lassen sich zumeist auf weitere Impulsformen übertragen. Im Zusammenhang mit dem Ziel normativer Vorgaben, ein hohes Maß an Vergleichbarkeit zu erreichen, steht die Möglichkeit, den Einfluss von Abweichungen in Impulsstromverläufen auf analytischem Wege zu untersuchen.

1.2 Impulsformen

Um Schutzsysteme gegen Störgrößen zu entwickeln, müssen deren zu erwartende Zeitformen und Scheitelwerte bekannt sein. Wegen der hohen Ströme und Spannungen, die bei Blitzeinwirkungen auftreten, sind insbesondere leitungsgebunden wirkende transiente Störgrößen in elektrischen Installationen und elektronischen Geräten zu betrachten; für deren Begrenzung werden leistungsfähige Überspannungsschutzeinrichtungen entwickelt. Ausgehend von umfangreichen Messungen in Blitzmessstationen, in Energieanlagen, sowie in Informationsanlagen innerhalb und außerhalb von baulichen Anlagen, wurden in der Vergangenheit eine Vielzahl von repräsentativen Impulsformen abgeleitet [4], [5], [6], [7]. Diese Impulsstrom- und Impulsspannungsformen sind heute größtenteils in verschiedenen Normen standardisiert.

Heute werden in Laboratorien Impulsströme erzeugt, deren Amplituden im Bereich einiger kA bis über 300 kA bei treibenden (Lade-)Spannungen von wenigen kV bis etwa 100 kV liegen. Die Zeitparameter der Impulsströme, ausgedrückt in den Impulsformangaben, weisen Stirnzeiten von unter 1 μs bis einige 10 μs und Rückenhalbwertzeiten von wenigen 10 μs bis einige 100 μs auf. Überwiegend werden unipolare Stromimpulse benötigt, die einen etwa doppelt-exponentiellen Zeitverlauf besitzen. Ein typischer Impulsstrom ist der künstliche Erstblitzstoßstrom mit der Form 10/350 μs und bis zu 200 kA Amplitude. Ebenso werden gedämpft schwingende Stromimpulse, z.B. der Form 8/20 μs , mit Amplituden ebenfalls bis 200 kA verwendet. Rechteckströme mit typischen Impulsbreiten von ca. 2 ms bis etwa 1 s bei Stromwerten von 50 A bis ca. 2 kA werden reproduzierbar im Labor erzeugt. In den meisten Fällen werden Einzelimpulse erzeugt, dann liegen zwischen aufeinanderfolgenden Impulsen minimale Zwischen- oder Erholungszeiten von Sekunden bis Minuten. Für realitätsnahe Untersuchungen wendet man auch Mehrfachbeanspruchungen oder Folgen mit 2 bis 5 Impulsen zumeist gleicher Impulsformen mit kurzen Pausenzeiten im Millisekunden-Bereich an.

Zunehmend besteht die Forderung, Stromimpulse unterschiedlicher Formen kurzzeitig hintereinander oder sogar gleichzeitig, d.h. kombiniert bzw. verkoppelt, anzuwenden.

Die folgenden Tabellen **Tab. 1.1** und **Tab. 1.2** beinhalten einige ausgewählte bzw. häufig angewendete Impulsstrom- und auch Impulsspannungsformen.

Tab. 1.1: Gebräuchliche Impulsstromformen

Stromimpulsform	Zeitverlauf	Anwendung, Bemerkung
10/350 μs	aperiodisch	Nachbildung von positivem Erstblitzstoßstrom, direkter Blitzstrom, Prüfung von Blitzstromableitern
1/200 μs [1]	aperiodisch	Nachbildung von negativem Erstblitzstoßstrom
0,25/100 μs	aperiodisch	Nachbildung von negativem Folgeblitzstoßstrom
8/20 μs $7 \mu\text{s} \leq T_1 \leq 9 \mu\text{s}$ $18 \mu\text{s} \leq T_2 \leq 22 \mu\text{s}$	gedämpft schwingend	Nachbildung von eingekoppeltem Stoßstrom, induzierter Blitzstrom, Prüfung von Überspannungsableitern (Nennableitstoßstrom, maximaler Stoßstrom); (Kombination mit 1,2/50 μs -Spannung)
4/10 μs $3,5 \mu\text{s} \leq T_1 \leq 4,5 \mu\text{s}$ $9 \mu\text{s} \leq T_2 \leq 11 \mu\text{s}$	gedämpft schwingend	Hochstoßstrom, Prüfung von Überspannungsableitern
20/60 μs	gedämpft schwingend	Prüfung von Überspannungsableitern
8/80 μs	aperiodisch	Impulsstrom; Prüfung von Trennfunkstrecken
30/80 μs $25 \mu\text{s} \leq T_1 \leq 35 \mu\text{s}$ $70 \mu\text{s} \leq T_2 \leq 90 \mu\text{s}$	gedämpft schwingend	Hochstromimpuls
$T_{0\text{-SND}} = 8 \dots 10 \text{ ms}$ Sinushalbwelle	(schwingend)	Langwellenstrom; Prüfung von Trennfunkstrecken
0,1/10000 μs	aperiodisch	ENDO-NEMP
5/200 ns	aperiodisch	EXO-NEMP (E-Feld- bzw. H-Feld-Impuls)

Tab. 1.2: Gebräuchliche Impulsspannungsformen

Spannungsimpulsform	Zeitverlauf	Anwendung, Bemerkung
1,2/50 μs	aperiodisch	repräsentative Form der schnell ansteigenden Überspannung; Blitzstoßspannung, Isolationsprüfung; (Kombination mit 8/20 μs -Strom)
1,2/200 μs	aperiodisch	Stoßspannung, Isolationsprüfung
5/50 ns ($T_{a10-90} = 5 \text{ ns}$ $T_1 \approx 7,4 \text{ ns}$)	aperiodisch	sehr schnell ansteigende Überspannung (Burst), Schalttransiente
250/2500 μs	aperiodisch	repräsentative Form der langsam ansteigenden Überspannung; Schaltstoßspannung, Isolationsprüfung
10/700 μs (9,1/720 μs)	aperiodisch	Blitzüberspannung, Prüfung von Telekommunikationsgeräten und coaxialer sowie symmetrischer Leitungen; (Kombination mit 1,1/180 μs - oder 4,8/320 μs -Strom)
10/1000 μs	aperiodisch	Prüfung der Festigkeit von Kommunikationssystemen gegen Blitzeinwirkungen
$T_{a10-90} = 0,5 \mu\text{s}$ $f = 100 \text{ kHz}$ "Ring Wave"	gedämpft schwingend	schwingende Schalttransiente, Prüfung von Elektronik-Komponenten und Telekommunikationsgeräten

Der schon erwähnte Begriff "doppelt-exponentieller Zeitverlauf" oder "doppelt-exponentielle Funktion" ist im mathematischen Sinne nicht korrekt. Doppelt-exponentiell bedeutet eine Exponentialfunktion, deren Exponent wiederum eine Exponentialfunktion darstellt ($e^{e^{at}}$). Unter dem Begriff soll hier aber eine Funktion verstanden werden, die aus der Summe zweier Exponentialfunktionen $e^{at} + e^{bt}$ gebildet wird. In der Literatur, die sich mit impulsförmigen Spannungen und Strömen beschäftigt, wird der Begriff "doppelt-exponentielle Funktion" in dieser Weise häufig verwendet, und auch im Weiteren dieser Arbeit ist der Begriff so zu verstehen.

1.3 Definition der Impulsstromformen

Die international übliche und zugleich einfache praktische Definition von Impulsströmen erfolgt anhand zweier Zeitwerte, die in Kombination angegeben werden. Dies sind die Stirn- und die Rückenhalfwertszeit T_1 und T_2 , die in dieser Arbeit auch als technische Zeitparameter bezeichnet werden (siehe Anhang A3). Die Angabe von T_1 und T_2 liefert keine vollständige und eindeutige Beschreibung der Wellenform (Impulsverlauf). Unabhängig davon, ob es sich um einen aperiodischen oder um einen schwingenden Zeitverlauf des Stromes handelt, werden Stirn- und Rückenhalfwertszeit über 3 Punkte des Zeitverlaufes bestimmt.

In der Impulsstirn mit der hohen Stromänderung werden ein Punkt bei 10 % und ein Punkt bei 90 % des Scheitelwertes festgelegt. Durch diese Punkte legt man (gedacht) die so genannte Stirngerade und verlängert diese bis 0 % und bis 100 % des Scheitelwertes. Die Differenz zwischen den Zeitwerten der Stirngerade bei 0 % und 100 % ist die Stirnzeit, die mit T_1 oder t_s (oder $t_{f, s}$ – Stirn, f – front) bezeichnet wird. Zur Ermittlung der Rückenhalfwertszeit wird ein weiterer Punkt jetzt im Rücken des Impulses bei 50 % des Scheitelwertes, genauer beim ersten Erreichen von 50 % nach dem Scheitel, bestimmt. Die Rückenhalfwertszeit, die mit T_2 oder t_R (oder $t_{t, R}$ – Rücken, t – tail) bezeichnet wird, ist die Differenz zwischen dem Zeitwert der Stirngerade bei 0 % und dem Zeitwert bei 50 % im Impulsrücken. Den Zeitwert bei 0 % der Stirngerade nennt man auch virtuellen Strom- bzw. Impulsbeginn. Die geschilderte Impulsformdefinition wird sowohl bei aperiodisch wie auch bei periodisch gedämpften Stromimpulsen, wie in **Abb. 1.1** dargestellt, angewendet.

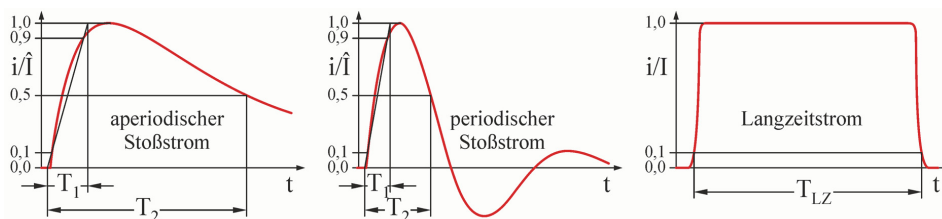


Abb. 1.1: Technische Zeitparameter bei aperiodischem und schwingendem Impulsstrom sowie Langstrom (Rechteck- bzw. Gleichstrom) ([N1])

Die Definition der (Blitz)Langzeitströme bzw. Langströme wird aufgrund der abweichenden Impulsform nur mit einem technischen Zeitparameter, der Dauer $T_{LZ} = T_L = T_{Lang}$ (LZ –, L –, T_{Lang} – LangZeit bzw. Lang), entsprechend **Abb. 1.1** vorgenommen. Die Dauer misst man als Zeitdifferenz des Erreichens von 10 % der Amplitude (Gleichstromwert) in der ansteigenden Flanke bis zum Absinken auf 10 % in der abfallenden Flanke des Quasi-Rechteckimpulses.

1.4 Literatur

- [1] Hasse, P.; Wiesinger, J.; Zischank, W.: Handbuch für Blitzschutz und Erdung, 5. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2006, ISBN: 3-7905-0931-0, S. 248 – 266
- [2] Heidler, F.; Stimper, K.: Blitz und Blitzschutz; Grundlagen der Normenreihe VDE 0185, Entstehung von Gewittern, Blitzortungssysteme, Blitzströme und ihre Wirkungen, Schutz von Gebäuden und elektrischen Anlagen, Generatoren für die Stromprüfung; VDE-Schriftenreihe Normen verständlich 128, VDE Verlag GmbH, Berlin, Offenbach, Juli 2009, ISBN: 978-3-8007-2974-6, S. 205 – 221
- [3] Winkler, R.: Hochgeschwindigkeitsbearbeitung, Grundlagen und technische Anwendung elektrisch erzeugter Schockwellen und Impulsmagnetfelder, Verlag Technik Berlin, 1973

-
- [4] Uman, M.A.: The Art and Science of Lightning Discharge, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, Sao Paulo, Delhi, 2008, ISBN: 978-0-521-87811-1
 - [5] Standler, R.B.: Protection of electronic circuits from overvoltages, Dover Publications, Inc., Mineola, New York, (2002), John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989, ISBN: 0-486-42552-5
 - [6] Martzloff, F.D.; Hahn, G.J.: Surge Voltages in Residential and Industrial Power Circuits, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, No. 6, July 1970, pp. 1049 – 1056
 - [7] Goedbloed, J.J.: Transients in Low-Voltage Supply Networks, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC-29, No. 2, May 1987, pp. 104 – 115
-
- [N1] DIN EN 62305-1 (VDE 0185-305-1): Blitzschutz – Teil 1: Allgemeine Grundsätze, Oktober 2006, Anhang A (informativ): Parameter des Blitzstroms, S. 28 – 29; Anhang B (informativ): Zeitfunktionen des Blitzstroms für Analysezwecke, S. 36 – 39

2 Stromverläufe natürlicher Blitzentladungen und ihre Kenngrößen

2.1 Historischer Rückblick

Bis zum Anfang des 20. Jahrhunderts standen sehr wenige technische Messmittel zur Verfügung, die hohen Ströme und Spannungen der extrem schnell verlaufenden Blitzentladungen zu messen. Die Bestimmung der Stromstärke aus der Magnetisierung von Stahlstäbchen, die Spannungsmessung mittels Klydonographen, die Messung der elektrischen Feldstärke mittels Feldmühle und die Anwendung der rotierenden Kamera waren Schritte auf diesem Wege. Erst mit der Entwicklung des Kathodenstrahl-Oszillographen wurde die entscheidende Voraussetzung für die moderne Blitzforschung geschaffen; das erste Oszillogramm einer Blitzüberspannung auf einer 20-kV-Leitung wurde 1925 in Schweden aufgenommen. Seit 1925 beschäftigte sich auch die Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen mit der Gewittersicherheit von Freileitungen und Anlagen. 1942 hatte Prof. K. Berger seine Blitzmessstation auf einem Rundfunkturm auf dem Monte San Salvatore errichtet [8]. Dort wurden über 30 Jahre lang Blitzströme aufgezeichnet. Diese Daten bilden heute die Grundlage für alle internationalen Blitzschutznormen. [9], [10], [15]

In Zusammenarbeit mit der Technischen Universität München wurde von der Universität der Bundeswehr München von 1978 bis 1999 eine vollautomatische Blitzmessstation auf dem 160 m hohen Sendeturm des Peißenberges betrieben, die zahlreiche Blitzstromverläufe lieferte und seit Ende 2008 erneut in Betrieb genommen wurde. Seit etwa einem Jahrzehnt wird auch am Sendeturm Gaisberg in Österreich eine Blitz-Forschungsstation betrieben. Ab Mitte der 1990iger Jahre werden in Camp Blanding Florida außerordentlich zahlreiche raketengetriggerte Blitzentladungen gemessen. [9], [10], [11], [15], [23]

2.2 Stromkomponenten der Blitzentladung

Blitzentladungen weisen in der Regel drei typische Komponenten auf, die als primäre Blitzstörgrößen bezeichnet werden. Dies sind der Erstblitzstoßstrom (first oder return stroke current), der Folgeblitzstoßstrom (subsequent stroke current) und der Blitzlangzeitstrom (continuing current). Die Stromkomponenten von Blitzvorgängen sind unipolare und zumeist aperiodisch abklingende Stromimpulse.

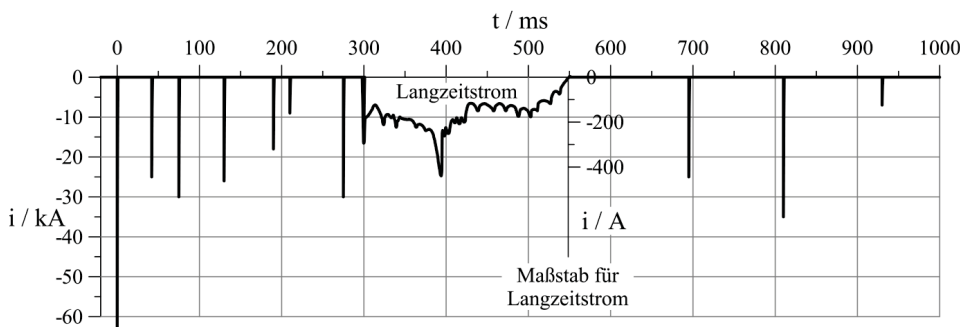


Abb. 2.1: Multipler Entladungsvorgang bei einem negativen Wolke-Erde-Blitz, übernommen von Prof. K. Berger [9], [14] ([8]); Erstblitzstoßstrom mit Scheitelwert von ca. -63 kA; 10 Folgeblitzstoßströme; ein eingelagerter Blitzlangzeitstrom

Im Folgenden werden einige repräsentative Verläufe natürlicher Blitzströme dargestellt, die bei Einschlägen in hohe Türme oder bei Raketenexperimenten gemessene wurden. Anhand von **Abb. 2.1** wird der gesamte Stromverlauf eines negativen Wolke-Erde-Blitzes, der hier alle typischen Stromkomponenten enthält, vorangestellt. Man geht davon aus, dass alle Stromkomponenten im Ereignis den gleichen Entladungskanal benutzen. Aufgrund der Dauer des Gesamt ereignisses von fast einer Sekunde sind die hohen und zugleich kurzzeitigen Komponenten Erstblitzstoßstrom und Folgeblitzstoßströme in der **Abb. 2.1** nur als Nadelimpulse zu erkennen.

Die einzelnen Stromkomponenten können Zeitverläufe ähnlich denen der folgenden Diagramme **Abb. 2.2** bis **Abb. 2.6** aufweisen, wobei diese nicht dem Blitzereignis von **Abb. 2.1** entnommen sind. Für die Darstellung der jeweiligen Stromkomponenten wurden angepasste Zeitskalen gewählt.

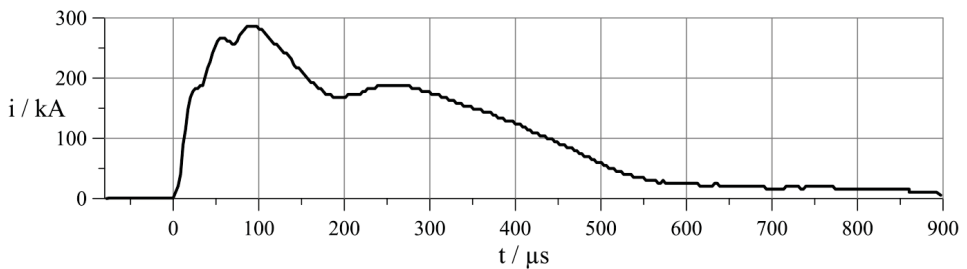


Abb. 2.2: Positiver Erstblitzstoßstrom, übernommen von [11];
Stromform ca. 55/370 µs; Scheitelwert ca. 286 kA

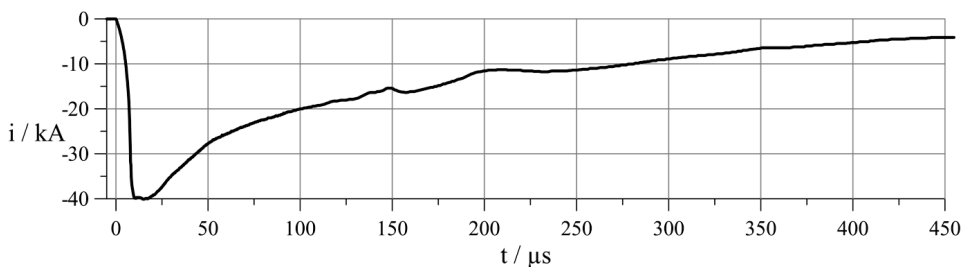


Abb. 2.3: Negativer Erstblitzstoßstrom, übernommen von [11], [12] und [13];
Stromform ca. 6,9/97,2 µs; Scheitelwert ca. -40,1 kA

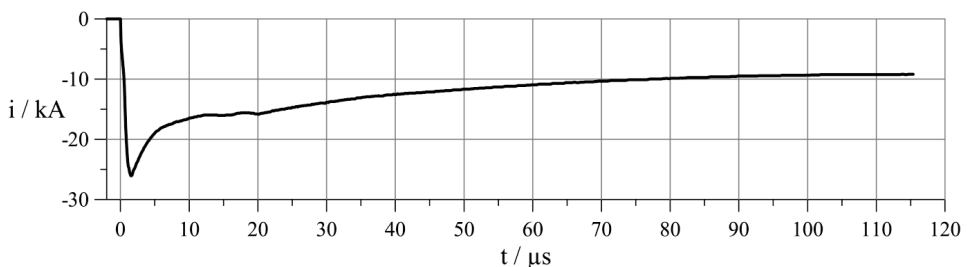


Abb. 2.4: Negativer Folgeblitzstoßstrom, übernommen von [11], [12] und [13];
Stromform ca. 1,2/35,3 µs; Scheitelwert ca. -26 kA

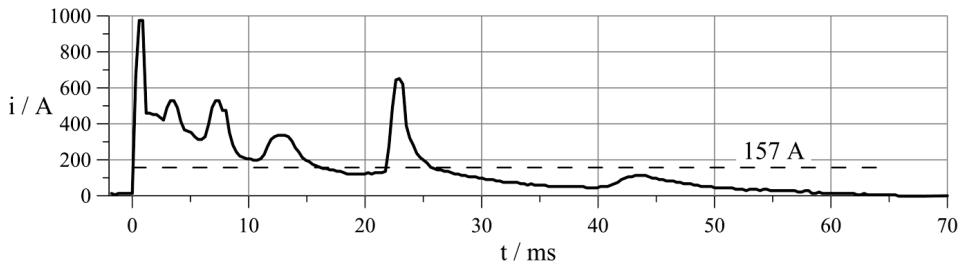


Abb. 2.5: Blitzlangzeitstrom Typ 1, übernommen von [11];
Stromflussdauer ca. 65 ms; Strommittelwert ca. 157 A

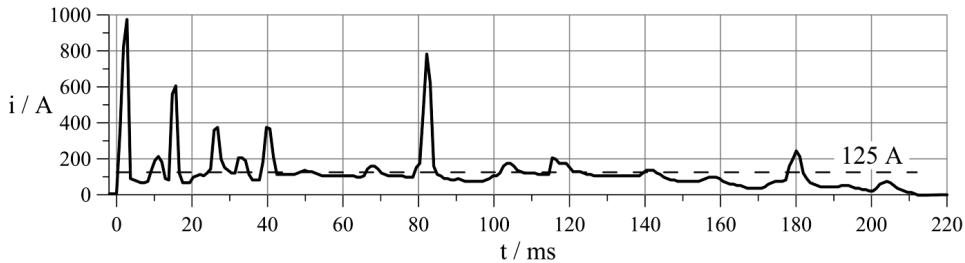


Abb. 2.6: Blitzlangzeitstrom Typ 3, übernommen von [11];
Stromflussdauer ca. 210 ms; Strommittelwert ca. 125 A

2.3 Normung der Blitzstromgrößen

Es ist ein großer Fortschritt in der internationalen Normungsarbeit, dass es gelungen ist, aus der Vielfalt der natürlichen Blitzstromverläufe charakteristische Verläufe zu definieren und ihre Größen zu normen [15], [N2]. Dabei werden den unterschiedlichen Schutzbedürfnissen (Schutzklassen des Blitzschutzsystems) unterschiedliche Parameter zugeordnet (**Tab. 2.1**).

Der Erstblitzstoßstrom als langer aperiodisch gedämpfter Stromimpuls wird für theoretische Untersuchungen und praktische Prüfungen durch zwei Stromformen nachgebildet. Dies sind der positive Erstblitzstoßstrom 10/350 μ s mit Scheitelwerten bis 200 kA ([N2]) und der negative Erstblitzstoßstrom 1/200 μ s mit Scheitelwerten bis 100 kA ([9], [16]), wobei der positive Erstblitzstrom 10/350 μ s (auch in den Normen) vorrangig zur Anwendung kommt (**Tab. 2.1**).

Tab. 2.1: Kenngrößen von Erstblitzstoßstrom ($As = C$, $kA^2s = kJ/\Omega$) ([N2])

Schutzklasse	I	II	III	IV
Stromscheitelwert \hat{I}	200 kA (100 kA)	150 kA (75 kA)	100 kA (50 kA)	
Ladung des Stoßstromes Q_s	100 As (28,7 As)	75 As (21,5 As)	50 As (14,3 As)	
Spezifische Energie W/R	10000 kA^2s (1445 kA^2s)	5625 kA^2s (813 kA^2s)	2500 kA^2s (361 kA^2s)	
Technische Zeitparameter T_1/T_2	10 μ s/350 μ s (1 μ s/200 μ s)			

(Die Werte in Klammern gehören zum negativen Erstblitzstoßstrom mit der Form 1/200 μ s.)

Anzumerken ist, dass die genannten Stromformen und die Scheitelwerte eher extreme Erstblitzstoßströme repräsentieren, die mit nur wenigen Prozent Wahrscheinlichkeit auftreten.

Da sie aber Werte am oberen Ende von statischen Verteilungen darstellen, wird damit der Großteil natürlich auftretender Blitzströme abgedeckt. Diese Aussage gilt nicht nur für die Erstblitzstoßströme, sondern auch für die Komponenten Folgeblitzstoßstrom und Blitzlangzeitstrom.

Als negativer Folgeblitzstoßstrom wird in den Normen die Stromform $0,25/100 \mu\text{s}$ mit Scheitelwerten bis 50 kA ([N2]) als kurzer aperiodisch gedämpfter Stromimpuls verwendet. Nur zum Vergleich und nicht normativ verankert wird in **Tab. 2.2** auch die relativ geringe Ladung der Folgeblitzstoßströme angegeben.

Tab. 2.2: Kenngrößen von Folgeblitzstoßstrom ($A_s = C$) ([N2])

Schutzklasse	I	II	III	IV
Stromscheitelwert \hat{I}	50 kA	37,5 kA	25 kA	
mittlere Steilheit di/dt	200 kA/ μ s	150 kA/ μ s	100 kA/ μ s	
Technische Zeitparameter T_1/T_2	0,25 μ s/100 μ s			
Ladung des Stoßstromes Q_s	7,2 As	5,4 As	3,6 As	

Der Blitzlangzeitstrom wird in den Normen mit einem langen unipolaren Quasi-Rechteckimpuls beschrieben, der zur Kennzeichnung der Stromform eine Dauer von $T_L = 0,5 \text{ s}$ bei Stromwerten bis 400 A besitzt (**Tab. 2.3**). Die Langzeitstromwerte I_L in **Tab. 2.3** sind nur zum Vergleich aufgeführt und in der Norm [N2] nicht angegeben, da sie sich unmittelbar aus der Ladung und der Stromflussdauer mit $I_L = Q_L/T_L$ berechnen lassen.

Tab. 2.3: Kenngrößen von Blitzlangzeitstrom ($A_s = C$) ([N2])

Schutzklasse	I	II	III	IV
Ladung des Langzeitstromes Q_L	200 As	150 As	100 As	
Technischer Zeitparameter T_L	0,5 s			
Langzeitstromwert I_L	400 A	300 A	200 A	

Die in **Tab. 2.1** und **Tab. 2.3** genannten Ladungen der Erstblitzstoßströme und der Blitzlangzeitströme berechnen sich mit den Integralen der Ströme über die entsprechenden Stromflussdauern:

$$Q_s = \int_0^{T_s} i_s(t) dt \quad , \quad Q_L = \int_0^{T_L} i_L(t) dt \quad (2.1)$$

Dabei wird für die Stromflussdauer der Erstblitzstoßströme typisch $T_s = 2 \text{ ms}$ eingesetzt. In den Gleichungen (2.1) sind i_s und i_L die Zeitverläufe des Erstblitzstoßstromes und des Langzeitstromes.

2.4 Blitzströme und Blitzteilströme

Es kann angenommen werden, dass die Blitzströme am Einschlagpunkt eingeprägte Ströme sind. Das heißt, dass es infolge der hohen treibenden Spannung und des hohen Widerstandes im Entladungskanal keine Beeinflussung bzw. Rückwirkung der vom Blitzeinschlag getroffenen Objekte auf die "primären" Blitzströme gibt. Im Gegensatz dazu sind induzierte Ströme, z.B. Stoßströme in Installationsschleifen, nicht eingepreßt; ihre Form und Amplitude wird von den durchflossenen Impedanzen bestimmt und zumeist mit dem Stoßstrom $8/20 \mu\text{s}$ abgebildet.

Induzierte Stoßströme, die aus Blitzstromvorgängen resultieren, kann man auch als "sekundäre" Blitzstörgrößen bezeichnen.

Trifft ein primärer Blitzstrom am Einschlagpunkt auf mehrere leitfähige Pfade, z.B. in einem System des äußeren Blitzschutzes mit mehreren Ableitungen oder in einer elektrischen Anlage, so erfolgt eine Aufteilung in Blitzteilströme. Der einwirkende Gesamtstrom teilt sich umgekehrt zu den Werten der Wellenwiderstände oder der Impedanzen in den Teilstrompfaden auf. Ein Blitzteilstromverlauf ist also vom Wellenwiderstand oder von der Impedanz in seinem Pfad, aber in Bezug zu den Impedanzen der anderen Pfade, abhängig.

Kleinere Blitzströme in elektrischen Anlagen können auch von fernen Blitzeinwirkungen oder von indirekten Blitzeinschlägen herrühren. Bei gestaffeltem Überspannungsschutz können an nachgeordneten Überspannungsschutzgeräten (Überspannungsableiter) ebenfalls Teilströme auftreten, wenn vorgeordnete Überspannungsschutzgeräte (Blitzstromableiter) den wesentlichen Anteil der Störenergie ableiten. Als repräsentative Stromform für diese Teil-Stoßströme wird in den Normen zumeist der schwingend abklingende Stoßstrom mit der Form $8/20 \mu\text{s}$ genutzt. Damit sollen auch die nicht aus Blitzvorgängen sondern aus Schaltvorgängen in elektrischen Anlagen herrührenden impulsförmigen Ströme mit erfasst werden.

2.5 Wirkungen der Blitzströme

2.5.1 Elektrische Wirkungen

Die physikalischen Erscheinungen, die infolge der impulsförmigen Blitzströme auftreten, werden eindeutig durch den gesamten zeitlichen Verlauf der Ströme bestimmt. Wenn es sich um Erscheinungen handelt, die mit dem elektrischen oder dem magnetischen Feld verknüpft sind, so folgen diese dem vorgegebenen Stromverlauf im Leiter ohne Verzögerung:

- Der Spannungsabfall über einem Widerstand ist, solange sich dieser nicht erwärmt, direkt proportional dem Stromverlauf $u(t) = R \cdot i(t)$.
- Die induzierte Spannung ist ein Abbild des zeitlich veränderlichen Stromes infolge des zeitlich veränderlichen magnetischen Feldes $u(t) = M \cdot di(t)/dt$.
- Der Verlauf der Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter folgt dem Quadrat der Stromaugenblickswerte $F(t) \sim i^2(t)$.

Die Maximalwerte dieser Größen werden direkt durch den Maximalwert des Stromes bestimmt. Sobald jedoch in den Leitern eine Wandlung der elektrischen Energie in thermische oder mechanische Energie stattfindet, tritt eine Verzögerung der Wirkung gegenüber der Ursache Stromverlauf ein. Die Reaktion der Leiter auf diesen Stromverlauf hängt sowohl hinsichtlich des Zeitverlaufes als auch der Größe entscheidend von den Eigenschaften der Leiter ab (Masse, Volumen, Gestalt, thermische und mechanische Kenngrößen).

2.5.2 Thermische Wirkung im stromdurchflossenen Leiter

Wenn ein Blitzstrom durch einen Leiter fließt und die Einwirkzeit des Stromes sehr kurz ist, kann die Erwärmung des Leiters als adiabatisch angesehen werden und die Temperaturerhöhung ist proportional dem Stromquadrat-Zeit-Integral (Joule-Integral; engl. Action Integral) $\Delta\theta \sim R \cdot \int_{\Delta t} i^2(t) dt$. Hierbei wirkt der zeitlich veränderliche Strom über den Zeitraum Δt ein.

Als Kenngröße für die adiabatische Erwärmung im Leiter kann deshalb die integrale Beschreibunggröße Spezifische Energie $SE = I^2 t = \int i^2(t) dt = W/R$ verwendet werden. Die Gültigkeit dieser Annahme ist auf einen sehr kurzen Zeitbereich beschränkt, da bereits mit dem Beginn der Temperaturerhöhung auch die Wärmeabfuhr einsetzt. Damit ist die Definition einer integralen Größe "Spezifische Energie" sinnvoll für die Erwärmung eines Leiters infolge von Erstblitz- und Folgeblitzstoßströmen, aber für Blitzlangzeitströme kaum mehr zutreffend.

2.5.3 Mechanische Wirkungen

Kräfte auf stromdurchflossene Leiter wirken in jedem Moment eines Stromverlaufes proportional zum Quadrat des momentanen Stromwertes. Bei der Einwirkung einer konstanten Kraft F über einen Zeitraum dt entsteht der Impuls (Kraftstoß) $dp = F \cdot dt$, der eine Geschwindigkeitsänderung dv einer Masse m hervorruft $dp = F \cdot dt = m \cdot dv$. Formal kann man mit $\Delta p = \int F \cdot dt = m \cdot \Delta v$ und wegen $F \sim i^2$ schreiben $\Delta p \sim \int i^2(t) dt = SE$ und damit den Impuls als proportional zur Stromquadrat-Zeit-Fläche bzw. zur Spezifischen Energie SE setzen. Dabei wird nicht berücksichtigt, dass für reale Blitzstoßströme eine deutliche Änderung der Kraft über der Zeit auftritt und damit auch eine Änderung des Impulses (Kraftstoß) über der Zeit.

Das größere Problem besteht jedoch darin, dass mit der Angabe der Integralgröße "Spezifische Energie" häufig keine Aussage über den Zeitverlauf des Stromes selbst getroffen wird. Mit einer Wellenform 10/350 μs können die Parameter-Kombinationen in der Norm nach **Tab. 2.1** für den Erstblitzstoßstrom erfüllt werden, wobei größere Toleranzen in der Stirnzeit zulässig sind. Tatsächlich ist die gleiche Spezifische Energie bei sehr unterschiedlichen Stromflussdauern erreichbar, wie es in **Abb. 2.7** veranschaulicht ist.

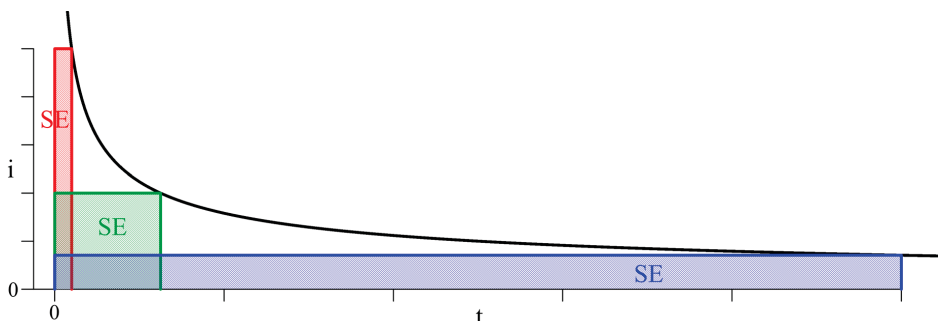


Abb. 2.7: Gleiche Spezifische Energie bei unterschiedlichen Stromflussdauern

Dies hat in der Vergangenheit zu groben Missverständnissen in der Anwendung der Normen geführt, wobei längere Stromflussdauern bei kleineren Stromwerten verwendet wurden. Die nachfolgende **Abb. 2.8** zeigt einige Beispiele von sehr unterschiedlichen Stromverläufen, die den gleichen Integralwert der Spezifischen Energie erfüllen.

In **Abb. 2.8** sind ein doppelt-exponentieller Impulsstrom der Form 10/350 μs mit $\hat{I} = 100$ kA, ein Sinushalbwellenstrom HW mit $f = 50$ Hz bzw. $T/2 = 10$ ms und $SE = \hat{I}^2 / (4 \cdot f)$ bzw. $\hat{I} = 2 \cdot \sqrt{f \cdot SE} = 22,4$ kA sowie ein Rechteckimpulsstrom RE mit $T = 25$ ms und $SE = I^2 \cdot T$ bzw. $I = \sqrt{SE/T} = 10$ kA dargestellt. Für jeden dieser 3 Stromverläufe ergibt sich der gleiche Endwert der Spezifischen Energie von $SE = 2500$ kA²s.

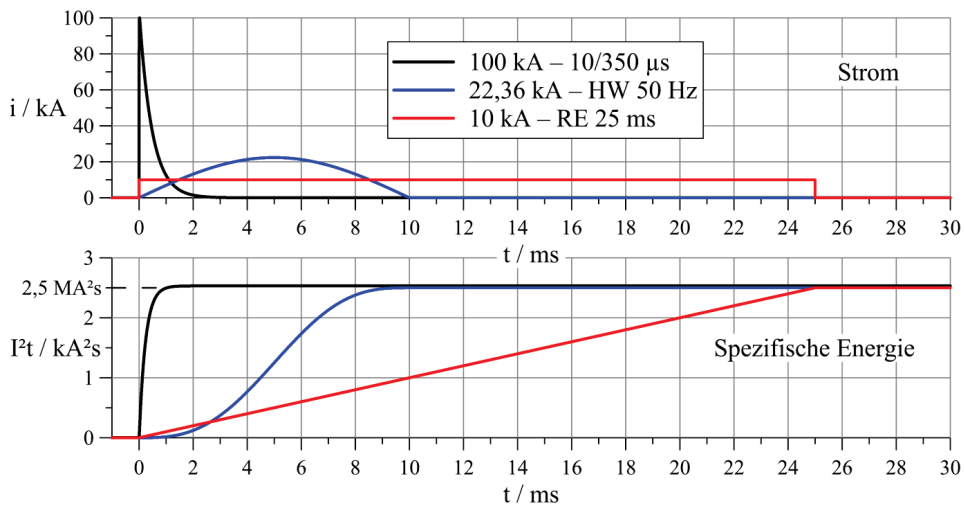


Abb. 2.8: Zeitverläufe von 3 verschiedenen Stromimpulsen und zugehörige Zeitverläufe der Spezifischen Energie bei gleicher Spezifischer Gesamtenergie

Die Beanspruchung eines mechanischen Systems durch Ströme, die die gleiche Spezifische Energie bei unterschiedlichen Zeitverläufen aufweisen, ist sehr verschieden. Schwingungsverhalten, mechanische Bewegung und Verformung werden nicht nur vom mechanischen System selbst, sondern auch vom Kraftverlauf und damit von der Stromform beeinflusst.

Das Anstoßen von mechanischen Bewegungen ist auch mit einem kurzen Stoß möglich. Wenn aber die Kraft wegen eines zu kleinen Stromes bzw. Stromscheitelwertes zu klein ist ($F \sim i^2$ bzw. $F_{\max} \sim I_{\max}^2$), dann wird das System keine mechanische Wirkung zeigen. [20]

Verschiedene Stromformen können, insbesondere wegen der unterschiedlichen Einwirkdauer der Kraft in Bezug auf das Eigenzeitverhalten von Systemen, zu verschiedenen Wirkungen führen [20]. Liegt die mechanische Zeitkonstante bzw. die Perioden- oder Schwingungsdauer einer Anordnung im Bereich der Zeitdauer des Stromimpulses, dann hat die Stromform, also der Zeitverlauf des Stromes, einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Bewegung oder die Verformung einer Anordnung. Für die Realisierung reproduzierbarer Beanspruchungen gehört zur Angabe der Spezifischen Energie und des Stromscheitelwertes der Zeitverlauf oder zumindest die Zeitform mit T_1/T_2 des Stromes dazu. Immerhin können bei Stromimpulsen mit vergleichbarer Dauer (Impulsbreite, Halbwertsbreite oder Rückenhalbwertszeit) auch vergleichbare mechanische Wirkungen erwartet werden.

Üblicherweise besitzen die stromführenden Teile des äußeren Blitzschutzes (Ableitungen und auch Potentialausgleichsverbindungen) von vornherein ausreichende Querschnitte, so dass die mechanische Festigkeit gewährleistet ist. Große Stromkräfte können aber in ungünstig verlegten Schleifen, Abzweigungen oder Ecken auftreten. Dabei kann es zum Aufweiten von Schleifen, zur Deformation von Leitern, zur Zerstörung von Halterungen und Stützern, und zur Verschiebung von Klemmen kommen. Diese werden besonders beansprucht, wobei gleichzeitig zu den mechanischen Kraftwirkungen an den Kontaktstellen eine beträchtliche Erwärmung und Lichtbogenwirkungen auftreten können. Da eine numerische Simulation dieser Effekte praktisch kaum realisierbar ist, wird diese Beanspruchung bei der Prüfung von Blitzschutzbauteilen nachgebildet.

Bei Prüfungen mit Stoßströmen nach Norm (z.B. [N3]) müssen die vorgegebenen Parameter \hat{I} , SE, Q und nicht eine bestimmte Stromform mit T_1/T_2 nachgewiesen werden. Zudem muss der Scheitelwert $\hat{I} = I_{\max}$ innerhalb von $50 \mu\text{s}$ erreicht und die Spezifische Energie $SE = W/R$ sowie die Ladung Q in 2 ms oder 10 ms einprägt werden. Sinnvoll ist es, den üblich genutzten Stromverlauf $10/350 \mu\text{s}$ anzuwenden.

Eine interne Kraftwirkung geht vom Blitzstromlichtbogen aus und äußert sich als axialer und radialer Lichtbogenendruck. Die radiale Druckwirkung ist nur in der nahen Umgebung des Lichtbogenkanals bedeutsam und nimmt etwa umgekehrt proportional zum Abstand ab. Die Amplitude der axialen Kraft des Lichtbogenplasmas auf die Fußpunktstelle ist proportional dem Quadrat der Stoßstromamplitude. Für $10/350\text{-}\mu\text{s}$ -Impulsströme wurde durch Labormessungen $F_{\max} \approx (0,07 \dots 0,12) \cdot \hat{I}^2$ mit F_{\max} in N und \hat{I} in kA gefunden [18], [19].

2.5.4 Thermische Wirkungen am Lichtbogenfußpunkt

Die hohe Temperatur des Lichtbogens führt am Fußpunkt auf Metalloberflächen zum Erwärmen und Schmelzen von Metallen. Das geschmolzene Volumen ist nur in grober Näherung proportional zur geflossenen Ladung. Detaillierte Untersuchungen zeigten, dass das Volumen nicht nur von der Schmelztemperatur, der Dichte, der spezifischen Schmelzwärme, der Dicke und der Oberflächenbeschaffenheit des Materials abhängt, sondern vor allem auch von der Stromstärke selbst, von der Einwirkzeit und der Polarität des Stromes [19].

Die Stromabhängigkeit lässt sich dadurch erklären, dass ein großer Anteil an Leistung für das Schmelzen über die Strahlung von der Lichtbogensäule zugeführt wird. Die Strahlungsleistung wird von der Temperatur des Lichtbogens und somit von der Stromstärke bestimmt. [19]

Eine gleiche geflossene Ladung Q nach **Abb. 2.9** kann an ein und demselben Prüfobjekt ganz unterschiedliche Wirkungen hervorrufen. Damit eine deutliche Schmelzwirkung auftritt, müssen zum einen eine ausreichende Zeit des Stromflusses und zum anderen ein ausreichend großer Strom für eine hohe Temperatur (des Lichtbogenfußpunktes und des Lichtbogenkanals) vorliegen.

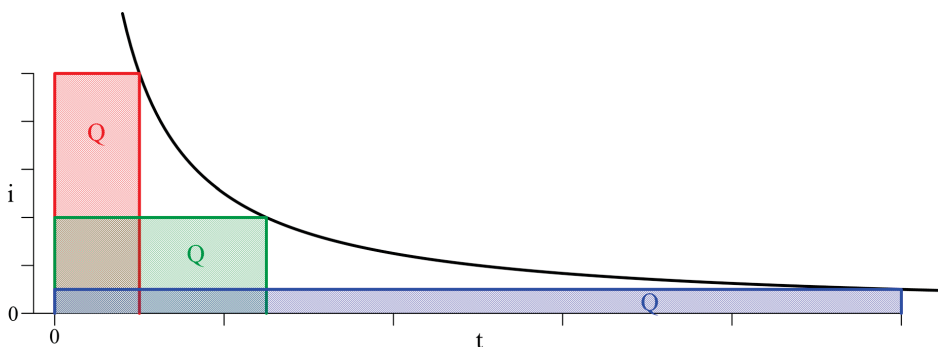


Abb. 2.9: Gleiche Ladung bei unterschiedlichen Stromflussdauern

Kleine Ströme und lange Stromflusszeiten (blau bzw. ganz rechts in **Abb. 2.9**) ergeben nur geringe Schmelzerscheinungen unmittelbar am Lichtbogenfußpunkt. Mit der langen Einwirkzeit stellt sich eine gute Wärmeabfuhr über das Elektrodenmaterial ein. Die kleine Lichtbogentemperatur aufgrund des kleinen Stromes erzeugt kein ausreichend großes Schmelzvolumen, das z.B. für die Perforation von Metallblechen vorhanden sein muss.

Liegen dagegen hohe Stromamplituden und kurze Stromflussdauern vor (rot bzw. ganz links in **Abb. 2.9**), dann treten großflächig verteilt punktuelle Schmelzerscheinungen auf. Aufgrund des hohen Stromes liegt ein diffuser Lichtbogen mit relativ großer Fußpunktfläche vor (bzw. eine Vielzahl paralleler Entladungskanäle und viele Einzelfußpunkte). Die Einwirkzeiten sind so kurz, dass trotz hoher Lichtbogentemperaturen nur viele kleine oberflächige Anschmelzpunkte (einige 10 µm tief), verteilt auf einer relativ großen Fläche, entstehen. Die thermische Wirkung bei Stoßstromlichtbögen ist deshalb zumindest auf trockenen, nicht beschichteten Metallblechen selbst bei großen geflossenen Ladungsmengen vernachlässigbar gering. [19]

Mit dem sehr vereinfachten Modell, dass die am Fußpunkt umgesetzte Energie sich aus $W = Q \cdot U_{A,K}$ ergibt ([9]), wobei $U_{A,K}$ die Anoden- oder Katoden-Fallspannung und Q die geflossene Ladung ist, werden die sehr komplexen physikalischen Vorgänge am Lichtbogenfußpunkt nicht ausreichend beschrieben.

Damit hat auch ein Vergleich der Ladungen des Blitzlangzeitstromes Q_L mit den Ladungen des Erstblitzstoßstromes Q_S hinsichtlich ihrer Wirkungen keine Bedeutung.

2.5.5 Induktionswirkungen

Die hohen Stromsteilheiten im Blitzkanal selbst oder in den Stromableitungen bewirken ein rasch veränderliches magnetisches Feld, dass in benachbarten Leiterschleifen die zeitlich veränderliche Spannung:

$$u_{\text{ind}}(t) = M \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (2.2)$$

induziert. Dabei ist M die Gegeninduktivität als Kopplung zwischen verursachendem blitzstromdurchflossenem Leiter und Leiterschleife ([22]).

Wird eine offene Leiterschleife aufgrund zu hoher Spannungen an einer Trennstrecke (Isolation) durchschlagen, dann entsteht über einen Lichtbogen eine Kurzschlusschleife. Der Kurzschlussstrom i_{ind} in der geschlossenen Schleife wird durch die mit Gleichung (2.2) berechenbare Spannung u_{ind} in der Schleife getrieben. Diese innere Spannung kann an der kurzgeschlossenen Schleife nicht mehr direkt gemessen werden. Der induzierte Kurzschlussstrom $i_{\text{ind}}(t)$ wird durch die Eigeninduktivität L und den Eigenwiderstand R der Schleife bestimmt und ist im Gegensatz zum verursachenden Blitzstrom $i(t)$ kein eingepprägter Strom. Folgende Differentialgleichung beschreibt den Zusammenhang an der kurzgeschlossenen Leiterschleife:

$$M \cdot \frac{di(t)}{dt} = R \cdot i_{\text{ind}}(t) + L \cdot \frac{di_{\text{ind}}(t)}{dt} \quad \text{mit } i_{\text{ind}}(0) = 0 \quad (2.3)$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung lautet:

$$i_{\text{ind}}(t) = \frac{M}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \int_{x=0}^{x=t} \frac{di(x)}{dx} \cdot e^{\frac{R}{L}x} dx \quad (2.4)$$

Wird ein doppelt-exponentieller Blitzstromverlauf $i(t)$ mit dem Scheitelwert I_{\max} zu Grunde gelegt, dann ergibt sich der Verlauf des induzierten $i_{\text{ind}}(t)$ Stromes zu:

$$i(t) = \frac{I_{\max}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right), \quad \frac{di(t)}{dt} = \frac{I_{\max}}{\eta} \cdot \left(\frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_2} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_1} \right) \quad (2.5)$$

$$i_{\text{ind}}(t) = \frac{I_{\max}}{\eta} \cdot \frac{M}{R} \cdot \left(\frac{e^{-\frac{R}{L}t} - e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_1 - \frac{L}{R}} - \frac{e^{-\frac{R}{L}t} - e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_2 - \frac{L}{R}} \right) \quad (2.6)$$

Der induzierte Stoßstrom $i_{\text{ind}}(t)$ besitzt einen zum verursachenden Blitzstrom $i(t)$ wesentlich kürzeren Rücken und ist oft nicht mehr unipolar ([21]). Real auftretende Stromformen sind sehr verschieden, für Prüfzwecke wurde die gedämpft schwingende Stromform 8/20 μs definiert.

Näherungsweise kann die Differentialgleichung (2.3) auch einfach integriert werden, wenn angenommen wird, dass die Zeitkonstante der Leiterschleife viel größer als die Stirnzeit des Blitzstromes ist: $\tau = L/R \gg T_1$. Dies ist praktisch dann der Fall, wenn eine sehr niederohmige Kurzschlusschleife vorliegt ($R \rightarrow 0$ und $\tau \rightarrow \infty$). Zugleich wird damit der kritischste mögliche Fall mit der größten Amplitude des induzierten Stoßstromes $I_{\text{ind,max}}$ beschrieben:

$$i_{\text{ind}}(t) = \frac{M}{L} \cdot i(t), \quad I_{\text{ind,max}} = \frac{M}{L} \cdot I_{\max} \quad (2.7)$$

Man sieht, dass für diesen Fall der induzierte Strom dem verursachenden Strom folgt. Einschränkung ist festzuhalten, dass die Gleichungen (2.7) nur eine grobe Abschätzung darstellen. Bei geringen Leiterquerschnitten, z.B. in informationstechnischen Schleifen, liegen merkbare ohmsche Widerstände vor, $I_{\text{ind,max}}$ ist dort wesentlich kleiner als nach (2.7) berechnet [21].

2.6 Wirkung der Blitzstromkomponenten

2.6.1 Erstblitzstoßströme

Die größten Maximalwerte I_{\max} der Blitzströme treten bei den positiven und negativen Erstblitzstoßströmen auf. Damit sind diese maßgebend für:

- die größten Spannungsanhebungen und
- die größten Kraftwirkungen.

Die Potentialanhebung an (Blitzschutz-)Erdungsanlagen wird durch die Spannung am Erdausbreitungswiderstand R_E bestimmt $U_{\max} = R_E \cdot I_{\max}$ und kann bei typischen Erdausbreitungswiderständen im Ω -Bereich einige 100 kV bis zu MV betragen. Die Höhe der Spannungswanderwellen beim Einschlag in eine (Frei-)Leitung ergibt sich mit dem Wellenwiderstand Z_W zu $U_{\max} = Z_W/2 \cdot I_{\max}$.

Die großen Erstblitzstoßströme mit ihrer vergleichsweise langen Dauer und den hohen Spezifischen Energien erzeugen:

- die größten thermischen Wirkungen in elektrischen Leitern.

Erstblitzstoßströme in Ableitungen mit normgerechten Querschnitten führen jedoch nicht zu gefährlichen Temperaturerhöhungen. Besondere Probleme können sich aber an Kontaktstellen (Klemmen, Verbinder) ergeben.

Dünne Drähte in Elektroinstallationen oder elektronischen Einrichtungen schmelzen, verdampfen oder explodieren (engl. "Exploding Wires") beim Fließen großer Blitzstoßströme. Verdampfendes Wasser führt zum Sprengen von Bäumen, Mauern und Gesteinen. Besonders hohe Durckstöße entstehen bei Entladungen unter Wasser (elektrohydraulischer Effekt). Um den Entladungskanal verdampft das Wasser explosionsartig und da das umgebende flüssige Wasser inkompressibel ist, pflanzt sich der Druckstoß mit hohem Scheitelwert fort.

Die thermischen Wirkungen der Erstblitzstoßstrom-Lichtbögen am Einschlagpunkt auf Metalloberflächen bleiben wegen der geringen Einwirkzeit und des diffusen Lichtbogenfußpunktes meist sehr gering.

2.6.2 Folgeblitzstoßströme

Negative Folgeblitzstoßströme haben wegen ihrer kleineren Scheitelwerte (vgl. **Tab. 2.2** mit **Tab. 2.1**) und kleinen Spezifischen Energien gegenüber Erststoßströmen geringere thermische und mechanische Wirkungen, ebenso bleiben die Spannungsabfälle an ohmschen Widerständen gering. Die **Tab. 2.4** enthält den Vergleich der Spezifischen Energien der drei Blitzstromkomponenten. (Die transportierte Ladung der Folgeblitzstoßströme ist nach **Tab. 2.2** ebenfalls gering.)

Tab. 2.4: Spezifische Energien normativer Blitzstromkomponenten ($\text{kA}^2\text{s} = \text{kJ}/\Omega$)

Schutzklasse		Erstblitzstoßstrom	Folgeblitzstoßstrom	Blitzlangzeitstrom
I		10000 kA^2s (1445 kA^2s)	180 kA^2s	80 kA^2s
II		5625 kA^2s (813 kA^2s)	101 kA^2s	45 kA^2s
III	IV	2500 kA^2s (361 kA^2s)	45 kA^2s	20 kA^2s

(Die Werte in Klammern gehören zum negativen Erstblitzstoßstrom mit der Form $1/200 \mu\text{s}$.)

Die größte zeitliche Änderung des Stromes di/dt , auch (Blitz-)Stromsteilheit genannt, tritt meist im Stirnbereich von (Blitz-)Impulsströmen auf. Im Spektralbereich können der Stirn von Erst- bzw. Folgeblitzstoßstrom Frequenzen von ca. 10 kHz bis wenige MHz zugeordnet werden (siehe auch Kapitel 4.2). Gegenüber den Erstblitzstoßströmen weisen die Folgeblitzstoßströme die höchsten Frequenzen und entsprechend **Tab. 2.5** die höchsten Stromsteilheiten bis 200 $\text{kA}/\mu\text{s}$ auf, wodurch in benachbarten Schleifen von Elektroinstallationen oder Signalleitungen hohe Überspannungen induziert werden. Spannungsamplituden bis in den MV-Bereich hinein können Isolationsdurchschläge verursachen. Damit treten Anteile von Blitzströmen in zu schützende Gebäude und Anlagen über oder es kann zu Kurzschlüssen in elektrischen Installationen kommen. Durch Überspannungen und Überströme werden angeschlossene Geräte zerstört oder als Folge Brände verursacht. Folgeblitzstoßströme bedingen somit:

- die größten Beeinflussungen elektrischer und elektronischer System aufgrund von Induktionswirkungen [9].

Nachfolgende **Tab. 2.5** zeigt den Vergleich der Steilheiten der Blitzstoßstromkomponenten.

Tab. 2.5: Werte normativer Blitzstromsteilheiten ([N2])

Schutz- klasse	mittlere Steilheit $\Delta i/\Delta t$		Berechnung der mittleren Stirnstromsteilheit:
	positiver Erstblitzstoßstrom 10/350 μs mit $T_1 = 10 \mu\text{s}$	Folgeblitzstoßstrom 0,25/100 μs mit $T_1 = 0,25 \mu\text{s}$	
I	200 kA/10 $\mu\text{s} = 20 \text{ kA}/\mu\text{s}$ (100 kA/1 $\mu\text{s} = 100 \text{ kA}/\mu\text{s}$)	50 kA/0,25 $\mu\text{s} = 200 \text{ kA}/\mu\text{s}$	$\frac{di}{dt} \rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{I_{\max}}{T_1}$ I_{\max} – Scheitelwert T_1 – Stirnzeit aus Impulsformdefinition
II	150 kA/10 $\mu\text{s} = 15 \text{ kA}/\mu\text{s}$ (75 kA/1 $\mu\text{s} = 75 \text{ kA}/\mu\text{s}$)	37,5 kA/0,25 $\mu\text{s} = 150 \text{ kA}/\mu\text{s}$	
III IV	100 kA/10 $\mu\text{s} = 10 \text{ kA}/\mu\text{s}$ (50 kA/1 $\mu\text{s} = 50 \text{ kA}/\mu\text{s}$)	25 kA/0,25 $\mu\text{s} = 100 \text{ kA}/\mu\text{s}$	

(Die Werte in Klammern gehören zum negativen Erstblitzstoßstrom 1/200 μs mit $T_1 = 1 \mu\text{s}$.)

Es ist zu erkennen, dass der Folgeblitzstoßstrom nur 1/4 der Amplitude, aber 1/40 der Stirnzeit T_1 vom positiven Erstblitzstoßstrom besitzt, so dass der Folgeblitzstoßstrom eine um den Faktor 10 höhere mittlere Stirnsteilheit $\Delta i/\Delta t$ aufweist. Mit nur der halben Amplitude und 1/10 der Stirnzeit im Vergleich zum positiven Erstblitzstoßstrom weist der negative Erstblitzstoßstrom eine beachtlich hohe mittlere Stirnsteilheit auf (Faktor 5).

2.6.3 Blitzlangzeitströme

Blitzlangzeitströme in Leitungen stellen wegen ihrer vergleichsweise geringen Stromwerte von einigen 100 A (**Tab. 2.3**) keine bemerkenswerten Beanspruchungen für diese dar, die thermischen und dynamischen Wirkungen sind sehr gering (nach **Tab. 2.4** kleine Spezifische Energien). Im Gegensatz dazu wird die Schmelzwirkung am Fußpunkt des Blitzstromlichtbogens im Wesentlichen durch den Blitzlangzeitstrom-Lichtbogen bestimmt. Blitzlangzeitströme sind maßgebend für:

- die größten thermischen Wirkungen am Einschlagpunkt des Blitzes bzw. an Lichtbogenfußpunkten im Blitzstrompfad [9].

Es treten Ausschmelzungen an Blitzfangeinrichtungen sowie Ausschmelzungen bis hin zu Perforationen an Metallblechelementen von Dächern und Fassaden auf. Schwerwiegende Folge bei Blitzeinwirkungen können Brandschäden an Gebäuden durch Abtropfen von heißem schmelzflüssigem Metall auf brennbares Material sein. Ein (Folge-)Blitzstoßstrom, der in einen Blitzlangzeitstrom eingelagert ist oder diesem nachfolgt, kann durch den enormen Lichtbogendruck am Fußpunkt aufgeschmolzenes Material verspritzen und entstandene Löcher vergrößern.

Besondere Gefährdungen bestehen bei Durchlöcherung der Wandbleche von Brennstofftanks oder Flugzeugen. An Erd- und Leiterseilen zur Übertragung elektrischer Energie kann der Blitzstromlichtbogen ein Durchschmelzen der äußeren Einzeldrahtlagen bewirken (Aufspringen), wodurch die mechanische Festigkeit verringert wird oder eine u.U. mitgeführte Signalübertragung mit Lichtwellenleitern gestört sein kann. Aufspringende Einzeldrähte können den Abstand zwischen den Seilen verringern und damit Erd- oder Kurzschlüsse hervorrufen. Auch in der Natur hinterlassen insbesondere die Langzeitströme Schmelzspuren auf Gesteinsoberflächen oder glasartig geschmolzene Röhren im Sand, ähnlich einer Schmelzraupe in einer Schmelzsicherung, die als Fulgurite bezeichnet werden (lat. fulgur, dt. Blitz) [17].

2.7 Literatur

- [8] Berger, K.: Gewitterforschung auf dem Monte San Salvatore, Elektrotechnische Zeitschrift (ETZ), Ausgabe A, Vol. 82, No. 8, 10. April 1961, S. 249 – 260
- [9] Hasse, P.; Wiesinger, J.; Zischank, W.: Handbuch für Blitzschutz und Erdung, 5. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2006, ISBN: 3-7905-0931-0, S. 19 – 27, S. 60 – 67, S. 79 – 99, S. 129 – 130
- [10] Hasse, P.: Der Weg zum modernen Blitzschutz, Von der Mythologie zum EMV-orientierten Blitz-Schutzzonen-Konzept, Geschichte der Elektrotechnik 20, VDE Verlag GMBH, Berlin / Offenbach, 2004, ISBN: 3-8007-2844-3, S. 23 – 31
- [11] Rakov, V.A.; Uman, M.A.: Lightning, Physics and Effects, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Port Melbourne, Madrid, Cape Town, 2003, ISBN: 0-521-58327-6; p. 215, Fig. 5.1; p. 144, Fig. 4.33; p. 176, Fig. 4.52
- [12] Betz, H.D.; Schumann, U.; Laroche, P.: Lightning: Principles, Instruments and Applications: Review of Modern Lightning Research, Springer, 2009, ISBN: 978-4020-9078-3; p. 6, Fig. 1.2;
- [13] Baatz, H.: Mechanismus der Gewitter und Blitze, 2. Auflage, VDE-Schriftenreihe 34, VDE-Verlag, Berlin, 1985, ISBN: 3-8007-1433-7
- [14] Noack, F.: Einführung in die elektrische Energietechnik, Hanser Fachbuchverlag, Fachbuchverlag Leipzig, 2002, ISBN: 3-446-21527-1
- [15] Heidler, F.; Stimper, K.: Blitz und Blitzschutz; Grundlagen der Normenreihe VDE 0185, Entstehung von Gewittern, Blitzortungssysteme, Blitzströme und ihre Wirkungen, Schutz von Gebäuden und elektrischen Anlagen, Generatoren für die Stromprüfung; VDE-Schriftenreihe Normen verständlich 128, VDE Verlag GmbH, Berlin, Offenbach, Juli 2009, ISBN: 978-3-8007-2974-6, S. 101 – 113
- [16] Hasse, P.; Landers, E.U.; Wiesinger, J.; Zahlmann, P.: EMV – Blitzschutz von elektrischen und elektronischen Systemen in baulichen Anlagen; Risiko-Management, Planen und Ausführen nach den neuen Normen der Reihe VDE 0185-305; 2. Auflage, VDE-Schriftenreihe Normen verständlich 185, VDE Verlag GmbH, Berlin, Offenbach, September 2007, ISBN: 978-3-8007-3001-8
- [17] Schönauf, J.; Brocke, R.; Noack, F.: The Effect of Lightning Flashes on Rocks, Sand and Crystals in the Ground, Topic 5, 24th International Conference on Lightning Protection (ICLP), Birmingham, 1998, Conference Proceedings, pp. 495 – 500
- [18] Mützel, T.: Blitzstromwirkungen auf Bleche durch verkoppelte Blitzstoß- und Blitzlangzeitströme, Diplomarbeit, Technische Universität Ilmenau, Oktober 2003
- [19] González-Niño, D.A.: Die Wirkung von Blitzstrom-Lichtbögen auf Bleche, Dissertation, Technische Universität Ilmenau, Januar 2006, ISBN: 3-00-018371-X
- [20] Noack, F.; Schönauf, J.: Electrodynamic and thermal stresses of lightning conductors and connection components, 23rd International Conference on Lightning Protection (ICLP), Florenz, Italy, 23. – 27. September 1996, Conference Proceedings, pp. 501 – 506
- [21] Schönauf, J.: Die Einkopplung transientser Störgrößen bei direkten Blitzentladungen, Poster P4.1, CE-LAB GmbH, Ilmenau, Deutschland, 5. VDE/ABB-Blitzschutztagung, Neu-Ulm, 13. – 14. November 2003, VDE-Fachbericht 60, S. 283 – 294
- [22] Schönauf, J.: Überspannungsschutz – wichtiger Sicherheitsaspekt im LAN, Poster, 6. VDE/ABB-Blitzschutztagung, Neu-Ulm, 10. – 11. November 2005, VDE-Fachbericht 62, S. 169 – 174
- [23] Diendorfer, G.; Mair, M.; Pichler, H.: Blitzstrommessung am Sender Gaisberg, Schriftenreihe der Forschung im Verbund, Band 89, Österreichische Elektrizitätswirtschaft-Aktiengesellschaft (Verbundgesellschaft), Wien, Juni 2005, ISBN: 3-9501944-2-8

- [N2] DIN EN 62305-1 (VDE 0185-305-1): Blitzschutz – Teil 1: Allgemeine Grundsätze, Oktober 2006, Anhang A (informativ): Parameter des Blitzstroms, S. 28; Anhang B (informativ): Zeitfunktionen des Blitzstroms für Analyse Zwecke, S. 36 – 39; Anhang D (informativ): Prüfparameter für die Nachbildung von Blitzwirkungen auf LPS-Komponenten, S. 44 – 57
- [N3] DIN EN 50164-1 (VDE 0185-201): Blitzschutzbauteile – Teil 1: Anforderungen an Verbindungsbauteile, März 2009

3 Bedeutung der Simulation von Blitzstromkomponenten mit Prüfgeneratoren

3.1 Nachbildung der Wirkungen von Blitzströmen

Mit der Nachbildung von Blitzströmen sollen vor allem die Wirkungen der Blitzströme nachgebildet werden. Die Bedrohungen und Wirkungen von Blitzstromkomponenten sind in Kapitel 2 kurz beschrieben. Zusammengefasst sind dies:

- galvanische Wirkungen: Spannungsabfall an Erdungsanlage und Potentialanhebung durch den Erstblitzstoßstrom
- thermische Wirkungen: Erwärmung blitzstromdurchflossener Leiter durch den Erstblitzstoßstrom; Vorgänge am Lichtbogenfußpunkt durch den Blitzlangzeitstrom
- dynamische Wirkungen: Kraftimpuls bzw. Kraftstoß auf blitzstromdurchflossene Leiter durch den Erstblitzstoßstrom
- induktive Wirkungen: Induktion von Spannungen und Strömen in Schleifenanordnungen durch das magnetische Feld von Folge- oder auch Erstblitzstoßstrom

Ausgehend von den bekannten Wirkungen sind Prüfungen an Blitzschutzbauteilen, Überspannungsschutzeinrichtungen und Installationskomponenten oder ganzen Anlagen zum Nachweis der Festigkeit durchzuführen. Dazu zählen z.B. die Prüfung ausreichend stromtragfähiger Erdungsverbindungen, die Prüfung der mechanischen Festigkeit von Ableitungen sowie von Klemmen und Verbindern, das Nachweisen des Ableitvermögens und des Schutzpegels von Blitz- und Überspannungsableitern, Untersuchungen zu ausreichenden Dicken von Blechen für den Einsatz als natürliche Komponenten in Blitzschutzanlagen oder die Überprüfung von Trennungsabständen mit Hilfe von Grundanordnungen im Labor.

3.2 Prüfung von Ableitern mit Blitzimpulsströmen und Stoßströmen

Die Simulation von Blitzimpulsvorgängen im Labor ist erforderlich, um das definierte Ansprechen von Überspannungsableitern und das sichere Ableiten von Stoßströmen zu prüfen. Dabei werden die Ableiter mit "Erstblitzstoßströmen" der Form $10/350\text{ }\mu\text{s}$ (Blitzteilströme) oder mit Stoßströmen der Form $8/20\text{ }\mu\text{s}$ beaufschlagt. Hinzu kommt die kombinierte Prüfung mit Impulsspannung und -strom (combination wave). Die vorgenannten elektrischen Prüfbeanspruchungen werden vorrangig bei Ableitern für Niederspannungs-Anlagen angewendet.

Bei der Prüfung von Trennfunkstrecken, Verbindern und Blitzstromableitern wurden früher auch die Stromimpulsformen $10/50\text{ }\mu\text{s}$ (etwa aperiodischer Grenzfall, [N4], [25]), (netzfrequente) Sinushalbwelle ([25]) und $8/80\text{ }\mu\text{s}$ eingesetzt. Die Beanspruchung bestand bei dem Prüfverfahren für Trennfunkstrecken und Verbinder aus der Kombination von unipolarem Stoßstrom und sich unmittelbar anschließendem Langstrom (sinusförmiger Halbwellenstrom mit Halbwelldauer 8 ms bis 10 ms) [25].

Bei Hochspannungs-Ableitern kommen zum Teil andere Stromformen, wie Langwellen- bzw. Rechteckstoßstrom ($2000\text{ }\mu\text{s}$ bis $3200\text{ }\mu\text{s}$ [24]), Hochstoßstrom ($4/10\text{ }\mu\text{s}$ [24]), Steilstoßstrom ($1/2\text{ }\mu\text{s}$ [24]) oder Schaltstoßstrom ($30/70\text{ }\mu\text{s}$ [24]) bei Prüfungen zur Anwendung.

3.3 Anforderungen an die Nachbildung von Impulsströmen

Die grundlegende Anforderung an die Nachbildung von Impulsströmen mit Laborgeneratoren besteht darin, reproduzierbar gleiche Stromformen unter Einhaltung vorgegebener Toleranzen zu realisieren [25] (**Tab. 3.1**).

Tab. 3.1: Toleranzen der Prüfparameter von Blitzströmen bei der Nachbildung im Labor

Blitzstromkomponente	Prüfparameter	Toleranz	Gefährdungspegel / Schutzklasse			
			I	II	III	IV
Erstblitzstoßstrom	Scheitelwert I_{\max}	$\pm 10 \%$	200 kA ± 20 kA = 180 kA ... 220 kA	150 kA ± 15 kA = 135 kA ... 165 kA	100 kA ± 10 kA = 90 kA ... 110 kA	
	Ladung Q_{short}	$\pm 20 \%$	100 C ± 20 C = 80 C ... 120 C	75 C ± 15 C = 60 C ... 90 C	50 C ± 10 C = 40 C ... 60 C	
	Spez. Energie W/R	$\pm 35 \%$	10000 kA²s ± 3500 kA²s = 6500 kA²s ... 13500 kA²s	5625 kA²s ± 1969 kA²s = 3656 kA²s ... 7594 kA²s	2500 kA²s ± 875 kA²s = 1625 kA²s ... 3375 kA²s	
	Stirnzeit T_1	$\pm 20 \%$	10 µs ± 2 µs = 8 µs ... 12 µs			
Folgeblickstoßstrom	Scheitelwert I_{\max}	$\pm 10 \%$	50 kA ± 5 kA = 45 kA ... 55 kA	37,5 kA $\pm 3,8$ kA = 33,8 kA ... 41,2 kA	25 kA $\pm 2,5$ kA = 22,5 kA ... 27,5 kA	
	Stirnzeit T_1	$\pm 20 \%$	0,25 µs $\pm 0,05$ µs = 0,20 µs ... 0,30 µs			
Blitzlangzeitstrom	Ladung Q_{long}	$\pm 20 \%$	200 C ± 40 C = 160 C ... 240 C	150 C ± 30 C = 120 C ... 180 C	100 C ± 20 C = 80 C ... 120 C	
	Dauer T_{long}	$\pm 10 \%$	0,5 s $\pm 0,05$ s = 0,45 s ... 0,55 s			

Im Speziellen müssen diese Anforderungen bei der Anwendung an verschiedenartigen Prüfobjekten eingehalten werden, wobei in der Regel eine Anpassung der Generatoren an die Prüfobjekte und die Prüfaufbauten vorgenommen werden muss.

3.4 Impulsstromerzeugung mit kapazitivem primären Energiespeicher

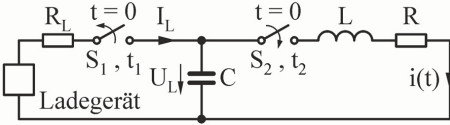
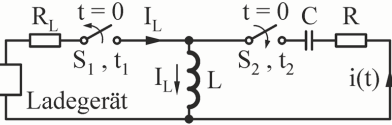
Energiespeicher für die Erzeugung von schnell ansteigenden Impulsströmen müssen die Eigenschaft besitzen, die gespeicherte Energie schnell abzugeben, d.h. schnell in einen elektrischen Strom umzuwandeln, der an ihren Klemmen abgenommen werden kann.

Vorrangig werden kapazitive Speicher, also Kondensatoren, als primärer Energiespeicher in Stoßkreisen eingesetzt. Meist werden einige bis viele Kondensatoren parallel zu einer Kondensatorbatterie zusammengeschaltet, um die erforderlichen großen Kapazitätswerte (bei zugleich hohen Ladespannungen) zu erreichen. [26]

Ein Energiespeicher wird hier als "primär" bezeichnet, wenn dieser zum Start ($t = 0$) des Impuls(strom)vorganges aufgeladen ist. Sekundäre Energiespeicher, wie die der Impulsformung dienenden Induktivitäten oder auch Kapazitäten, sind bei Impulsbeginn i.d.R. energielos. In **Tab. 3.2** wird der (einfache) Stoßkreis mit primärem kapazitivem Energiespeicher dem Stoßkreis mit primärem induktivem Energiespeicher gegenüber gestellt. Als induktiver Energiespeicher dienen (lineare) Spulen.

Beide primäre Energiespeicher haben Vor- und Nachteile, die je nach Einsatzfall abzuwägen sind. Wie oben erwähnt sind primäre kapazitive Energiespeicher weit verbreitet, da die entsprechende Anlagentechnik gut beherrscht wird und die Anlagen vergleichsweise wirtschaftlich sind. Nur bei extremen Anforderungen, wie große Energieumsätze und sehr hohe Stromamplituden, oder dem Aufbau mobiler Generatoren muss auf primäre induktive Energiespeicher zurückgegriffen werden [28], [29], [30], [31], [32].

Tab. 3.2: Vergleich von Kreisen mit primärem kapazitiven und primärem induktiven Energiespeicher [27]

Primärer kapazitiver Energiespeicher C	Primärer induktiver Energiespeicher L
 <p>C ist Spannungsquelle</p>	 <p>L ist Stromquelle</p>
Vorteile	Vorteile
<ul style="list-style-type: none"> - Ausschalten von S_1 bei t_1 kann vor Zuschalten von S_2 bei t_2 erfolgen → Ausschaltcharakteristik von S_1 beeinflusst $i(t)$ nicht ($t_1 < t_2$ bzw. $t_1 \ll t_2$) - S_1 kann stromlos nach Aufladevorgang ausgeschaltet werden (bei großem Ladewiderstand R_L kann auf S_1 auch ganz verzichtet werden) - S_2 nur Draufscharter, der zu beliebigem Zeitpunkt nach Ladevorgang zuschaltet - parallele Aufladung mehrerer Kapazitäten und serielle Entladung möglich ($\dot{U} \uparrow$, Marx) - Ladewiderstand begrenzt den Ladestrom I_L - bei großem Ladewiderstand R_L (einige 100 kΩ) realisiert R_L auch die Entkopplung zwischen (Konstantstrom-)Ladegerät und Stoßkreis während des Impulsstromes 	<ul style="list-style-type: none"> - hohe Energiedichte in Spulen bzw. im magnetischen Feld - serielle Aufladung mehrerer Induktivitäten und parallele Entladung möglich ($\dot{I} \uparrow$, XRAM)
Nachteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none"> - geringe Energiedichte in Kondensatoren bzw. im elektrischen Feld - große Kapazitätswerte erforderlich 	<ul style="list-style-type: none"> - aufwendige Schalttechnik notwendig - synchrones Schalten von S_1 und S_2 erforderlich ($t_1 = t_2$) - Ausschaltcharakteristik von S_1 beeinflusst Stromverlauf $i(t)$ - Stromscheitel von $i(t)$ ist gleich dem Ladestrom I_L und demzufolge nicht größer als I_L - kleiner (serieller) Ladewiderstand notwendig

3.5 Literatur

- [24] Hinrichsen, V.: Metalloxid-Ableiter, Grundlagen, SIEMENS AG – EV HBA, Berlin, September 2000, S.43, S. 90, S. 101, S. 106
- [25] Hasse, P.; Wiesinger, J.: Handbuch für Blitzschutz und Erdung, 1. Auflage, Pflaum Verlag, München, VDE-Verlag, Berlin, 1977, ISBN: 3-7905-0273-1 (Richard Pflaum Verlag), ISBN: 3-8007-1136-2 (VDE-Verlag), 8. Prüfverfahren für Blitzableiterbauteile, S. 108 – 117
- [26] Winkler, R.: Hochgeschwindigkeitsbearbeitung, Grundlagen und technische Anwendung elektrisch erzeugter Schockwellen und Impulsmagnetfelder, Verlag Technik Berlin, 1973
- [27] Kempen, St.: Kennlinienbasierter Entwurf von Überspannungsschutzgeräten für Niederspannung, Dissertation Universität Dortmund, D290, Reihe: Elektrotechnik, Shaker Verlag Aachen, September 2007, ISBN: 978-3-8322-6541-0
- [28] Altgilbers, L.L.; Brown, M.D.J.; Grishnaev, I.; Novac, B.M.; Smith, I.R.; Tkach, I.; Tkach, Yu.: Magnetocumulative Generators, Springer-Verlag, New York / Berlin / Heidelberg, 2000, ISBN: 0-387-98786-X
- [29] Neuber, A.A. (Ed.): Explosively Driven Pulsed Power, Helical Magnetic Flux Compression Generators (Power Systems), 1. Auflage, Springer-Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, Juli 2005, ISBN: 3-540-26051-X
- [30] Mesyats, G.A.: Pulsed Power, Kluwer Academic / Plenum Publishers, New York / Boston / Dordrecht / London / Moscow, 2005, ISBN: 0-306-48653-9, ISBN: 0-306-48654-7
- [31] Boriskin, A.S.; Vilkov, Yu.V.; Demidov, V.A.; Dimant, E.M.; Zolotov, V.A.; Kazakov, S.A.; Kravchenko, A.S.; Selemir, V.D.; Yurizhev, A.S.: Magnetocumulative Generators As Power Sources of High-power High-voltage Energy Pulses for Lightning Discharge Simulation, 12th IEEE International Pulsed Power Conference, Vol. 1, 1999, pp. 347 – 350
- [32] Chernykh, E.V.; Fortov, V.E.; Gorbachev, K.V.; Kujekin, I.P.; Nesterov, E.V.; Stroganov, V.A.; Karpoushin, Yu.A.; Shourupov, A.V.: Energy Conversion Efficiency of MCG-based Lightning Simulators, 8th International Conference on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics, Tallahassee, Florida, USA, 18. – 23. October 1998, pp. 468 – 471

- [N4] DIN 48810: Blitzschutzanlage – Verbindungsbauteile und Trennfunkstrecke: Anforderungen, Prüfungen, August 1986

4 Mathematische Formulierung der Blitz- und Generatorströme

Die Notwendigkeit der mathematischen Formulierung der Blitzströme und der Generatorströme (Prüfströme) resultiert aus dem Wunsch einer möglichst einheitlichen und einfachen Beschreibung der natürlichen und der künstlichen elektrischen Ströme. Hier wird unterstellt, dass der elektrische Strom die entscheidende Größe für die zu betrachtenden Wirkungen, insbesondere aus dem Umfeld von Blitzvorgängen und beim Blitzschutz, darstellt (siehe Kapitel 2).

Zudem können mit den formulierten Zeitfunktionen der Ströme mathematische Simulationen, analytisch oder numerisch, für verschiedenste Effekte, vor allem elektrischer, mechanischer und thermischer Natur, durchgeführt werden.

4.1 Kennwerte des aperiodischen Impulsstromes der Form 10/350 µs

Zur Untersuchung wird der einfache mathematische Impulsstromverlauf in doppelt-exponentieller Darstellung herangezogen (siehe A1 und A4):

$$i(t) = \frac{\hat{i}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right), \quad i(0) = 0 \quad (4.1)$$

$$i'(0) = \frac{\hat{i}}{\eta} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right), \quad i''(0) = \frac{\hat{i}}{\eta} \cdot \left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau_2^2} \right)$$

Die Form des 10/350-µs-Impulsstromes wird durch die zwei technischen Zeitparameter Stirnzeit $T_1 = t_s = 10 \mu\text{s}$ und Rückenhalbwertszeit $T_2 = t_R = 350 \mu\text{s}$ festgelegt (siehe A3).

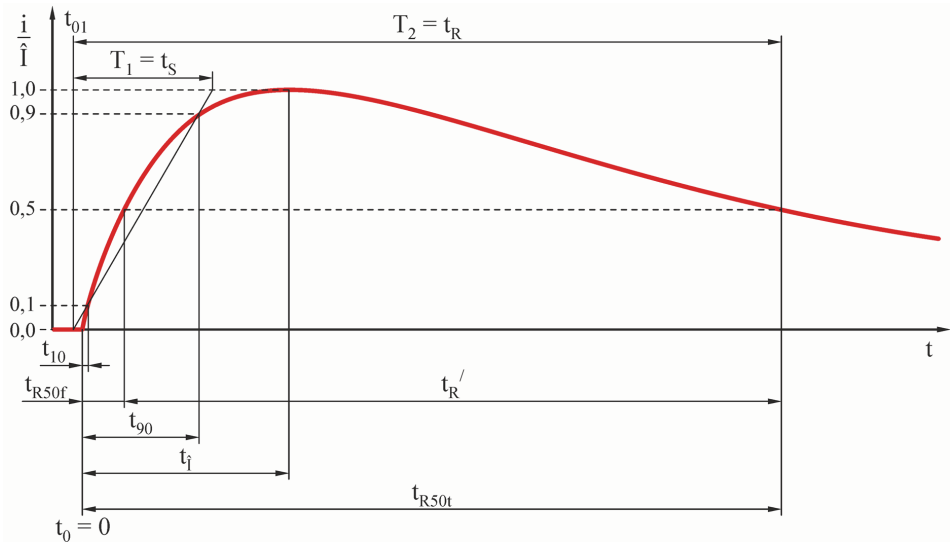


Abb. 4.1: Schematischer Impulsstromverlauf 10/350 µs mit Zeitkennwerten

Um den Stromverlauf darzustellen, sind die Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 sowie der virtuelle Strombeginn t_{01} gesucht. Mit der Stirnzeit $T_1 = t_a/0,8 = 1,25 \cdot t_a = 1,25 \cdot (t_{90} - t_{10})$ kann man angeben:

$$\frac{1}{10} \cdot \hat{I} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t_{10}}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_{10}}{\tau_2}} \right) \quad \text{und} \quad \frac{9}{10} \cdot \hat{I} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t_{90}}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_{90}}{\tau_2}} \right) \quad (4.2)$$

Die Zeitdauer $t_R' = t_{R50t} - t_{R50f}$ ist die Impulsbreite bei halbem Scheitelwert ($t_R' \triangleq t_{FWHM} - \underline{\text{Full Width at Half Maximum}}$):

$$\frac{1}{2} \cdot \hat{I} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t_{R50t}}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_{R50t}}{\tau_2}} \right) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t_{R50f}}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_{R50f}}{\tau_2}} \right) \quad (4.3)$$

Mit der Rückenhalbwertszeit T_2 folgt annähernd:

$$t_R' \approx T_2 - \frac{1}{2} \cdot T_1 \quad (4.4)$$

Für den 10/350- μs -Impuls und weitere oft gebrauchte Impulsformen sind in **Tab. 4.1** die Impulsbreiten ($t_R' = t_{FWHM}$) angegeben.

Tab. 4.1: Impulsbreiten für ausgewählte aperiodische Impulsformen T_1/T_2 bei 10%-90%-50%-Impulsdefinition

$t_s = T_1/t_R = T_2$	T_2/T_1	τ_1 in μs	τ_2 in μs	t_{R50f} in μs	t_{R50t} in μs	t_R' in μs
10/350 μs	35	470,107	4,064	2,667	349,410	346,743
1/200 μs	200	284,328	0,374	0,256	199,939	199,683
0,25/100 μs	400	143,134	0,092	0,064	99,985	99,921
8/80 μs ([N6])	10	90,163	3,981	2,301	79,561	77,261
10/50 μs ([N6])	5	39,329	6,980	3,106	49,501	46,396
10/1000 μs	100	1403,694	3,816	2,589	999,395	996,807
10/700 μs	70	972,389	3,877	2,609	699,399	696,790

Hierbei ist festzuhalten, dass sich t_{10} , t_{90} , t_{R50f} und t_{R50t} (sowie t_i) auf den wirklichen Strombeginn bei $t = t_0 = 0$ und die Zeitparameter T_1 und T_2 auf den virtuellen Strombeginn bei $t = t_{01}$ beziehen (**Abb. 4.1**). Zwischen diesen Zeiten bestehen die Zusammenhänge:

$$T_1 = \frac{5}{4} \cdot (t_{90} - t_{10}) \quad , \quad t_{01} = \frac{1}{8} \cdot (9 \cdot t_{10} - t_{90}) \quad , \quad t_{R50t} = T_2 + t_{01} \quad (4.5)$$

$$t_{10} = \frac{1}{10} \cdot T_1 + t_{01} \quad \text{und} \quad t_{90} = \frac{9}{10} \cdot T_1 + t_{01}$$

Für die Berechnung der gesuchten Größen τ_1 , τ_2 und t_{01} entsteht das folgende stark nicht-lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{10} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) &= e^{-\frac{1}{\tau_1} \left(\frac{1}{10} T_1 + t_{01} \right)} - e^{-\frac{1}{\tau_2} \left(\frac{1}{10} T_1 + t_{01} \right)} \\
\frac{9}{10} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) &= e^{-\frac{1}{\tau_1} \left(\frac{9}{10} T_1 + t_{01} \right)} - e^{-\frac{1}{\tau_2} \left(\frac{9}{10} T_1 + t_{01} \right)} \\
\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) &= e^{-\frac{1}{\tau_1} (T_2 + t_{01})} - e^{-\frac{1}{\tau_2} (T_2 + t_{01})}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Dieses Gleichungssystem kann nur iterativ gelöst werden und ergibt für $T_1 = 10 \mu\text{s}$ sowie $T_2 = 350 \mu\text{s}$:

$$\begin{array}{lll}
\tau_1 \approx 470 \mu\text{s} & \tau_2 \approx 4,1 \mu\text{s} & t_{01} \approx -0,59 \mu\text{s} \\
t_{10} \approx 0,41 \mu\text{s} & t_{90} \approx 8,4 \mu\text{s} & t_{50} \approx 349,4 \mu\text{s}
\end{array}$$

Weiter lässt sich das Zeitkonstantenverhältnis angeben:

$$a = \frac{\tau_2}{\tau_1} \approx 0,00865 \quad , \quad b = \frac{1}{a} = \frac{\tau_1}{\tau_2} \approx 115,7 \tag{4.7}$$

Durch Nullsetzen der 1. zeitlichen Ableitung:

$$\frac{di}{dt} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(-\frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_1} + \frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_2} \right) \quad , \quad -\frac{e^{-\frac{t_i}{\tau_1}}}{\tau_1} + \frac{e^{-\frac{t_i}{\tau_2}}}{\tau_2} = 0 \tag{4.8}$$

erhält man den Zeitpunkt des Scheitelwertes in Bezug auf den wirklichen Strombeginn $t = t_0 = 0$:

$$t_i = \frac{\ln\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}} = \ln\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right) \cdot \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \approx 19,5 \mu\text{s} \tag{4.9}$$

Durch Einsetzen der Scheitelzeit t_i in die Zeitfunktion kann der Stromausnutzungsfaktor ermittelt werden:

$$\begin{aligned}
\eta &= e^{\frac{\ln\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} - e^{\frac{\ln\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)}{\frac{\tau_2}{\tau_1}-1}} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} - \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{\frac{\tau_2}{\tau_1}-1}} = \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{\frac{\tau_1}{\tau_2}-1}} - \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_2}{\tau_1}}} \\
\eta &= \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_2}{\tau_1}}} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1 \right) = a^{\frac{1}{1-a}} - a^{\frac{1}{1-a}} = a^{\frac{1}{1-a}} \cdot \left(\frac{1}{a} - 1 \right) \quad \text{mit} \quad a = \frac{\tau_2}{\tau_1}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

$$\eta = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{\tau_1}{\tau_2}}\right) = b^{\frac{1}{1-b}} \cdot \left(1 - \frac{1}{b}\right) \quad \text{mit} \quad b = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{1}{a}$$

$$\eta = (\tau_1 - \tau_2) \cdot \left(\frac{\tau_1^{\tau_1}}{\tau_2^{\tau_2}}\right)^{\frac{1}{\tau_2 - \tau_1}} = \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right) \cdot \left(\frac{\tau_1^{\tau_2}}{\tau_2^{\tau_1}}\right)^{\frac{1}{\tau_2 - \tau_1}}, \quad \eta \approx 0,951$$

Der maximale Stromanstieg tritt immer beim Strombeginn bei $t = 0$ auf:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} = \left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right) = \hat{I} \cdot \frac{1}{\tau_2} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{\tau_2-1}} = \hat{I} \cdot \frac{1}{\tau_1} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} \quad (4.11)$$

Der Zeitverlauf $i(t)$ besitzt im Rücken einen Wendepunkt, der anhand der 2. zeitlichen Ableitung, wieder durch Nullsetzen, bestimmt werden kann:

$$\frac{d^2i}{dt^2} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_1^2} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_2^2} \right), \quad \frac{e^{-\frac{t_w}{\tau_1}}}{\tau_1^2} - \frac{e^{-\frac{t_w}{\tau_2}}}{\tau_2^2} = 0 \quad (4.12)$$

Am Wendepunkt, kurz nach dem Scheitel, ist die 1. Ableitung negativ und weist ein Minimum auf. In Bezug auf den wirklichen Strombeginn $t = t_0 = 0$ liegt der Wendepunkt bei:

$$t_w = \frac{2 \cdot \ln\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}} = 2 \cdot t_i \approx 39 \mu\text{s} \quad (4.13)$$

Der bezogene Stromwert lautet für den Wendepunkt:

$$\frac{i(t_w)}{\hat{I}} = \frac{1}{\eta} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{2}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot \left(1 - \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2\right) = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot \left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1}\right)$$

$$= b^{\frac{1}{1-b}} \cdot \left(1 + \frac{1}{b}\right) \approx 0,968 \quad (4.14)$$

Weitere wichtige Kennwerte eines Stromimpulses sind die Impulsladung Q und das Stromquadratintegral I^2t . Die geflossene elektrische Ladung Q_1 berechnet sich allgemein über den Zeitraum vom Beginn des Stromflusses bei $t = t_0 = 0$ bis zum Zeitpunkt $t = t_1 > 0$ (**Abb. 4.2**):

$$Q_1 = \int_0^{t_1} i(t) dt = \int_0^{t_1} \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\tau_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_1}}\right) - \tau_2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_2}}\right) \right) \quad (4.15)$$

Die Ladung des gesamten Stromimpulses Q_{Ges} ergibt sich wieder bei $t_1 \rightarrow \infty$:

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (\tau_1 - \tau_2) = \hat{I} \cdot \tau_1 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{\tau_1 - 1}} \quad (4.16)$$

Hier besteht die einfache Möglichkeit der Umrechnung von Impulsstromamplitude und Gesamtladung bei festgelegter Impulsform 10/350 μs und den oben ermittelten Werten:

$$\frac{\eta}{\tau_1 - \tau_2} \approx 2042 \text{ s}^{-1}, \quad Q_{\text{Ges}} \approx \frac{\hat{I}}{2042 \text{ s}^{-1}}, \quad \hat{I} \approx 2042 \text{ s}^{-1} \cdot Q_{\text{Ges}} \quad (4.17)$$

Das Stromquadratintegral I^2t wird auch als Spezifische Energie $SE = W/R$ bezeichnet und gibt den durch den Stromimpuls in einem 1- Ω -Widerstand entstandenen Energieumsatz wieder. Allgemein berechnet sich das Stromquadratintegral I^2t_1 über den Zeitraum vom Beginn des Stromflusses bei $t = t_0 = 0$ bis zu der Zeit $t = t_1 > 0$ (**Abb. 4.2**):

$$\begin{aligned} I^2t_1 &= \int_0^{t_1} i^2(t) dt = \int_0^{t_1} \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \left(e^{-\frac{2t}{\tau_1}} - 2 \cdot e^{-t \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right)} + e^{-\frac{2t}{\tau_2}} \right) dt \\ &= \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \left(-\frac{\tau_1}{2} \cdot e^{-\frac{2t_1}{\tau_1}} + \frac{2}{\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}} \cdot e^{-t_1 \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right)} - \frac{\tau_2}{2} \cdot e^{-\frac{2t_1}{\tau_2}} + \frac{(\tau_1 - \tau_2)^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} \right) \end{aligned} \quad (4.18)$$

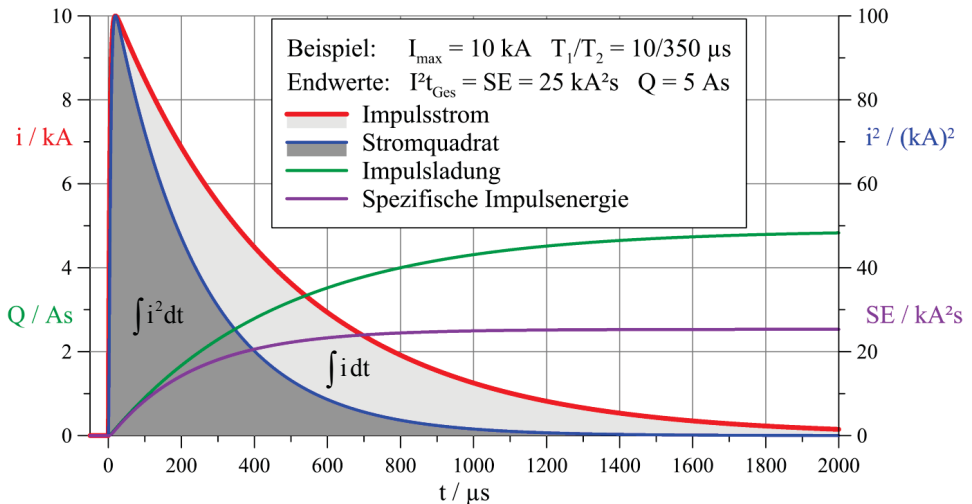


Abb. 4.2: Stromimpuls 10 kA der Form 10/350 μs mit dazugehörigem Verlauf der elektrischen Impulsladung und des Stromquadratintegrals

Das Stromquadratintegral des gesamten Stromimpulses I^2t_{Ges} ergibt sich, wenn $t_1 \rightarrow \infty$ gesetzt wird:

$$I^2 t_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{(\tau_1 - \tau_2)^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} = \hat{I}^2 \cdot \frac{\tau_1^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{2}{\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1}} \quad (4.19)$$

Für Impulsströme der Form 10/350 μs gilt mit obigen Werten:

$$2 \cdot \frac{\tau_1 + \tau_2}{(\tau_1 - \tau_2)^2} \cdot \eta^2 \approx 3950 \text{ s}^{-1} \quad (4.20)$$

Damit besteht wieder die einfache Möglichkeit der Umrechnung von Impulsstromamplitude und Stromquadratintegral bei festgelegter Impulsform:

$$I^2 t_{\text{Ges}} = SE = W/R = \int_0^{\infty} i^2(t) dt \approx \frac{\hat{I}^2}{3950 \text{ s}^{-1}} \quad , \quad \hat{I} \approx \sqrt{3950 \text{ s}^{-1} \cdot SE} \quad (4.21)$$

4.2 Einfluss von Stirn-, Rückenhalbwertszeit und Amplitude auf die integralen Impulsstromgrößen bei der Form 10/350 μs

Die integralen Größen Impulsladung Q und Spezifische Impulsenergie SE werden wieder für den theoretischen Gesamtverlauf des Stromimpulses ($t \rightarrow \infty$) verwendet:

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (\tau_1 - \tau_2) \quad (4.22)$$

$$W/R_{\text{Ges}} = SE_{\text{Ges}} = I^2 t_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{(\tau_1 - \tau_2)^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} = \frac{Q_{\text{Ges}}^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} \quad (4.23)$$

Die schon genannten normativen (außer $T_2 = t_R$) Festlegungen für die Toleranzbereiche der 5 Impulsstromkenngrößen werden zugrunde gelegt:

Stromscheitelwert:	$\hat{I} \pm 10 \%$	
Stirnzeit:	$T_1 \pm 20 \%$	Rückenhalbwertszeit: $T_2 \pm 10 \%$
Ladung:	$Q_{\text{Ges}} \pm 20 \%$	Spezifische Energie: $SE_{\text{Ges}} \pm 35 \%$

Damit lässt sich eine Überprüfung zur Auswirkung bei gleichzeitiger Ausschöpfung der Toleranzbereiche gleich mehrerer Größen (\hat{I} , T_1 , T_2) auf die abgeleiteten integralen Kenngrößen (Q_{Ges} , $SE_{\text{Ges}} = W/R_{\text{Ges}}$) betrachten. Treten die Werte der Zeitkenngrößen und die Stromamplitude einzeln, zu zweit oder auch zusammen an ihren Toleranzgrenzen auf, dann ergeben sich nach **Tab. 4.2** Toleranzbereiche für die Zeitkonstanten, den Stromausnutzungsfaktor und die Impulsladung sowie die Spezifische Impulsenergie (siehe auch [39]).

Es wird deutlich, dass durch Einhaltung der gegebenen Toleranzbereiche von \hat{I} und T_1 einschließlich des gewählten Toleranzbereiches für T_2 auch die Toleranzbereiche für die integralen Größen Q_{Ges} und SE_{Ges} eingehalten werden. Die Wahl von $T_2 \pm 10 \%$ erweist sich hier nach als sinnvoll.

Zusätzlich lässt sich feststellen, dass die Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 sehr große Abweichungen haben müssen, damit die Zeitkenngrößen T_1 und T_2 ihre Toleranzbereiche verlassen.

Tab. 4.2: Überprüfung der Toleranzgrenzen für die Stromimpulsform 10/350 μs

Änderung		% τ_1	% τ_2	% η	% Q_{Ges}	% SE_{Ges}
% \hat{I}	+10 %	—	—	—	+10 %	+21 %
	-10 %	—	—	—	-10 %	-19 %
% T_1 (% t_s)	+20 %	-1,32 %	+22 %	-0,97 %	-0,57 %	-0,006 %
	-20 %	+1,34 %	-21 %	+0,97 %	+0,57 %	-0,004 %
% T_2 (% t_R)	+10 %	+10,7 %	-0,81 %	+0,44 %	+10,3 %	+10 %
	-10 %	-10,7 %	+0,98 %	-0,54 %	-10,3 %	-10 %
% T_1 (% t_s) % T_2 (% t_R)	-20 %	+12 %	-22 %	+1,3 %	+10,9 %	+10 %
	+10 %					
% T_1 (% t_s) % T_2 (% t_R)	+20 %	-12 %	+23,5 %	-1,6 %	-10,8 %	-10 %
	-10 %					
% \hat{I} % T_1 (% t_s)	+10 %	+1,34 %	-21,4 %	+0,97 %	+10,6 %	+21 %
	-20 %					
% \hat{I} % T_1 (% t_s)	-10 %	-1,3 %	+22 %	-0,97 %	-10,5 %	-19 %
	+20 %					
% \hat{I} % T_2 (% t_R)	+10 %	+10,7 %	-0,8 %	+0,44 %	+21,3 %	+33 %
	+10 %					
% \hat{I} % T_2 (% t_R)	-10 %	-10,7 %	+0,98 %	-0,54 %	-19,3 %	-27 %
	-10 %					
% \hat{I} % T_1 (% t_s) % T_2 (% t_R)	+10 %	+12 %	-22 %	+1,3 %	+22 %	+33 %
	-20 %					
	+10 %					
% \hat{I} % T_1 (% t_s) % T_2 (% t_R)	-10 %	-12 %	+23,5 %	-1,6 %	-20 %	-27 %
	+20 %					
	-10 %					

(Größte Abweichungen sind **fett** eingetragen und *kursive* Angaben kennzeichnen die Überschreitung des festgelegten Toleranzbereiches.)

Die Darstellung der Variation zur Einhaltung der Grenzen der integralen Parameter Impulsladung Q und Spezifische Impulsenergie SE kann anhand eines T_1 - T_2 -Diagrammes anschaulich erfolgen. **Abb. 4.3** zeigt zwei zusammen gehörende Diagramme für den aperiodischen Standardimpuls 10/350 μs , wobei für den Parameter Impulsamplitude $\hat{I} = 100$ % festgelegt ist. Dabei wurden für Q und SE als 100 %-Werte die numerisch "exakten" Standardwerte zu Grunde gelegt. Für einen Impuls mit einem 100 %-Scheitelwert von z.B. $\hat{I} = 100$ kA sind das folgende Grenzwerte:

$$\begin{aligned}
 80 \text{ \% -Ladung:} & \quad Q = 0,8 \cdot 49 \text{ As} & = 39,2 \text{ As} \\
 120 \text{ \% -Ladung:} & \quad Q = 1,2 \cdot 49 \text{ As} & = 58,8 \text{ As} \\
 65 \text{ \% -Spez. Energie:} & \quad SE = 0,65 \cdot 2532 \text{ kA}^2\text{s} & = 1646 \text{ kA}^2\text{s} \\
 135 \text{ \% -Spez. Energie:} & \quad SE = 1,35 \cdot 2532 \text{ kA}^2\text{s} & = 3418 \text{ kA}^2\text{s}
 \end{aligned}$$

Die untere Toleranzgrenze der Spezifischen Energie SE (65 %) wird durch die untere Toleranzgrenze der Ladung mit abgedeckt. Dies bedeutet, dass die Spezifische Energie eines Impulses immer größer ist als 65 % des Standardwertes, wenn die untere Toleranzgrenze der Impulsladung nicht unterschritten wird.

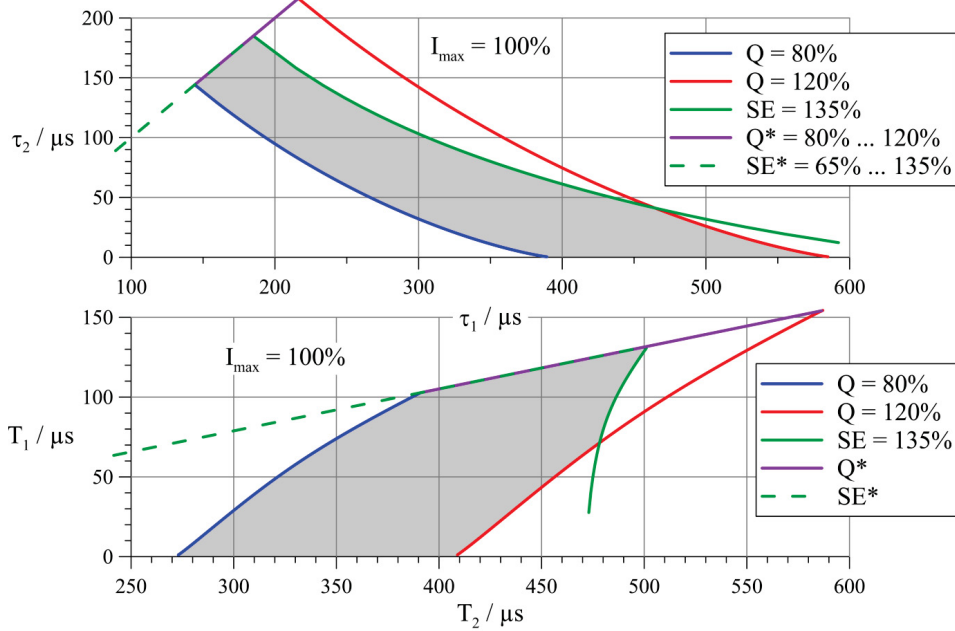


Abb. 4.3: Grenzcurven und -bereiche der Zeitkonstanten und Zeitparameter für den aperiodischen Stromimpuls 10/350 µs bei 100 % Impulsamplitude zur Einhaltung der Toleranzbereiche von Ladung und Spezifischer Energie (Q*, SE* – Ladung und Spezifische Energie bei aperiodischem Grenzfall)

Beim aperiodischen Grenzfall mit $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ der, wie in **Abb. 4.3** (strichliert) zu sehen, ebenfalls als Grenzkurve eingetragen werden muss, gelten folgende Bedingungen und Beziehungen:

$$i(t) = \hat{I} \cdot \frac{t}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau} + 1}, \quad T_2 \approx 3,81 \cdot T_1, \quad T_1 \approx 0,71 \cdot \tau, \quad T_2 \approx 2,71 \cdot \tau \quad (4.24)$$

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \hat{I} \cdot e \cdot \tau \rightarrow \tau = \frac{1}{e} \cdot \frac{Q_{\text{Ges}}}{\hat{I}} \quad (4.25)$$

$$SE_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \hat{I}^2 \cdot \frac{e^2}{4} \cdot \tau = \frac{Q_{\text{Ges}}^2}{4 \cdot \tau} \rightarrow \tau = \frac{4}{e^2} \cdot \frac{SE_{\text{Ges}}}{\hat{I}^2} \quad (4.26)$$

In **Abb. 4.4** sind einzuhaltende Bereiche der Zeitparameter T_1 und T_2 für den aperiodischen Standardimpuls 10/350 µs dargestellt, wobei als Parameter die Impulsamplitude \hat{I} (Toleranz: -10 %, 0 %, +10 %) verwendet wird. Die Kurven $T_1 = f(T_2)$ schließen Flächen ein, die mit ihren möglichen T_1 - und T_2 -Werten dafür sorgen, dass die integralen Impulsparameter innerhalb der vorgegebenen Toleranzgrenzen liegen [35], [36]. Die einzelnen Grenzkurven, die die Flächen umranden, sind anhand **Abb. 4.3** genauer definiert.

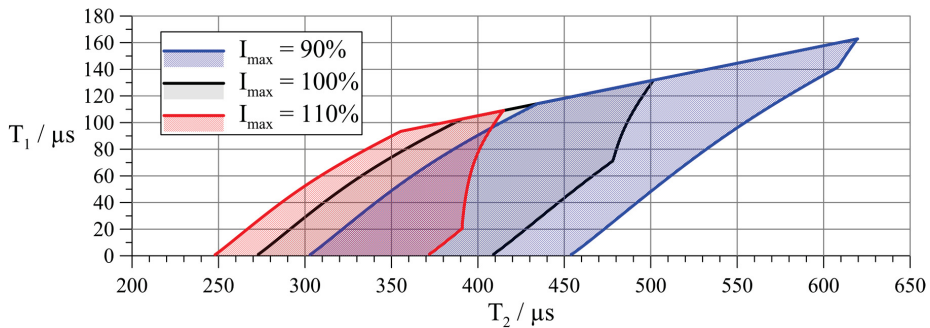


Abb. 4.4: Grenzen der Zeitparameter für aperiodischen Stromimpuls 10/350 μs zur Einhaltung der Toleranzbereiche von Impulsamplitude, Impulsladung und Spezifischer Impulsenergie

4.3 Toleranzen von Scheitelwert, Ladung und Spezifischer Energie für den Erstblitzstoßstrom bei Prüfungen

Die normativen Toleranzen für Scheitelwert, Ladung und Spezifischer Energie zeigt **Tab. 4.3**.

Tab. 4.3: Toleranzbereiche von Scheitelwert, geflossener Ladung und Spezifischer Energie für Erstblitzstrom bei Prüfungen ($W/R = SE = I^2 t$; $\text{kJ}/\Omega = \text{kA}^2\text{s}$)

Scheitelwert $I_{\text{max}} / \text{kA}$	Toleranz $\pm 10 \%$	Ladung Q / As	Toleranz $\pm 20 \%$	Spez. Energie $W/R / \text{kJ}/\Omega$	Toleranz $\pm 35 \%$
1	0,9 – 1,1	0,5	0,4 – 0,6	0,25	0,16 – 0,34
2	1,8 – 2,2	1,0	0,8 – 1,2	1,00	0,65 – 1,35
3	2,7 – 3,3	1,5	1,2 – 1,8	2,25	1,46 – 3,04
4	3,6 – 4,4	2,0	1,6 – 2,4	4,00	2,60 – 5,40
5	4,5 – 5,5	2,5	2,0 – 3,0	6,25	4,06 – 8,44
6	5,4 – 6,6	3,0	2,4 – 3,6	9,00	5,85 – 12,15
7	6,3 – 7,7	3,5	2,8 – 4,2	12,25	7,96 – 16,54
8	7,2 – 8,8	4,0	3,2 – 4,8	16,00	10,40 – 21,60
9	8,1 – 9,9	4,5	3,6 – 5,4	20,25	13,16 – 27,34
10	9,0 – 11,0	5,0	4,0 – 6,0	25,00	16,25 – 33,75
11	9,9 – 12,1	5,5	4,4 – 6,6	30,25	19,66 – 40,84
12	10,8 – 13,2	6,0	4,8 – 7,2	36,00	23,40 – 48,60
13	11,7 – 14,3	6,5	5,2 – 7,8	42,25	27,46 – 57,04
14	12,6 – 15,4	7,0	5,6 – 8,4	49,00	31,85 – 66,15
15	13,5 – 16,5	7,5	6,0 – 9,0	56,25	36,56 – 75,94
16	14,4 – 17,6	8,0	6,4 – 9,6	64,00	41,60 – 86,40
17	15,3 – 18,7	8,5	6,8 – 10,2	72,25	46,96 – 97,54
18	16,2 – 19,8	9,0	7,2 – 10,8	81,00	52,65 – 109,35
19	17,1 – 20,9	9,5	7,6 – 11,4	90,25	58,66 – 121,84
20	18,0 – 22,0	10,0	8,0 – 12,0	100,00	65,00 – 135,00
50	45,0 – 55,0	25,0	20,0 – 30,0	625,00	406,00 – 844,00
100	90,0 – 110,0	50,0	40,0 – 60,0	2500,00	1625,00 – 3375,00
150	135,0 – 165,0	75,0	60,0 – 90,0	5625,00	3656,00 – 7594,00
200	180,0 – 220,0	100,0	80,0 – 120,0	10000,00	6500,00 – 13500,00

Anforderungen an die Impulsform sind, dass der Strom seinen Scheitelwert $I_{\max} = \hat{I}$ in 50 μs und die Ladung Q sowie die Spezifische Energie $W/R = I^2 t = SE$ in 10 ms erreichen muss [N7]. Eine mögliche Impulsform, die diese Forderungen erfüllt, ist der Stromimpuls 10/350 μs mit einer Anstiegszeit von 10 $\mu\text{s} \pm 20\%$ und einer Rückenhalfwertszeit von 350 $\mu\text{s} \pm 10\%$ (siehe auch Anhang A1.6).

Für die Stromform 10/350 μs gilt bei der Amplitude $\hat{I} = I_{\max}$ mit guter Näherung und ist in der **Tab. 4.3** angewendet:

$$\frac{Q}{As} = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_{\max}}{\text{kA}} \quad , \quad \frac{W/R}{\text{kJ}/\Omega} = \left(\frac{Q}{As} \right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{I_{\max}}{\text{kA}} \right)^2 \quad (4.27)$$

4.4 Kennwerte des periodisch gedämpften Impulsstromes der Form 8/20 μs

Primäre Blitzströme besitzen im Allgemeinen aperiodische Zeitverläufe. Werden aber Reststörgrößen dieser primären Blitzströme, welche über größere Entfernungen durch Leitungen verformt sind, oder induktiv, kapazitiv und galvanisch (ohmsch) eingekoppelte Störgrößen betrachtet, so haben diese als Ströme oft einen periodisch gedämpft schwingenden Zeitverlauf. Repräsentativ wird folgender mathematischer Impulsstromverlauf in schwingend exponentiell abklingender Darstellung angenommen (siehe A2):

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad , \quad i(0) = 0 \quad , \quad i'(0) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \omega \quad , \quad i''(0) = -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot 2 \cdot \frac{\omega}{\tau} \quad (4.28)$$

Für die Stirnzeit $T_1 = 8 \mu\text{s}$ sowie die Rückenhalfwertszeit $T_2 = 20 \mu\text{s}$ liegen die mathematischen Kenngrößen vor:

$$\begin{array}{lll} \tau \approx 24 \mu\text{s} & \omega \approx 120023 \text{ s}^{-1} & \omega \cdot \tau \approx 2,88 \\ t_i \approx 10,31 \mu\text{s} & \eta \approx 0,615 & \end{array}$$

Die geflossene elektrische Ladung Q_1 berechnet sich allgemein über den Zeitraum vom Beginn des Stromflusses bei $t = t_0 = 0$ bis zum Zeitpunkt $t = t_1 > 0$ (**Abb. 4.5**):

$$\begin{aligned} Q_1 &= \int_0^{t_1} i(t) dt = \int_0^{t_1} \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} dt \\ &= \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} - \frac{e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \cdot \sin(\omega \cdot t_1 + \arctan(\omega \cdot \tau)) \right) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Die Ladung des gesamten Stromimpulses Q_{Ges} ergibt sich wieder bei $t_1 \rightarrow \infty$:

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} = \hat{I} \cdot \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} = \hat{I} \cdot \tau \cdot \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}} \quad (4.30)$$

Dabei gibt es die einfache Möglichkeit der Umrechnung von Impulsstromamplitude und Gesamtladung bei festgelegter Impulsform 8/20 µs und den oben ermittelten Werten:

$$\eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega\tau)}{\omega\tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}}} \rightarrow e^{-\frac{\arctan(\omega\tau)}{\omega\tau}} \cdot \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \approx 82720 \text{ s}^{-1} \quad (4.31)$$

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt \approx \frac{\hat{I}}{82720 \text{ s}^{-1}}, \quad \hat{I} \approx 82720 \text{ s}^{-1} \cdot Q_{\text{Ges}}$$

Da der 8/20-µs-Impuls durch Null schwingt, werden die Ladungsanteile bei positivem Strom um die bei negativem Strom während der bestimmten Integration von $t = 0$ bis $t = t_1$ verringert. Will man die volle Wirkung der Ladung ermitteln, muss der Betrag des Stromes integriert werden. Die Ladung des Stromimpulsbetrages Q_1^* kann durch stückweise Integration zwischen den Nulldurchgängen bei $t_{i=0} = n \cdot \pi / \omega$ mit $n = 0, 1, 2, \dots$ und anschließende vorzeichenrichtige Addition bestimmt werden (**Abb. 4.5**):

$$\begin{aligned} Q_1^* &= \int_0^{t_1} |i(t)| dt = \int_0^{\frac{1 \cdot \pi}{\omega}} i(t) dt - \int_{\frac{0 \cdot \pi}{\omega}}^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} i(t) dt + \int_{\frac{1 \cdot \pi}{\omega}}^{\frac{3 \cdot \pi}{\omega}} i(t) dt - \dots \pm \int_{\frac{n \cdot \pi}{\omega}}^{t_1} i(t) dt \\ &= \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \cdot \left(\omega\tau + 2 \cdot \omega\tau \cdot \sum_{k=1}^{n-1} e^{-k \frac{\pi}{\omega\tau}} + \omega\tau \cdot e^{-n \frac{\pi}{\omega\tau}} \right) \pm \int_{\frac{n \cdot \pi}{\omega}}^{t_1} i(t) dt \end{aligned} \quad (4.32)$$

Die Ladung des gesamten Stromimpulsbetrages Q_{Ges}^* ergibt jetzt ([33], [38]):

$$Q_{\text{Ges}}^* = \int_0^{\infty} |i(t)| dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \left(1 + \frac{2}{e^{\frac{\pi}{\omega\tau}} - 1} \right) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \left(\frac{2}{1 - e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}} - 1 \right) \quad (4.33)$$

Die Gesamtladung ist beim Betrag des 8/20-µs-Impulsstromes etwa doppelt so groß:

$$\frac{Q_{\text{Ges}}^*}{Q_{\text{Ges}}} = \left(1 + \frac{2}{e^{\frac{\pi}{\omega\tau}} - 1} \right) \approx 2 \quad (4.34)$$

Auch jetzt kann die Umrechnung von Impulsstromamplitude und Gesamtladung vorgenommen werden:

$$\left(1 - \frac{2}{e^{\frac{\pi}{\omega\tau}} + 1} \right) \cdot \eta \cdot \frac{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}{\omega} \approx 41081 \text{ s}^{-1} \quad (4.35)$$

$$Q_{\text{Ges}}^* = \int_0^{\infty} |i(t)| dt \approx \frac{\hat{I}}{41081 \text{ s}^{-1}}, \quad \hat{I} \approx 41081 \text{ s}^{-1} \cdot Q_{\text{Ges}}^*$$

Mit folgender Festlegung kann nach [40] die Gesamtladung auch mit dem ersten (positiven) Scheitelwert $\hat{I}_{1+} = \hat{I}$ und dem folgenden (negativen) Scheitelwert \hat{I}_{2-} berechnet werden:

$$\frac{1 + e^{-\frac{\pi}{\omega \cdot \tau}}}{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} \approx 2, \quad Q_{\text{Ges}}^* = \frac{2}{\omega} \cdot \frac{\hat{I}_{1+}}{1 - \frac{\hat{I}_{2-}}{\hat{I}_{1+}}} \quad (4.36)$$

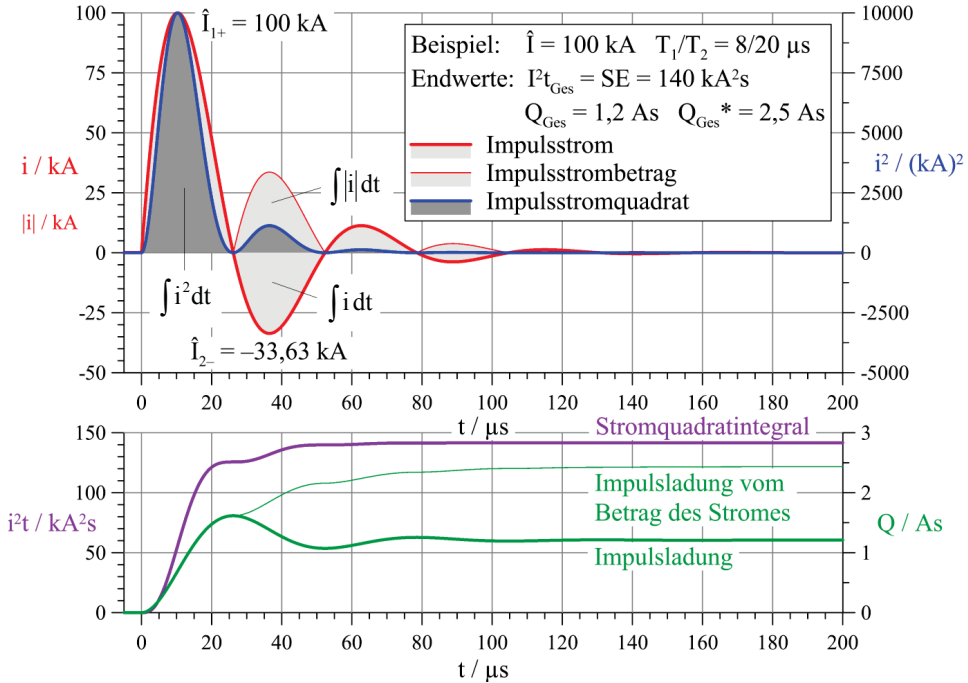


Abb. 4.5: Stromimpuls der Form 8/20 µs mit dazugehörigem Verlauf der elektrischen Ladung und des Stromquadratintegrals

Das Stromquadratintegral I^2t_1 über den Zeitraum vom Beginn des Stromflusses bei $t = t_0 = 0$ bis zum Zeitpunkt $t = t_1 > 0$ lautet (**Abb. 4.5**):

$$\begin{aligned} I^2t_1 &= \int_0^{t_1} i^2(t) dt = \int_0^{t_1} \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t) \cdot e^{-\frac{2 \cdot t}{\tau}} dt = \\ &= \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}} - e^{-\frac{2 \cdot t_1}{\tau}} \cdot \left(1 + \frac{\sin\left(2 \cdot \omega \cdot t_1 - \arctan\left(\frac{1}{\omega \cdot \tau}\right)\right)}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.37)$$

Das Stromquadratintegral des gesamten Stromimpulses I^2t_{Ges} ergibt sich bei $t_1 \rightarrow \infty$:

$$I^2t_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + (\omega \cdot \tau)^2} \right) = \hat{I}^2 \cdot \frac{\tau}{4} \cdot e^{-\frac{2 \cdot \arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}} \quad (4.38)$$

Bei der Betrachtung des Stromquadrates ist eine Betragsbildung des schwingenden Stromes nicht erforderlich, da diese durch die Quadrierung bereits ausgeführt ist. Für Impulsströme der Form $8/20 \mu\text{s}$ gilt mit obigen Werten auch annähernd:

$$\eta^2 \cdot \frac{4}{\tau} \cdot \left(1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}\right) = \frac{4}{\tau} \cdot e^{-\frac{2 \arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}} \approx 70601 \text{ s}^{-1}$$

$$I^2 t_{\text{Ges}} = SE = W/R = \int_0^\infty i^2(t) dt \approx \frac{\hat{I}^2}{70601 \text{ s}^{-1}} \quad , \quad \hat{I} \approx \sqrt{70601 \text{ s}^{-1} \cdot SE} \quad (4.39)$$

4.5 Frequenzzuordnung bei Impulsströmen

Dem Anstieg eines Impulses kann näherungsweise eine Frequenz zugeordnet werden. Mit der Anstiegszeit $t_{a10/90}$ oder der Stirnzeit $T_1 = t_s = 1,25 \cdot t_{a10/90}$ eines Impulses ergibt sich eine Grenzfrequenz f_g , die für einige Stromformen in **Tab. 4.4** eingetragen ist:

$$t_{a10/90} = \ln\left(\frac{0,9}{0,1}\right) \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_g} \approx \frac{0,35}{f_g} \quad \text{bzw.} \quad f_g \approx \frac{0,35}{t_{a10/90}} \approx \frac{0,437}{t_s} \quad (4.40)$$

Tab. 4.4: Zuordnung von Grenzfrequenz zur Stirnzeit von Stromimpulsen

Stromform T_1/T_2	Stirnzeit $T_1 = t_s / \mu\text{s}$	(Grenz)frequenz f_g / Hz
10/350 μs	10	43712
1/200 μs	1	437124
0,25/100 μs	0,25	1748496
30/80 μs	30	14571
8/20 μs	8	54640
4/10 μs	4	109281
4057/8420 μs (Sinus $f = 50 \text{ Hz}$)	4057	107,7 (50)

In **Tab. 4.4** (letzte Zeile) gilt beim Sinus- oder Halbsinusstrom (Sinushalbwellenstrom):

$$T_1 = t_s = \frac{1,25}{2\pi \cdot f} \cdot (\arcsin(0,9) - \arcsin(0,1))$$

$$= \frac{1,25}{2\pi \cdot f} \cdot \arcsin(0,9 \sqrt{1-0,1^2} - 0,1 \sqrt{1-0,9^2}) \approx \frac{0,203}{f} \quad (4.41)$$

4.5.1 Höchste interessierende Frequenz

Die höchste interessierende Frequenz f_h für impulsförmige Signale entspricht der 2. Eckfrequenz f_2 und kann nach [37] anhand der Anstiegszeit $t_{a10/90} = t_a$ oder auch der Stirnzeit $T_1 = t_s$ bestimmt werden:

$$f_h = f_2 = \frac{1}{\pi \cdot t_a} = \frac{1,25}{\pi \cdot T_1} = \frac{1,25}{\pi \cdot t_s} = \frac{0,4}{t_s} \quad (4.42)$$

4.5.2 Spektrum und Frequenzen aperiodisch gedämpfter Impulsströme

Der aperiodische Impulsstrom mit der Form 10/350 μs (siehe **A1.2**) besitzt das Spektrum (**Abb. 4.6**):

$$\underline{I}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{\tau_1} + j\omega} - \frac{1}{\frac{1}{\tau_2} + j\omega} \right) \quad (4.43)$$

Die Amplitudendichte (für $\hat{I} = 200 \text{ kA}$ bei Gefährdungspegel I) ist damit:

$$|\underline{I}(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\tau_1 - \tau_2}{\sqrt{(1 + \omega^2 \cdot \tau_1^2) \cdot (1 + \omega^2 \cdot \tau_2^2)}} \quad (4.44)$$

$$f < \frac{1}{2\pi \cdot \tau_1} \quad : \quad |\underline{I}(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (\tau_1 - \tau_2) \approx 98 \text{ A/Hz} \quad (4.45)$$

$$\frac{1}{2\pi \cdot \tau_1} < f < \frac{1}{2\pi \cdot \tau_2} \quad : \quad |\underline{I}(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}}{2\pi \cdot f} \approx \frac{33177 \text{ A}}{f / \text{Hz}} \quad (4.46)$$

$$\frac{1}{2\pi \cdot \tau_2} < f \quad : \quad |\underline{I}(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}}{(2\pi \cdot f)^2} \approx \frac{1299312199 \text{ A} \cdot \text{Hz}}{(f / \text{Hz})^2} \quad (4.47)$$

Die Phasendichte sowie Real- und Imaginärteil berechnen sich zu:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega \cdot (\tau_1 + \tau_2)}{\omega^2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 - 1}\right) \quad (4.48)$$

$$\text{Re}\{\underline{I}(j\omega)\} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{(\tau_1 - \tau_2) \cdot (1 - \omega^2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2)}{(1 + \omega^2 \cdot \tau_1^2) \cdot (1 + \omega^2 \cdot \tau_2^2)} \quad (4.49)$$

$$\text{Im}\{\underline{I}(j\omega)\} = -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\omega \cdot (\tau_1^2 - \tau_2^2)}{(1 + \omega^2 \cdot \tau_1^2) \cdot (1 + \omega^2 \cdot \tau_2^2)}$$

$$\text{für } \omega = 0 \quad : \quad \underline{I}(j\omega) = \lim_{t \rightarrow 0} \int i(t) dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (\tau_1 - \tau_2) \quad (4.50)$$

$$\text{für } \omega \rightarrow \infty \quad : \quad \underline{I}(j\omega) = \lim_{t \rightarrow \infty} \int i(t) dt = 0 \quad (4.51)$$

Für die Darstellung des Zeitverlaufes mit der Funktion von HEIDLER (siehe **A1.3**) ist das Spektrum (**Abb. 4.6**) nicht einfach anzugeben, sondern nur numerisch zu berechnen.

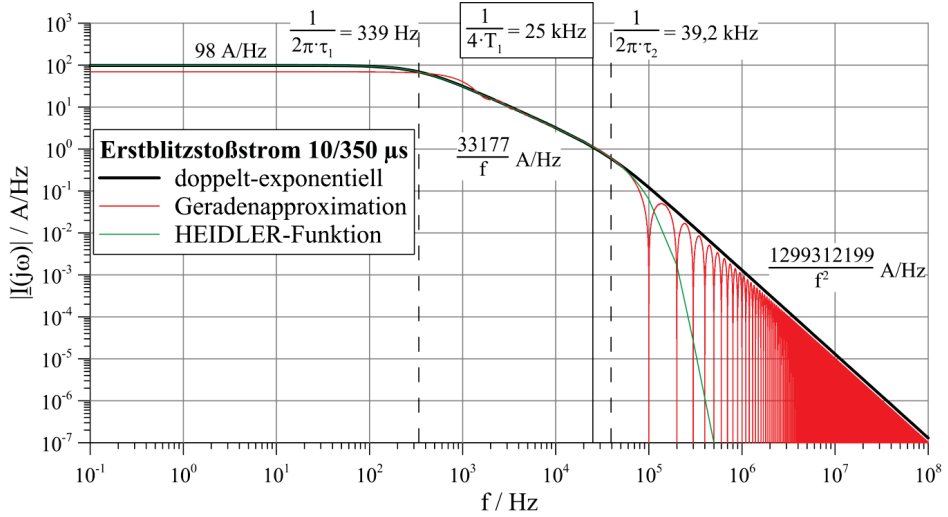


Abb. 4.6: Amplitudendichte des aperiodischen Erstblitzstoßstromes 10/350 µs mit 200 kA (einschließlich der Eckfrequenzen für doppelt-exponentielle Darstellung und mittlere Stirnfrequenz 25 kHz)

Dagegen lässt sich für eine Geradenapproximation (Dreieck-Geraden-Funktion, siehe A1.1) das Spektrum (Abb. 4.6) gut bestimmen:

$$\underline{I}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{\hat{I}}{\omega^2} \cdot \left(\frac{e^{-j\omega t_s} - 1}{t_s} - \frac{e^{-j\omega(2 \cdot t_R - t_s)} - e^{-j\omega t_s}}{2 \cdot (t_R - t_s)} \right) \quad (4.52)$$

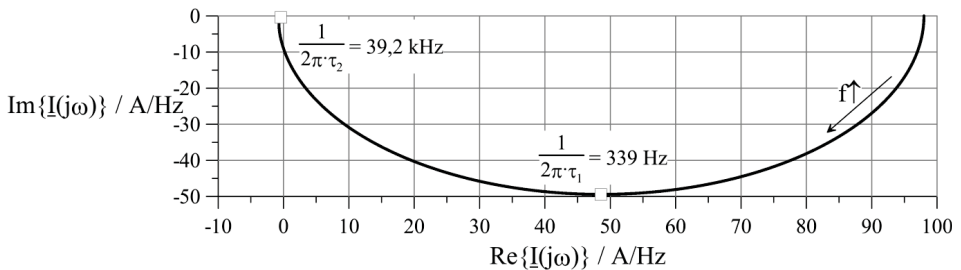


Abb. 4.7: Ortskurve des aperiodischen Erstblitzstoßstromes 10/350 µs mit 200 kA

Für Frequenzwerte unter ca. 100 Hz entspricht die Amplitudendichte $|\underline{I}(j\omega)|$ zahlenmäßig der Gesamtladung Q_{Ges} des Blitzstromimpulses [33].

Die Halbwertsbreite T_H als Näherung für ein dem Impulsverlauf flächengleiches Rechteck mit der Höhe \hat{I} ist ein technisch interessantes Maß für die Breite eines Vorganges. In gleicher Weise ist die Halbwertsbreite B_H ein technisch sinnvoller Bandbreitenparameter als Näherung für den Amplitudendichteverlauf durch ein flächengleiches Rechteck mit der Höhe $|\underline{I}(j \cdot 0)|$. Dabei sind T_H und B_H durch den Abfall auf jeweils den halben Maximalwert nach beiden Seiten hin bestimmt. Für Impulsverläufe, die beiderseits vom Maximalwert \hat{I} nahezu symmetrisch monoton abfallen ergibt das Produkt aus T_H und B_H etwa 1 [34]. Bei den vorliegenden aperiodischen Blitzstromimpulsen gilt dies nicht und das Produkt ist kleiner als 0,5.

Die Halbwertsbreite im Zeitbereich für den 10/350- μ s-Blitzstromimpuls beträgt $T_H \approx 346,743 \mu$ s. Im Frequenzbereich ist die Halbwertsbreite:

$$B_H = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\tau_1^2} + \frac{1}{\tau_2^2} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{\tau_1^2} + \frac{1}{\tau_2^2} \right)^2 + \frac{3}{\tau_1^2 \cdot \tau_2^2}}} \approx 1173 \text{ Hz} \quad (4.53)$$

Ein Vergleich mit Näherungsformel $B_H \cdot T_H \approx 1$ führt auf $B_H \cdot T_H \approx 0,41$ und deutet auf einen unsymmetrischen Impulsverlauf hin.

Für den aperiodisch gedämpften Folgeblitzstoßstrom mit der Form 0,25/100 μ s und $\hat{I} = 50 \text{ kA}$ (Gefährdungspegel I) kann das Amplitudenspektrum (**Abb. 4.8**) wie folgt eingeteilt werden:

$$f < \frac{1}{2\pi \cdot \tau_1} \quad : \quad |I(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (\tau_1 - \tau_2) \approx 7,19 \text{ A/Hz} \quad (4.54)$$

$$\frac{1}{2\pi \cdot \tau_1} < f < \frac{1}{2\pi \cdot \tau_2} \quad : \quad |I(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}}{2\pi \cdot f} \approx \frac{7996 \text{ A}}{f / \text{Hz}} \quad (4.55)$$

$$\frac{1}{2\pi \cdot \tau_2} < f \quad : \quad |I(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}}{(2\pi \cdot f)^2} \approx \frac{13772417918 \text{ A} \cdot \text{Hz}}{(f / \text{Hz})^2} \quad (4.56)$$

Die Halbwertsbreite ist $T_H \approx 100 \mu$ s im Zeitbereich und $B_H \approx 3852 \text{ Hz}$ im Frequenzbereich. Das Produkt $B_H \cdot T_H \approx 0,39$ weist auf einen noch stärker unsymmetrischen Verlauf hin.

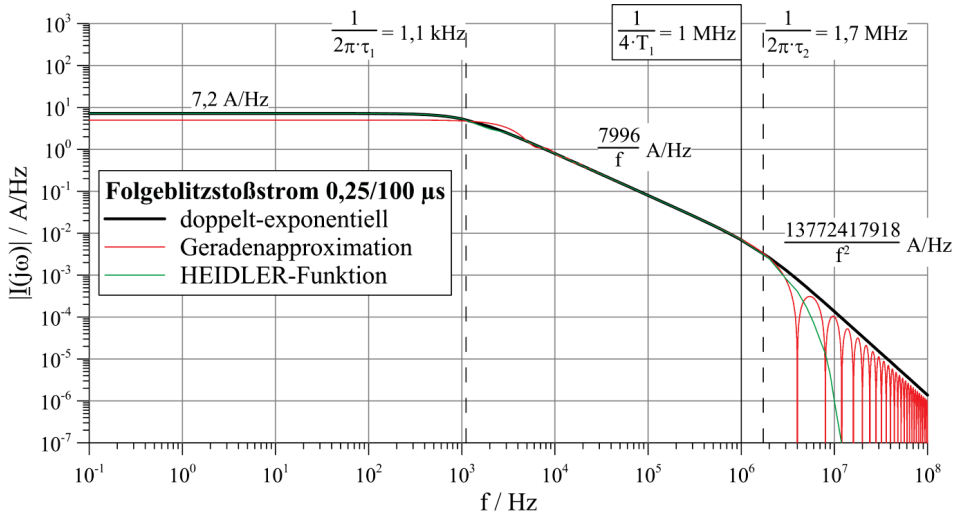


Abb. 4.8: Amplitudendichte des aperiodischen Folgeblitzstoßstromes 0,25/100 μ s mit 50 kA (einschließlich der Eckfrequenzen für doppelt-exponentielle Darstellung und mittlere Stirnfrequenz 1 MHz)

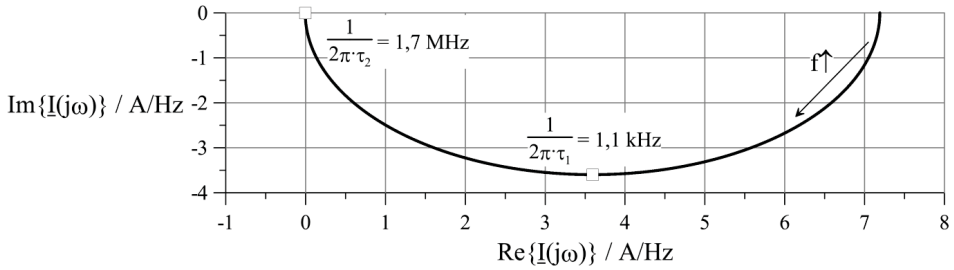


Abb. 4.9: Ortskurve des aperiodischen Folgeblitzstoßstromes 0,25/100 μs mit 50 kA

4.5.3 Spektrum und Frequenzen periodisch gedämpfter Impulsströme

Der periodisch gedämpfte Impulsstrom, insbesondere mit der Form 8/20 μs , ist im Anhang A2 beschrieben. In den Formeln soll zur Unterscheidung die Kreisfrequenz des Impulsstromes mit dem Symbol w und die spektrale Frequenz weiterhin mit dem Symbol ω bezeichnet werden. Der schwingend exponentiell abklingende Zeitverlauf besitzt das Spektrum:

$$\underline{I}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{w}{\left(\frac{1}{\tau} + j\omega\right)^2 + w^2} \quad (4.57)$$

Es tritt eine "Resonanzstelle" bei der "Resonanzfrequenz" f_r auf:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{w^2 - \frac{1}{\tau^2}} \approx 17917 \text{ Hz} \quad (4.58)$$

Die Amplitudendichte (für $\hat{I} = 100 \text{ kA}$) und entsprechende Abschnitte sind:

$$|\underline{I}(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{w \cdot \tau^2}{\sqrt{(1 + (w^2 - \omega^2) \cdot \tau^2)^2 + 4 \cdot \omega^2 \cdot \tau^2}} \quad (4.59)$$

$$f < f_r : |\underline{I}(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{w}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} \approx 1,2 \text{ A/Hz} \quad (4.60)$$

$$f > f_r : |\underline{I}(j\omega)| = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{w}{\frac{1}{\tau^2} + (2\pi \cdot f)^2} \approx \frac{11,3 \text{ A/Hz}}{1 + 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}^2 \cdot (f/\text{Hz})^2} \quad (4.61)$$

Für Frequenzwerte unter etwa 100 Hz entspricht die Amplitudendichte $|\underline{I}(j\omega)|$ zahlenmäßig der Gesamtladung Q_{Ges} des gedämpft schwingenden Stoßstromes, wobei dies für die Bestimmung der Ladung anhand von $i(t)$ und nicht von $|i(t)|$ gilt. Die Phasendichte sowie Real- und Imaginärteil lauten:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot \tau}{(\omega^2 - w^2) \cdot \tau^2 - 1}\right) \quad (4.62)$$

$$\operatorname{Re}\{\underline{I}(j\omega)\} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{w \cdot \tau^2 \cdot (1 + (w^2 - \omega^2) \cdot \tau^2)}{1 + 2 \cdot \tau^2 \cdot (w^2 + \omega^2) + \tau^4 \cdot (w^2 - \omega^2)^2} \quad (4.63)$$

$$\operatorname{Im}\{\underline{I}(j\omega)\} = -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{2 \cdot w \cdot \omega \cdot \tau^3}{1 + 2 \cdot \tau^2 \cdot (w^2 + \omega^2) + \tau^4 \cdot (w^2 - \omega^2)^2} \quad (4.64)$$

$$\text{für } \omega = 0 : \underline{I}(j\omega) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{w}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} \quad (4.65)$$

$$\text{für } \omega \rightarrow \infty : \underline{I}(j\omega) = 0 \quad (4.66)$$

Die Halbwertsbreite ist im Zeitbereich $T_H \approx 16,8 \mu\text{s}$. Im Frequenzbereich ergibt sich die Halbwertsbreite über:

$$B_H = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{w^2 - \frac{1}{\tau^2} + 2 \cdot \sqrt{\left(w^2 - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{w^2}{\tau^2}}} \approx 66285 \text{ Hz} \quad (4.67)$$

Im Vergleich mit der Näherung $B_H \cdot T_H \approx 1$ beträgt hier das Produkt $B_H \cdot T_H \approx 1,1$ und zeigt damit einen Impuls an, der recht symmetrisch um den Scheitel verläuft.

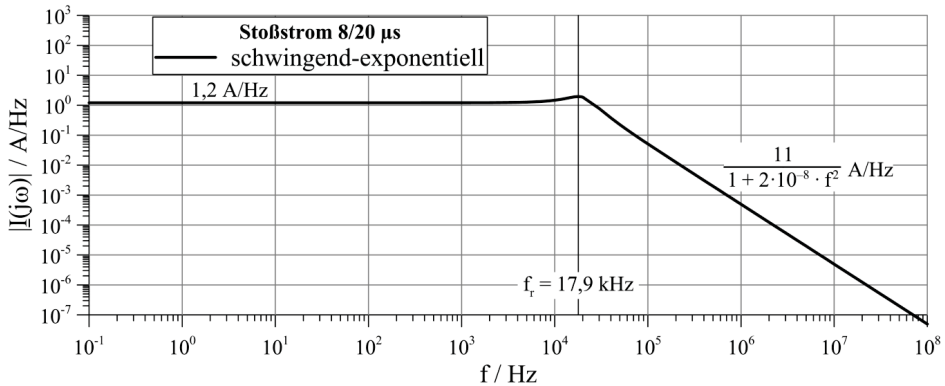


Abb. 4.10: Amplitudendichte des periodischen Stoßstromes 8/20 μs mit 100 kA

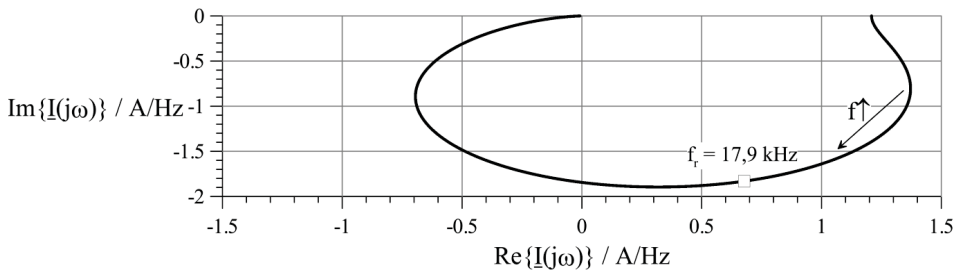


Abb. 4.11: Ortskurve des gedämpft schwingenden Stoßstromes 8/20 μs mit 100 kA

4.5.4 Spektrum und Frequenzen von Rechteckimpulsströmen

Mit Rechteckimpulsströmen sollen Blitzlangzeitströme nachgebildet werden. Der Zeitverlauf kann mit der Sprung- bzw. Heaviside-Funktion $s(t)$ oder abschnittsweise definiert werden:

$$i(t) = I \cdot (s(t) - s(t - T)) \quad , \quad i(t) = I \cdot \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 < t < T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (4.68)$$

Als normativer Blitzlangzeitstrom wird ein Strom $I = 400 \text{ A}$ über die Dauer $T = 0,5 \text{ s}$ entsprechend dem Gefährdungspegel I angenommen. Das Spektrum ist dann:

$$\underline{I}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_0^T I \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{I}{j\omega} \cdot (1 - e^{-j\omega T}) \quad (4.69)$$

Die Amplitudendichte (**Abb. 4.12**) lautet mit der Spaltfunktion $\text{si}(x) = \text{sinc}(x)$:

$$|I(j\omega)| = I \cdot T \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\frac{\omega \cdot T}{2}} = I \cdot T \cdot \text{si}\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right) \quad (4.70)$$

Die Phasendichte ist:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\cos(\omega \cdot T) - 1}{\sin(\omega \cdot T)}\right) \quad , \quad \varphi / ^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(-\frac{\omega \cdot T}{2}\right) \quad (4.71)$$

Die Halbwertsbreite im Zeitbereich ist einfach $T_H = T = 0,5 \text{ s}$. Im Frequenzbereich erhält man die Halbwertsbreite $B_H \approx 2,4 \text{ Hz}$. Das Produkt für den recht symmetrischen Impuls ist damit $B_H \cdot T_H \approx 1,2$.

Andere Beschreibungen des Impulses führen auf veränderte Spektren. Ein Zeitverlauf soll bei reduzierter Flankensteilheit mit gleicher ansteigender und abfallender Flanke vorliegen:

$$i(t) = I \cdot \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{t}{T_f} & 0 < t < T_f \\ 1 & T_f < t < T \\ \frac{T-t}{T_f} + 1 & T < t < T + T_f \\ 0 & t > T + T_f \end{cases} \quad (4.72)$$

Für $T_f = 0$ repräsentiert dieser Trapezimpuls einen reinen Rechteckimpuls, für $T_f = T$ einen Dreieckimpuls. Das Spektrum lautet für diese Impulsbeschreibung:

$$\underline{I}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{I}{\omega^2 \cdot T_f} \cdot (e^{-j\omega T_f} + e^{-j\omega T} - e^{-j\omega(T+T_f)} - 1) \quad (4.73)$$

Die Amplitudendichte (**Abb. 4.12**) soll für $I = 400 \text{ A}$, $T = 0,5 \text{ s}$ (bei 50 % von I als FWHM-Wert) und $T_f = 0,01 \cdot T = 5 \text{ ms}$ angegeben werden:

$$|\underline{I}(j\omega)| = I \cdot T \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\frac{\omega \cdot T}{2}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega \cdot T_f}{2}\right)}{\frac{\omega \cdot T_f}{2}} = I \cdot T \cdot \text{si}\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right) \cdot \text{si}\left(\frac{\omega \cdot T_f}{2}\right) \quad (4.74)$$

$$f < \frac{1}{\pi \cdot T} \quad : \quad |\underline{I}(j\omega)| = I \cdot T = 200 \text{ A/Hz} \quad (4.75)$$

$$\frac{1}{\pi \cdot T} < f < \frac{1}{\pi \cdot T_f} \quad : \quad |\underline{I}(j\omega)| = \frac{I \cdot T}{T \cdot \pi \cdot f} \approx \frac{127 \text{ A}}{f / \text{Hz}} \quad (4.76)$$

$$\frac{1}{\pi \cdot T_f} < f \quad : \quad |\underline{I}(j\omega)| = \frac{I \cdot T}{T \cdot T_f \cdot (\pi \cdot f)^2} \approx \frac{8106 \text{ A} \cdot \text{Hz}}{(f / \text{Hz})^2} \quad (4.77)$$

Die Phasendichte sowie Real- und Imaginärteil sind wie folgt zu bestimmen:

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\sin(\omega \cdot T) + \sin(\omega \cdot T_f) - \sin(\omega \cdot (T + T_f))}{\cos(\omega \cdot T) + \cos(\omega \cdot T_f) - \cos(\omega \cdot (T + T_f)) - 1}\right) \quad (4.78)$$

$$\text{Re}\{\underline{I}(j\omega)\} = \frac{I}{\omega^2 \cdot T_f} \cdot (\cos(\omega \cdot T) + \cos(\omega \cdot T_f) - \cos(\omega \cdot (T + T_f)) - 1) \quad (4.79)$$

$$\text{Im}\{\underline{I}(j\omega)\} = -\frac{I}{\omega^2 \cdot T_f} \cdot (\sin(\omega \cdot T) + \sin(\omega \cdot T_f) - \sin(\omega \cdot (T + T_f))) \quad (4.80)$$

$$\text{für } \omega = 0 \quad : \quad \underline{I}(j\omega) = I \cdot T \quad (4.81)$$

$$\text{für } \omega \rightarrow \infty \quad : \quad \underline{I}(j\omega) = 0 \quad (4.82)$$

Die Halbwertsbreite beträgt im Zeitbereich wieder $T_H = T = 0,5 \text{ s}$ und im Frequenzbereich $B_H \approx 2,4 \text{ Hz}$, was ein Produkt $B_H \cdot T_H \approx 1,2$ ergibt. Der gleiche Zeitverlauf mit reduzierter Flankensteilheit, aber mit ungleicher ansteigender und abfallender Flanke wird folgendermaßen definiert:

$$i(t) = I \cdot \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{t}{T_f} & 0 < t < T_f \\ 1 & T_f < t < T - T_t \\ \frac{T-t}{T_t} & T - T_t < t < T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (4.83)$$

Das Spektrum (**Abb. 4.12**) lautet dann:

$$\underline{I}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{I}{\omega^2} \cdot \left(\frac{e^{-j\omega \cdot T_f} - 1}{T_f} + \frac{e^{j\omega \cdot T_t} - 1}{T_t} \cdot e^{-j\omega \cdot T} \right) \quad (4.84)$$

und wird für $I = 400$ A (Langzeitstrom bei Gefährdungspegel I), $T = 0,5$ s (Gesamtdauer des Impulses), $T_f = 0,002 \cdot T = 1$ ms und $T_t = 0,01 \cdot T = 5$ ms angegeben.

Zusätzlich soll ein Zeitverlauf mit Parabelflanken und damit abgerundete Ecken betrachtet werden:

$$i(t) = I \cdot \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{t}{T_f} \cdot \left(2 - \frac{t}{T_f} \right) & 0 < t < T_f \\ 1 & T_f < t < T - T_f \\ \frac{T-t}{T_f} \cdot \left(2 - \frac{T-t}{T_f} \right) & T - T_f < t < T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (4.85)$$

Das Spektrum (**Abb. 4.12**) dafür ist:

$$\underline{I}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{2 \cdot I}{\omega^2 \cdot T_f} \cdot \left(\frac{1 - e^{-j\omega \cdot T_f}}{j\omega \cdot T_f} - \left(1 + \frac{1 - e^{j\omega \cdot T_f}}{j\omega \cdot T_f} \right) \cdot e^{-j\omega \cdot T} - 1 \right) \quad (4.86)$$

Die Werte für einen Stromimpuls sollen $I = 400$ A, $T = 0,5$ s und $T_f = T_t = 0,01 \cdot T = 5$ ms sein.

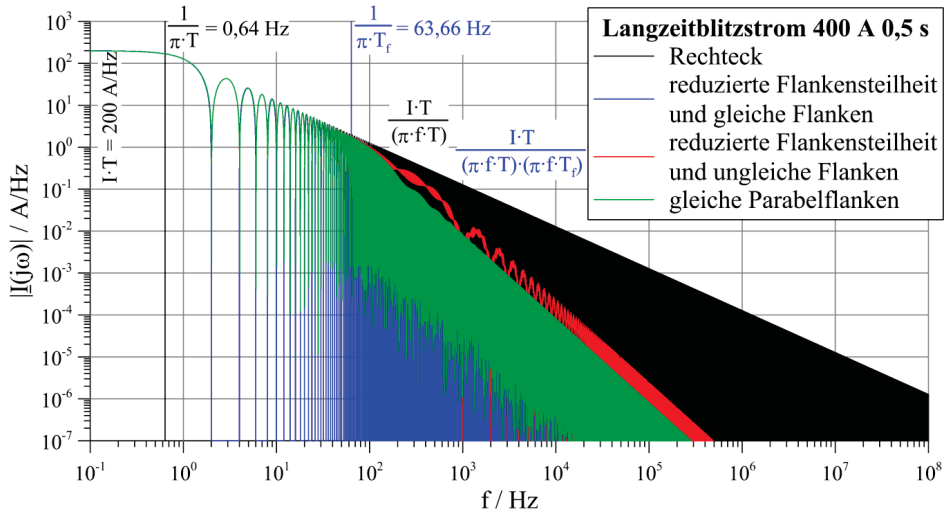


Abb. 4.12: Amplitudendichte des Blitzlangzeitstromes mit 400 A über 500 ms

Für alle vorgenannten Langzeitstromverläufe entspricht die Amplitudendichte $|I(j\omega)|$ für Frequenzwerte unter ca. 0,3 Hz zahlenmäßig der Gesamtladung Q_{Ges} des Stromes.

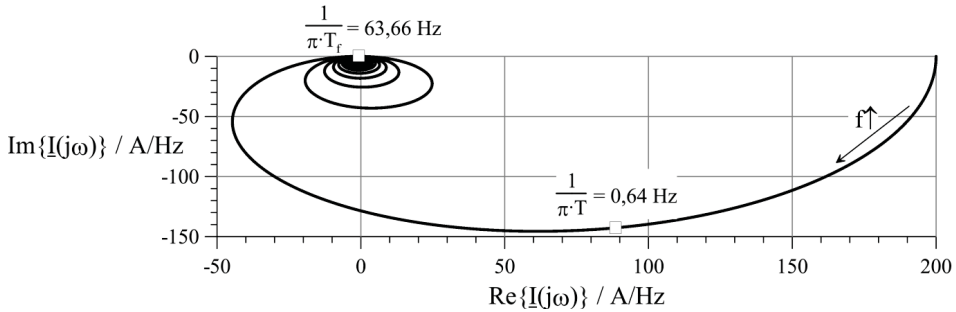


Abb. 4.13: Ortskurve des Blitzlangzeitstromes mit 400 A über 500 ms (reduzierte Flankensteilheit und ansteigende gleich abfallende Flanke)

Des Weiteren kann ein Blitzlangzeitstrom auch mit "doppelten" Parabelflanken definiert werden. Das wäre z.B. eine Definition des Langzeitstromes mit $t = 0$ bei 10 % von I in der ansteigenden Flanke und $t = T$ bei 10 % von I in der abfallenden Flanke [N5]. Die Übergänge von Null zur ansteigenden Flanke und von der abfallenden Flanke wieder zu Null sowie von ansteigender Flanke zum konstanten Strom und vom konstanten Strom zur abfallenden Flanke sollen mit der gleichen Parabelfunktion, jeweils entsprechend skaliert, beschrieben werden:

$$i(t) = I \cdot \begin{cases} 0 & t < -0,1 \cdot T_f \\ 0,1 \cdot \left(\frac{t}{0,1 \cdot T_f} + 1 \right)^2 & -0,1 \cdot T_f < t < 0 \\ 0,9 \cdot \frac{t}{T_f} \cdot \left(2 - \frac{t}{T_f} \right) + 0,1 & 0 < t < T_f \\ 1 & T_f < t < T - T_f \\ 0,9 \cdot \frac{T-t}{T_f} \cdot \left(2 - \frac{T-t}{T_f} \right) + 0,1 & T - T_f < t < T \\ 0,1 \cdot \left(\frac{T-t}{0,1 \cdot T_f} + 1 \right)^2 & T < t < T + 0,1 \cdot T_f \\ 0 & T + 0,1 \cdot T_f < t \end{cases} \quad (4.87)$$

In einem Beispiel sollen für die Impulsbreite $T = 500$ ms und für die Flankenbreite $T_f = 0,02 \cdot T = 10$ ms eingesetzt werden:

$$i(t) = I \cdot \begin{cases} 0,0 & t < -1 \text{ ms} \\ 0,1 \cdot \left(\frac{t}{1 \text{ ms}} + 1 \right)^2 & -1 \text{ ms} < t < 0 \\ 0,9 \cdot \frac{t}{10 \text{ ms}} \cdot \left(2 - \frac{t}{10 \text{ ms}} \right) + 0,1 & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 1,0 & 10 \text{ ms} < t < 490 \text{ ms} \\ 0,9 \cdot \frac{500 \text{ ms} - t}{10 \text{ ms}} \cdot \left(2 - \frac{500 \text{ ms} - t}{10 \text{ ms}} \right) + 0,1 & 490 \text{ ms} < t < 500 \text{ ms} \\ 0,1 \cdot \left(\frac{500 \text{ ms} - t}{1 \text{ ms}} + 1 \right)^2 & 500 \text{ ms} < t < 501 \text{ ms} \\ 0,0 & 501 \text{ ms} < t \end{cases} \quad (4.88)$$

4.6 Literatur

- [33] Hasse, P.; Wiesinger, J.; Zischank, W.: Handbuch für Blitzschutz und Erdung, 5. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2006, ISBN: 3-7905-0931-0, S. 252
- [34] Krefß, D.; Irmer, R.: Angewandte Systemtheorie, Kontinuierliche und zeitdiskrete Signalverarbeitung, 1. Auflage, Verlag Technik, Berlin, 1989, ISBN: 3-341-00693-1
- [35] Schönau, J.: Abschlussbericht TU Ilmenau – VDE/ABB 03/96, Erzeugung von Blitz-Erst-Entladungsströmen bis zu Bedrohungswerten der Schutzklasse I im Hochleistungs-Impulslabor der TU Ilmenau, Technische Universität Ilmenau, Fachgebiet "Elektrische Energietechnik", 26. 11. 1996
- [36] Brocke, R.: Umrechnung der Prüftoleranzen für I_{peak} , Q und W/R auf Zeitparameter eines doppelt-exponentiellen Impulses, Technischer Bericht, Technische Universität Ilmenau, Fachgebiet "Elektrische Energietechnik", 1996
- [37] Kaiser, K.L.: Electromagnetic Compatibility Handbook, CRC Press, Boca Raton, FL · London · New York, NY · Washington, D.C., 2005, ISBN: 0-8493-2087-9, pp. 12-188 – 12-192, 12-201 – 12-203
- [38] Heidler, F.; Stimper, K.: Blitz und Blitzschutz; Grundlagen der Normenreihe VDE 0185, Entstehung von Gewittern, Blitzortungssysteme, Blitzströme und ihre Wirkungen, Schutz von Gebäuden und elektrischen Anlagen, Generatoren für die Stromprüfung; VDE-Schriftenreihe Normen verständlich 128, VDE Verlag GmbH, Berlin, Offenbach, Juli 2009, ISBN: 978-3-8007-2974-6, S. 212
- [39] Conrad, T.; Funke, J.; Gerlach, M.; Goldbach, W.; Goodrich, R.; Kladar, D.; Koepfinger, J.; Maytum, M.; Martzloff, F.: Reality Check Initiative on the Equivalency of 8/20 versus 10/350 Waveforms for Testing Surge-Protective Devices, IEEE Power Engineering Society General Meeting, 18. – 22. June 2006, 8 pp.
- [40] Gockenbach, E.; Modrusan, M.; Sutter, H.: An impulse generator to simulate lightning effects on aircraft, 1983, (E1–64)
- [N5] DIN EN 62305-1 (VDE 0185-305-1): Blitzschutz – Teil 1: Allgemeine Grundsätze, Oktober 2006, Anhang B (informativ): Zeitfunktionen des Blitzstroms für Analysezwecke, S. 36 – 39, Anhang C (informativ): Nachbildung des Blitzstroms für Prüfwzwecke, S. 40 – 43, Anhang D (informativ): Prüfparameter für die Nachbildung von Blitzwirkungen auf LPS-Komponenten, S. 44 – 57
- [N6] DIN 48810: Blitzschutzanlage, Trennfunkentrecke: Anforderungen, Prüfungen, September 2001
- [N7] DIN EN 61643-11 (VDE 0675 Teil 6-11), Überspannungsschutzgeräte für Niederspannung Teil 11: Überspannungsschutzgeräte für den Einsatz in Niederspannungsanlagen – Anforderungen und Prüfungen, Dezember 2002

5 Grundlegende Beschreibung von Prüfgeneratoren

5.1 CLR-Stoßkreis

In den folgenden Kapiteln werden anhand des einfachen CLR-Reihenkreises die Möglichkeiten der Simulation aperiodischer und periodischer Impulsströme dargestellt. Die grundlegenden Dimensionierungsangaben werden für die Impulsstromformen 10/350 μs , als Nachbildung von Erstblitzstoßströmen, für 0,25/100 μs , als Nachbildung von Folgeblitzstoßströmen, und für 8/20 μs , als Nachbildung induzierter bzw. eingekoppelter Stoßströme, jeweils kurz vorgestellt.

5.1.1 Stoßstromgenerator für Blitzströme der Form 10/350 μs

Den Zeitverlauf eines im Labor simulierten Erstblitzstoßstromes zeigt **Abb. 5.1**. Die normativen Parameter zur Stromform $T_1/T_2 = 10/350 \mu\text{s}$ mit dem Scheitelwert $\hat{I} = 150 \text{ kA}$ sind $Q = 75 \text{ As}$ sowie $SE = 5,6 \text{ MJ}/\Omega$ und entsprechend dem Gefährdungspegel II (LPL II) [N8].

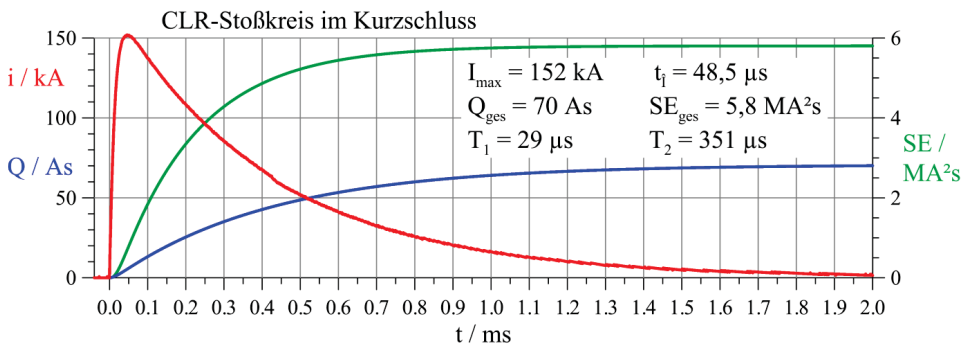


Abb. 5.1: Erstblitzstoßstrom von Hochstrom-Impulsgenerator [41]
 $(U_L = 8,7 \text{ kV}, C_S = 275 \cdot 25 \mu\text{F} + 5 \cdot 250 \mu\text{F} = 8125 \mu\text{F},$
 $R_D = 0,9 \Omega / 18 + 3 \text{ m}\Omega = 53 \text{ m}\Omega, \text{ abgeschätzt } L_{\text{par}} \approx 0,7 \mu\text{H})$

Die einfache Schaltung des CLR-Kreises ist in **Abb. 5.2** dargestellt. Dabei deutet der gestrichelt berandete Teil die Ladevorrichtung für die Stoßkapazität C an und soll bei den folgenden Betrachtungen keine vordergründige Rolle mehr spielen. Ebenso wird zunächst kein Prüfobjekt in den geschlossenen Reihenkreis eingefügt, bei einem rein ohmsch-induktiven Prüfobjekt kann dieses aber in den Elementen Stoßkreisinduktivität L und Stoßkreiswiderstand R enthalten sein.

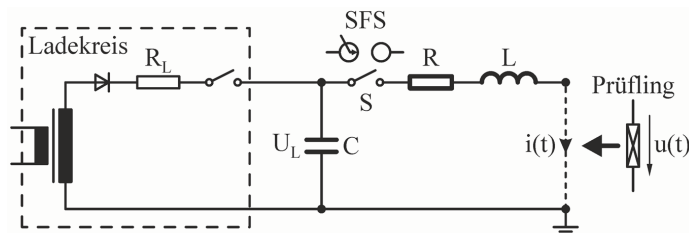


Abb. 5.2: CLR-Reihenkreis zur Impulsstromerzeugung für Form 10/350 μs

Die technischen Zeitparameter für den aperiodisch gedämpften 10/350- μ s-Impulsstrom sind:

$$\text{Stirnzeit } T_1 = t_s = 10 \mu\text{s} \quad , \quad \text{Rückenhalfwertszeit } T_2 = t_R = 350 \mu\text{s}$$

Häufig verwendet man die Darstellung mit zwei Exponentialfunktionen für den Zeitverlauf des Impulsstromes, da diese die mit CLR-Kreisen künstlich erzeugten Stoßströme gut wiedergibt:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad \text{bzw.} \quad i(t) = \frac{U_L}{\sqrt{R^2 - \frac{4 \cdot L}{C}}} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (5.1)$$

Der so genannte Stromausnutzungsfaktor zur Scheitelwertkorrektur ist hierbei:

$$\eta = \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{\frac{\tau_2}{\tau_1} - 1}} - \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}}} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \quad (5.2)$$

$$\eta = 2 \cdot \frac{\left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{x} \right)}}{1 + \frac{1}{x}} \quad \text{mit} \quad x = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}} \quad (5.3)$$

Im CLR-Kreis bei aperiodischer Dämpfung lauten die Zeitkonstanten:

$$\tau_{1,2} = \frac{1}{\frac{R}{2 \cdot L} \mp \sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L} \right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}}} = \frac{R \cdot C}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{R \cdot C}{2} \right)^2 - L \cdot C} \quad (5.4)$$

Für die Auslegung der Kreiselemente liegt die Anwendung der mathematischen Zeitparameter näher als die der technischen Zeitparameter. Für den 10/350- μ s-Impulsstrom (10%-90%-50%-Definition) liegen folgende mathematische Zeitparameter vor, mit denen der Ausnutzungsfaktor η zu bestimmen ist:

Rückenzeitkonstante	$\tau_1 \approx 470 \mu\text{s}$
Stirnzeitkonstante	$\tau_2 \approx 4,06 \mu\text{s}$
Stromausnutzungsfaktor	$\eta \approx 0,951$

Zwischen den Kreiselementen bestehen dann mit τ_1 und τ_2 folgende Beziehungen:

$$L = \frac{R}{\frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_1}} \quad , \quad R = \left(\frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_1} \right) \cdot L \quad , \quad L = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{C} \quad (5.5)$$

$$C = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{L} \quad , \quad R = \frac{\tau_1 + \tau_2}{C} \quad , \quad C = \frac{\tau_1 + \tau_2}{R}$$

Die Kreiselemente bestimmen sich unabhängig voneinander über:

$$\begin{aligned}
 C &= (\tau_1 - \tau_2) \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \hat{I}/U_L = \tau_1 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{\tau_2-1}} \cdot \hat{I}/U_L = \tau_2 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{1-\tau_2}} \cdot \hat{I}/U_L \\
 L &= \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \tau_2 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{1-\tau_2}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \tau_1 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{\tau_2-1}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \\
 R &= \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1}\right) \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{1-\tau_2}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}\right) \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{\tau_2-1}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L}
 \end{aligned} \quad (5.6)$$

Folgende Tabelle **Tab. 5.1** zeigt Beispiele der notwendigen Stoßkreiselemente für die Stromform 10/350 μ s und zusätzlich für die Stromform 1/200 μ s in Abhängigkeit von der Ladespannung der Stoßkapazität und dem Stoßstromscheitelwert. Für die Stoßströme mit den langen Rückenzeiten werden große Stoßkapazitäten im mF-Bereich benötigt. Zur Erreichung der hohen Stirnsteilheit sind kleine Stoßkreisinduktivitäten im nH- bis μ H-Bereich zu realisieren. Die großen Stromamplituden erfordern kleine Stoßkreiswiderstände weniger als 1 Ω .

Tab. 5.1: Werte für Stoßkreiselemente bei 10/350- μ s- und 1/200- μ s-Stoßstrom

Elemente	für 10/350- μ s-Stoßstrom	für 1/200- μ s-Stoßstrom
C in μ F	$C \approx 490 \cdot \hat{I}/U_L$	$C \approx 287 \cdot \hat{I}/U_L$
L in μ H \hat{I} in kA	$L \approx 3,9 \cdot U_L/\hat{I}$	$L \approx 0,37 \cdot U_L/\hat{I}$
R in Ω U_L in kV	$R \approx 0,97 \cdot U_L/\hat{I}$	$R \approx 0,99 \cdot U_L/\hat{I}$
Ladespannung	Stoßstromscheitelwert $\hat{I} = 200$ kA	Stoßstromscheitelwert $\hat{I} = 100$ kA
$U_L = 10$ kV	$C \approx 9800$ μ F $L \approx 0,2$ μ H $R \approx 0,05$ Ω	$C \approx 2868$ μ F $L \approx 0,04$ μ H $R \approx 0,099$ Ω
$U_L = 100$ kV	$C \approx 980$ μ F $L \approx 1,95$ μ H $R \approx 0,48$ Ω	$C \approx 287$ μ F $L \approx 0,4$ μ H $R \approx 0,99$ Ω

Weitere (allgemeine) Angaben, Beziehungen und Dimensionierungshinweise sowie Diagramme für aperiodische Impulsströme sind im Anhang **A4** angegeben.

5.1.2 Parametervariation für den Stromimpuls der Form 10/350 μ s

Im Weiteren sollen die Abhängigkeiten der 5 wesentlichen Impulsstromkenngrößen Impuls-scheitelwert \hat{I} , Impulsladung Q , Spezifische Impulsenergie $SE = W/R$ sowie Stirn- und Rückenhalbwertszeit des Impulses $T_1 = t_s$ und $T_2 = t_R$ von den 4 Stoßkreisparametern Kapazität C , Induktivität L , Dämpfungswiderstand R und Ladespannung der Kapazität U_L bezogen auf die Nennwerte abgeleitet und dargestellt werden.

Für die aperiodisch gedämpfte Impulsstromform 10/350 μ s sollen folgende Nennwerte der Zeitkonstanten und des Stromausnutzungsfaktors gelten:

$$\tau_{10} \approx 470 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_{20} \approx 4,06 \mu\text{s} \quad , \quad \eta_0 \approx 0,951$$

Die Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 und der Stromausnutzungsfaktor η berechnen sich für die Nennwerte, die jeweils mit dem Index 0 gekennzeichnet sind, und für davon abweichende Werte, die keine besondere Kennzeichnung erhalten, nach folgenden Beziehungen:

$$\tau_{10,20} = \frac{1}{2} \cdot R_0 \cdot C_0 \pm \sqrt{\left(\frac{R_0 \cdot C_0}{2}\right)^2 - L_0 \cdot C_0} \quad , \quad \eta_0 = \left(\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}}\right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}}}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_{20}}{\tau_{10}}\right) \quad (5.7)$$

$$\tau_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot R \cdot C \pm \sqrt{\left(\frac{R \cdot C}{2}\right)^2 - L \cdot C} \quad , \quad \eta = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}\right) \quad (5.8)$$

Hierbei ist festzuhalten, dass der Stromausnutzungsfaktor η keine unabhängige Größe wie die Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 ist, sondern sich vielmehr aus diesen ableitet. Die Funktionen der Zeitkonstanten von den auf ihre Nennwerte bezogenen Stoßkreisparametern lauten:

$$\tau_{1,2} = f(C/C_0) = \frac{1}{2} \cdot R_0 \cdot C/C_0 \cdot C_0 \pm \sqrt{\left(\frac{R_0 \cdot C/C_0 \cdot C_0}{2}\right)^2 - L_0 \cdot C/C_0 \cdot C_0} \quad (5.9)$$

$$\tau_{1,2} = f(L/L_0) = \frac{1}{2} \cdot R_0 \cdot C_0 \pm \sqrt{\left(\frac{R_0 \cdot C_0}{2}\right)^2 - L/L_0 \cdot L_0 \cdot C_0} \quad (5.10)$$

$$\tau_{1,2} = f(R/R_0) = \frac{1}{2} \cdot R/R_0 \cdot R_0 \cdot C_0 \pm \sqrt{\left(\frac{R/R_0 \cdot R_0 \cdot C_0}{2}\right)^2 - L_0 \cdot C_0} \quad (5.11)$$

Die Nennwerte der Stoßkreisparameter C_0 , L_0 und R_0 ergeben sich wiederum ebenfalls aus den Zeitkonstanten (und dem Stromausnutzungsfaktor) und sind zusätzlich vom Verhältnis aus gewünschter Impulsstromamplitude zu Ladespannung abhängig:

$$C_0 = (\tau_{10} - \tau_{20}) \cdot \frac{1}{\eta_0} \cdot \hat{I}_0 / U_{L0} \approx 490 \mu\text{s} \cdot \hat{I}_0 / U_{L0} \quad (5.12)$$

$$L_0 = \frac{1}{\frac{1}{\tau_{20}} - \frac{1}{\tau_{10}}} \cdot \eta_0 \cdot \frac{1}{\hat{I}_0 / U_{L0}} \approx 3,9 \mu\text{s} \cdot \frac{1}{\hat{I}_0 / U_{L0}} \quad (5.13)$$

$$R_0 = \left(1 + \frac{2}{\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}} - 1}\right) \cdot \eta_0 \cdot \frac{1}{\hat{I}_0 / U_{L0}} \approx 0,97 \cdot \frac{1}{\hat{I}_0 / U_{L0}} \quad (5.14)$$

Da das Verhältnis \hat{I}/U_{L0} bei den folgenden Beziehungen jeweils heraus fällt, kann es gleich 1 gesetzt werden.

Die folgenden Diagramme **Abb. 5.3** bis **Abb. 5.6** zeigen die Abhängigkeiten der bezogenen Impulsstromkenngrößen $\hat{I}/\hat{I}_0 = I_{\max}/I_{\max0}$, Q/Q_0 , SE/SE_0 , T_1/T_{10} und T_2/T_{20} von den bezogenen Stoßkreisparametern C/C_0 , L/L_0 , R/R_0 und U_L/U_{L0} über weite Bereiche dieser Stoßkreisparameter.

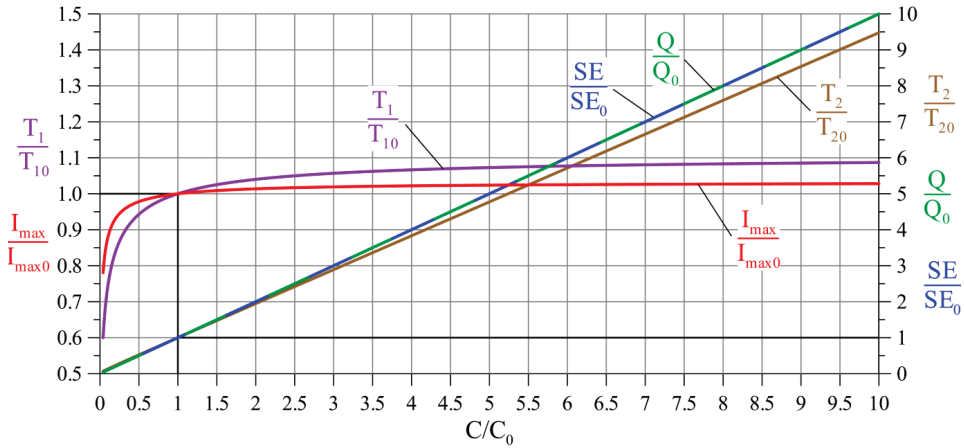


Abb. 5.3: Bezojene Impulsstromkenngrößen als Funktion der bezogenen Stoßkreis Kapazität

Die minimale bezogene Stoßkreis Kapazität C_{\min} , bei der der aperiodische Grenzfall vorliegt, berechnet sich zu:

$$\frac{C_{\min}}{C_0} = \frac{4 \cdot L_0}{R_0^2} \cdot \frac{1}{C_0} \approx 0,034 \quad (5.15)$$

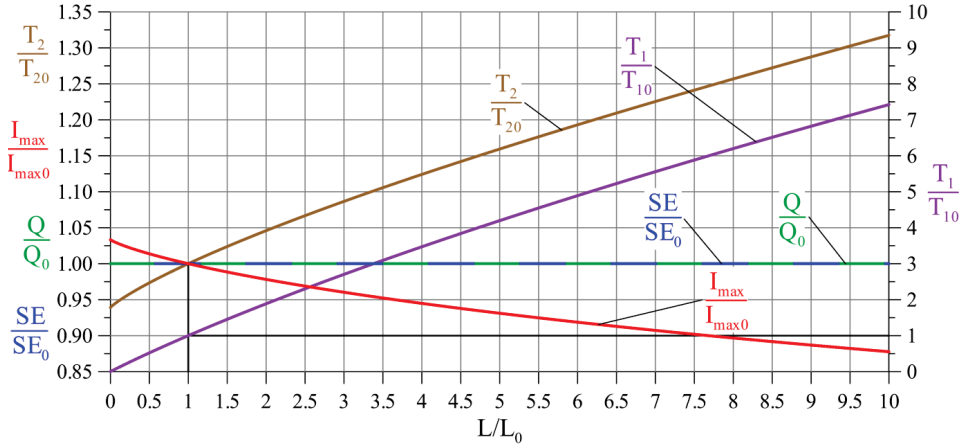


Abb. 5.4: Bezojene Impulsstromkenngrößen als Funktion der bezogenen Stoßkreis Induktivität

Die maximale bezogene Stoßkreis Induktivität L_{\max} , bei der dann der aperiodische Grenzfall vorliegt, berechnet sich zu:

$$\frac{L_{\max}}{L_0} = \frac{R_0^2 \cdot C_0}{4} \cdot \frac{1}{L_0} \approx 29,4 \quad (5.16)$$

Diese bezogene Stoßkreis Induktivität ist in **Abb. 5.4** aufgrund des eingeschränkten Wertebereiches nicht dargestellt.

Der minimale bezogene Stoßkreiswiderstand R_{\min} , bei dem der aperiodische Grenzfall vorliegt, berechnet sich zu:

$$\frac{R_{\min}}{R_0} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \cdot \frac{1}{R_0} \approx 0,18 \quad (5.17)$$

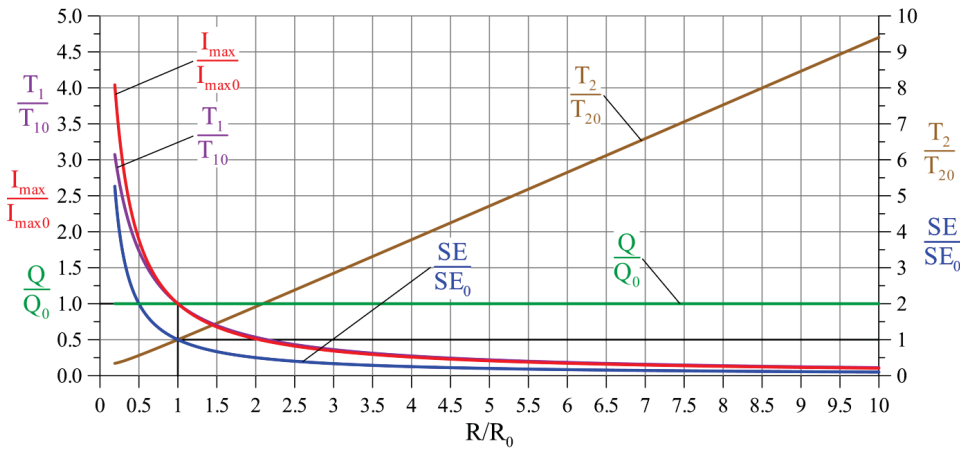


Abb. 5.5: Bezoene Impulsstromkenngrößen als Funktion des bezogenen Stoßkreiswiderstandes

Die **Abb. 5.6** zeigt die Abhängigkeiten der 5 Impulsstromkenngrößen von der Ladespannung U_L auf.

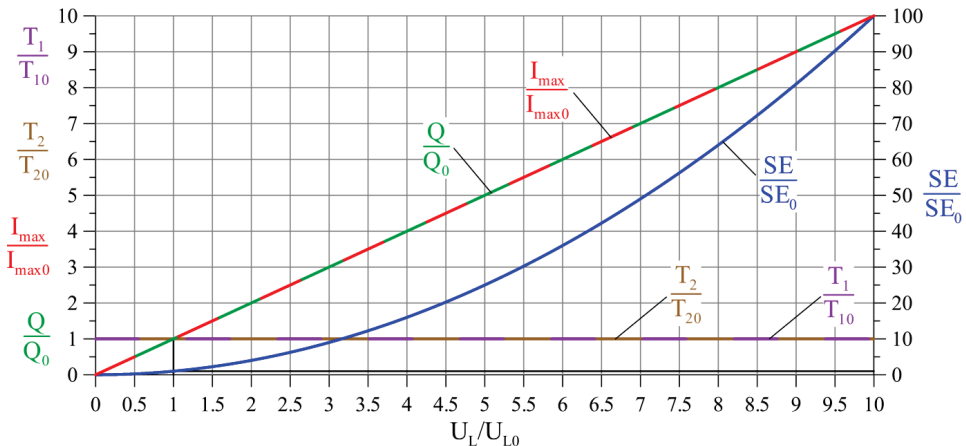


Abb. 5.6: Bezoene Impulsstromkenngrößen als Funktion der bezogenen Ladespannung

In den folgenden Kapiteln werden die einzelnen Abhängigkeiten genauer um die Nennwerte herum betrachtet, wobei die üblichen bzw. normativen Toleranzen der Impulsstromkenngrößen als Grenzen vorgegeben werden.

5.1.2.1 Einflüsse auf den Impulsstromscheitelwert

Die nach verschiedenen Normen geforderte Toleranz für den Impulsscheitelwert $\hat{I} = I_{\max}$ beträgt $\pm 10\%$. Aus den Beziehungen für den Scheitelwert folgt das allgemeine Verhältnis:

$$\hat{I}_0 = \frac{U_{L0}}{\sqrt{R_0^2 - 4 \cdot \frac{L_0}{C_0}}} \cdot \eta_0 \quad \text{und} \quad \hat{I} = \frac{U_L}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \eta \quad (5.18)$$

$$\frac{\hat{I}}{\hat{I}_0} = \frac{U_L}{U_{L0}} \cdot \sqrt{\frac{R_0^2 - 4 \cdot \frac{L_0}{C_0}}{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \frac{\eta}{\eta_0} \quad (5.19)$$

Der Impulsscheitelwert verändert sich mit allen 4 vorhandenen Größen C , L , R und der Ladespannung U_L der Stoßkapazität C (**Abb. 5.7** bis **Abb. 5.10**):

$$\frac{\hat{I}}{\hat{I}_0} = f(C/C_0) = \sqrt{\frac{R_0^2 - 4 \cdot \frac{L_0}{C_0}}{R_0^2 - 4 \cdot \frac{L_0}{C/C_0 \cdot C_0}}} \cdot \frac{\eta}{\eta_0} \quad (5.20)$$

$$\frac{\hat{I}}{\hat{I}_0} = f(L/L_0) = \sqrt{\frac{R_0^2 - 4 \cdot \frac{L_0}{C_0}}{R_0^2 - 4 \cdot \frac{L/L_0 \cdot L_0}{C_0}}} \cdot \frac{\eta}{\eta_0} \quad (5.21)$$

$$\frac{\hat{I}}{\hat{I}_0} = f(R/R_0) = \sqrt{\frac{R_0^2 - 4 \cdot \frac{L_0}{C_0}}{(R/R_0 \cdot R_0)^2 - 4 \cdot \frac{L_0}{C_0}}} \cdot \frac{\eta}{\eta_0} \quad (5.22)$$

$$\frac{\hat{I}}{\hat{I}_0} = f(U_L/U_{L0}) = U_L/U_{L0} \quad (5.23)$$

Im Stromausnutzungsfaktor η sind die Veränderungen von C , L oder R enthalten.

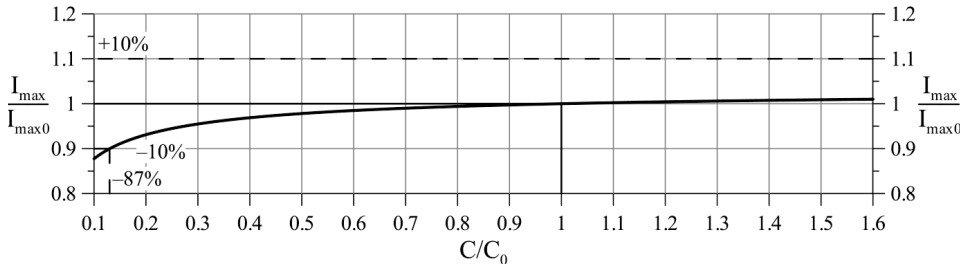


Abb. 5.7: Bezogener Scheitelwert als Funktion der bezogenen Kapazität

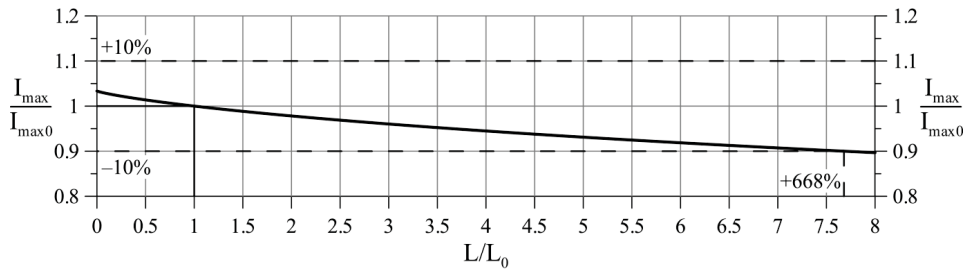


Abb. 5.8: Bezogener Scheitelwert als Funktion der bezogenen Induktivität

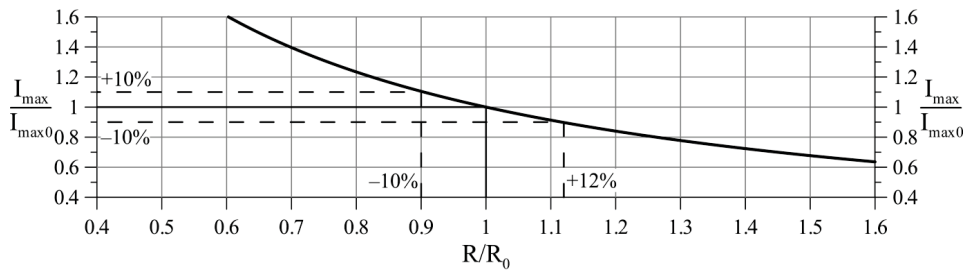


Abb. 5.9: Bezogener Scheitelwert als Funktion des bezogenen Widerstandes

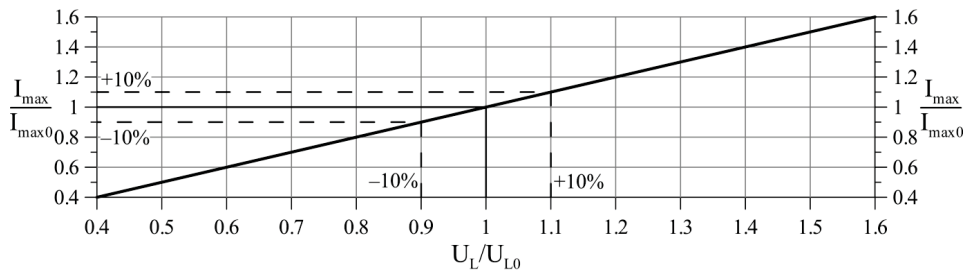


Abb. 5.10: Bezogener Scheitelwert als Funktion der bezogenen Ladespannung

5.1.2.2 Einflüsse auf die Impulsladung

Nach verschiedenen Normen ist die geforderte Toleranz für die Impulsladung $Q \pm 20\%$. Der integrale Parameter Impulsladung wird jeweils für den vollen Impulsstrom bis theoretisch $t \rightarrow \infty$ berechnet. Aus der Definition der Ladung folgt das allgemeine Verhältnis:

$$Q_0 = U_{L0} \cdot C_0 \quad \text{und} \quad Q = U_L \cdot C \quad (5.24)$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{U_L}{U_{L0}} \cdot \frac{C}{C_0} \quad (5.25)$$

Die Impulsladung ist unabhängig von $L \neq \infty$ bzw. $R \neq \infty$ und deshalb nur linear von der Stoßkapazität C und deren Ladespannung U_L abhängig (**Abb. 5.11**, **Abb. 5.12**):

$$\frac{Q}{Q_0} = f(C/C_0) = C/C_0 \quad (5.26)$$

$$\frac{Q}{Q_0} = f(U_L/U_{L0}) = U_L/U_{L0} \quad (5.27)$$

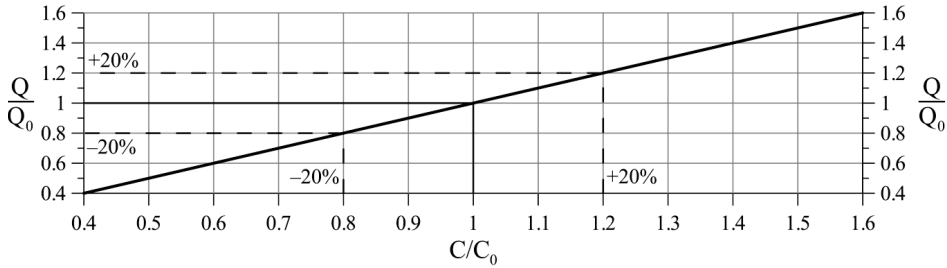


Abb. 5.11: Bezogene Ladung als Funktion der bezogenen Kapazität

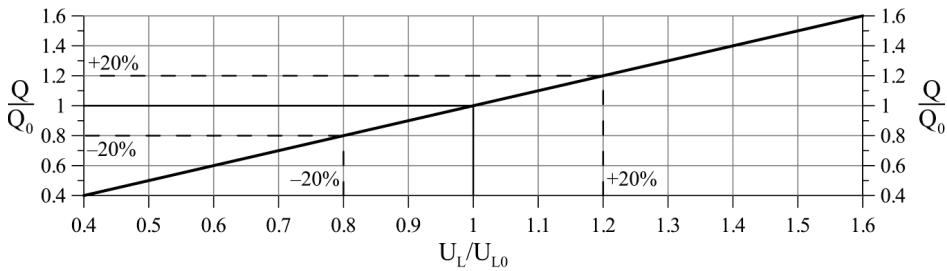


Abb. 5.12: Bezogene Ladung als Funktion der bezogenen Ladespannung

5.1.2.3 Einflüsse auf die Spezifische Impulsenergie

Die nach verschiedenen Normen geforderte Toleranz beträgt für die Spezifische Impulsenergie $\pm 35\%$. Der integrale Parameter Spezifische Impulsenergie SE wird ebenfalls jeweils für den vollen Impulsstrom bis theoretisch $t \rightarrow \infty$ berechnet. Aus den Energiebeziehungen ergibt sich das Verhältnis:

$$SE_0 = \frac{U_{L0}^2}{2} \cdot \frac{C_0}{R_0} \quad \text{und} \quad SE = \frac{U_L^2}{2} \cdot \frac{C}{R}, \quad \frac{SE}{SE_0} = \left(\frac{U_L}{U_{L0}} \right)^2 \cdot \frac{C}{C_0} \cdot \frac{R_0}{R} \quad (5.28)$$

Die Impulsladung ist unabhängig von der Stoßkreisinduktivität $L \neq \infty$ und deshalb linear von der Stoßkapazität C und quadratisch von deren Ladespannung U_L abhängig sowie zum Dämpfungswiderstand R umgekehrt proportional (**Abb. 5.13**, **Abb. 5.14**, **Abb. 5.15**):

$$\frac{SE}{SE_0} = f(C/C_0) = C/C_0 \quad (5.29)$$

$$\frac{SE}{SE_0} = f(R/R_0) = \frac{1}{R/R_0} \quad (5.30)$$

$$\frac{SE}{SE_0} = f(U_L/U_{L0}) = (U_L/U_{L0})^2 \quad (5.31)$$

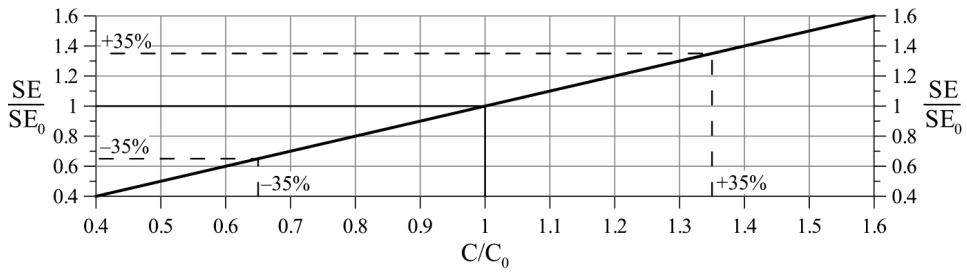


Abb. 5.13: Bezogete Spezifische Energie als Funktion der bezogenen Kapazität

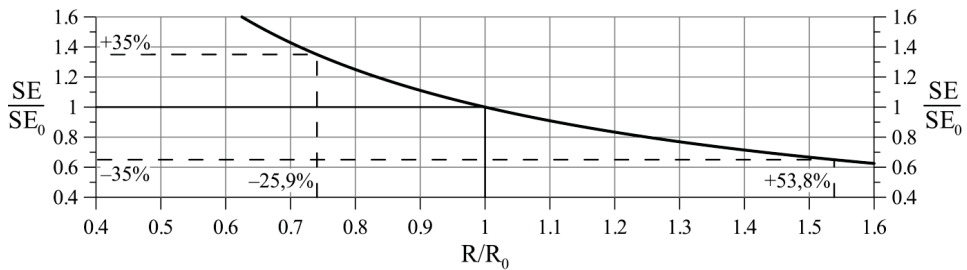


Abb. 5.14: Bezogete Spezifische Energie als Funktion des bezogenen Widerstandes

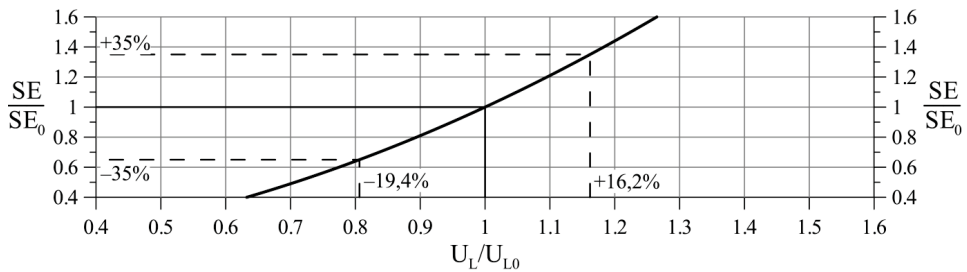


Abb. 5.15: Bezogete Spezifische Energie als Funktion der bezogenen Ladespannung

5.1.2.4 Einflüsse auf die Stirnzeit

Eine Toleranz von $\pm 20\%$ wird meist für die Stirnzeit $T_1 = t_s$ angegeben. Für die Stirnzeit können nur Näherungsbeziehungen oder numerische Berechnungen benutzt werden. In den Diagrammen **Abb. 5.16**, **Abb. 5.17**, **Abb. 5.18** sollen die genaueren numerischen Ergebnisse dargestellt werden.

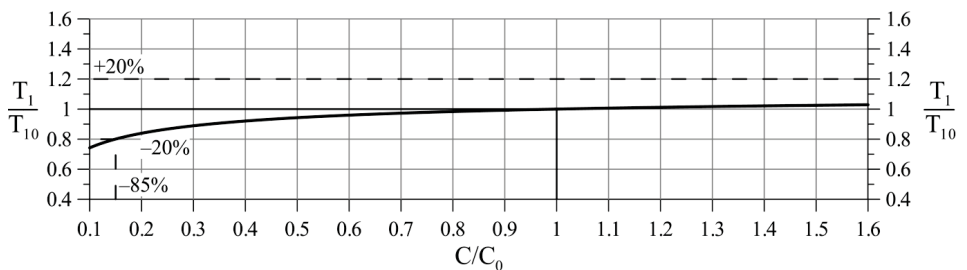


Abb. 5.16: Bezogete Stirnzeit als Funktion der bezogenen Kapazität

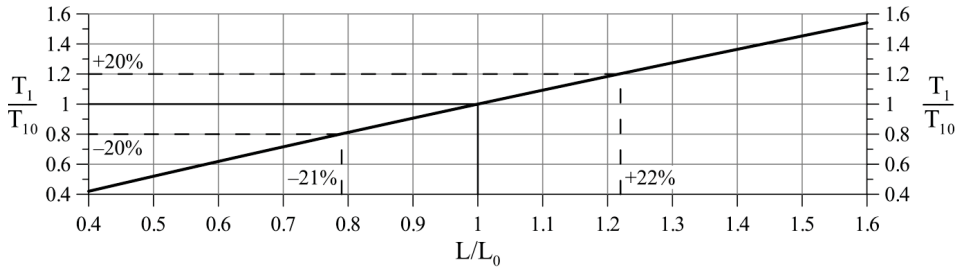


Abb. 5.17: Bezojene Stirnzeit als Funktion der bezogenen Induktivität

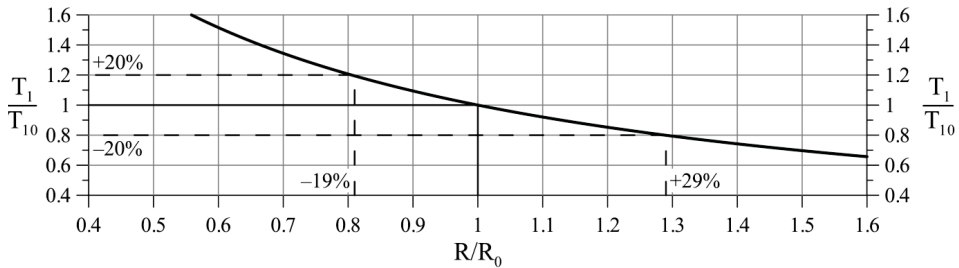


Abb. 5.18: Bezojene Stirnzeit als Funktion des bezogenen Widerstandes

Die Stirnzeit ist von den Stoßkreiselementen C , L und R abhängig, nicht aber von der Ladespannung U_L .

5.1.2.5 Einflüsse auf die Rückenhalbwertszeit

Die geforderte Toleranz soll hier für die Rückenhalbwertszeit $\pm 10\%$ betragen. Die einschlägigen Normen weisen keinen Toleranzwert für Stromimpulse der Form $10/350\ \mu\text{s}$ aus. Untersuchungen haben allerdings gezeigt, dass ein Toleranzbereich von $\pm 10\%$ sinnvoll ist, da sonst die Toleranzbereiche der integralen Impulsparameter Q und SE nicht voll eingehalten werden können. Überdies ist in Normen eine Rückenhalbwertszeittoleranz von $\pm 10\%$ für Stromimpulse der Form $8/20\ \mu\text{s}$ genannt. Für die Rückenhalbwertszeit $T_2 = t_R$ können ebenfalls nur Näherungsbeziehungen angegeben werden. Jedoch sollen in den Diagrammen wieder die genaueren numerischen Ergebnisse dargestellt werden (**Abb. 5.19**, **Abb. 5.20**, **Abb. 5.21**). Die Rückenhalbwertszeit ist wie die Stirnzeit nur von den Stoßkreiselementen C , L und R , nicht aber von der Ladespannung U_L abhängig.

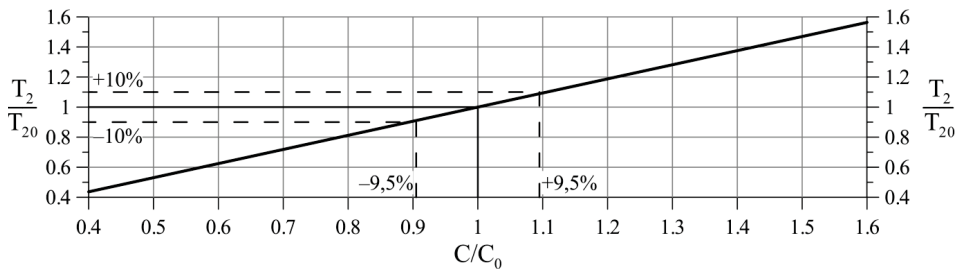


Abb. 5.19: Bezojene Rückenhalbwertszeit als Funktion der bezogenen Kapazität

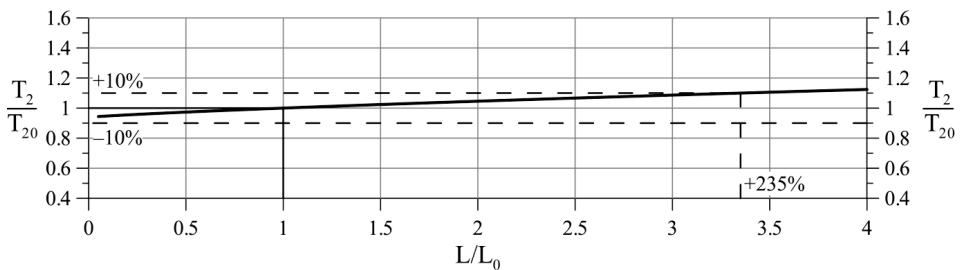


Abb. 5.20: Bezoogene Rückenhalbwertszeit als Funktion der bezogenen Induktivität

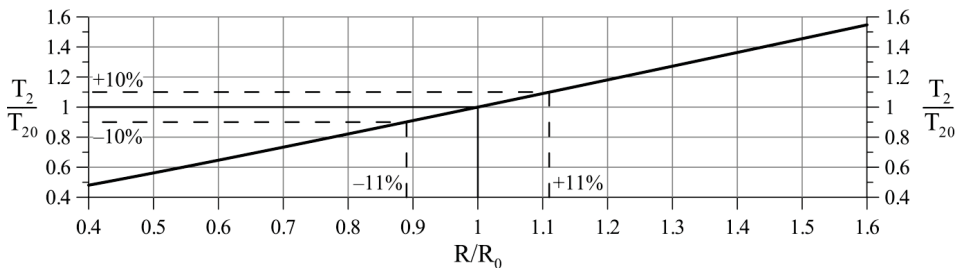


Abb. 5.21: Bezoogene Rückenhalbwertszeit als Funktion des bezogenen Widerstandes

5.1.3 Stoßstromgeneratoren für Folgeblitzstoßströme der Form 0,25/100 μs

Die hohe Stirnteilheit, die für Folgeblitzstoßströme gefordert wird, ist im Labor nur mit großem Aufwand zu realisieren. Zu Prüfzwecken werden niederinduktiv aufgebaute Stoßgeneratoren mit Öl-, SF₆- oder auch Luftisolation genutzt, die mit Spannungen im MV-Bereich arbeiten [42], [43], [44]. Diese Generatoren werden zudem häufig mit kapazitiven Aufsteilkreisen kombiniert. Als weitere Möglichkeit zur Aufsteilung des Stromes wurden schon explodierende Drähte (engl. "Exploding Wire") in Stoßstromgeneratoren erfolgreich eingesetzt [45], [46] (siehe auch Kapitel 7.2.3).

Der Folgeblitzstoßstrom besitzt mit der recht langen Rückenzeit auch einen beachtlichen Energieinhalt, der durch Stoßgeneratoren aufgebracht werden muss. Da aber die Nachbildung der kleinen Stirnzeit meist im Vordergrund steht, werden häufig Generatorschaltungen angewendet, die nur die Stirn und nicht den vollen Impulsstrom richtig wiedergeben (siehe Kapitel 5.1.3.1). Im Folgenden soll aber zunächst der erforderliche Aufwand für die Realisierung der vollständigen Stromform 0,25/100 μs beschrieben werden.

Für den einfachen CLR-Reihenkreis (Abb. 5.2 in Kapitel 5.1.1) gelten zur Erzeugung von aperiodischen Impulsströmen der Form 0,25/100 μs die gleichen Beziehungen, wie für den 10/350- μs -Impulsstrom. Die technischen Zeitparameter für den 0,25/100- μs -Impulsstrom sind:

$$\text{Stirnzeit } T_1 = t_s = 0,25 \mu\text{s} \quad , \quad \text{Rückenhalbwertszeit } T_2 = t_R = 100 \mu\text{s}$$

Der Folgeblitzstoßstrom der Form 0,25/100 μs (10%-90%-50%-Definition) besitzt folgende Zeitparameter und Kenngrößen:

$$\begin{array}{llll} \tau_1 \approx 143 \mu\text{s} & \tau_2 \approx 0,092 \mu\text{s} & \eta \approx 0,995 & t_i \approx 0,68 \mu\text{s} \\ t_{01} \approx -0,015 \mu\text{s} & t_{10} \approx 0,0097 \mu\text{s} & t_{90} \approx 0,21 \mu\text{s} & t_{50} \approx 99,99 \mu\text{s} \end{array}$$

Die zugeschnittenen Beziehungen der Kreiselemente für den 0,25/100- μ s-Impulsstrom sind:

$$C \approx 143,8 \cdot \hat{I} / U_L, \quad L \approx 0,092 \cdot U_L / \hat{I}, \quad R \approx 0,996 \cdot U_L / \hat{I}$$

mit C in μ F, L in μ H, R in Ω , \hat{I} in kA und U_L in kV

Danach muss für den Generator eine sehr kleine Kreisinduktivität ($L < 1 \mu$ H bis $L \ll 1 \mu$ H) erreicht werden. Normative Scheitelwerte und mittlere Stirnteilheiten von Folgeblitzstoßströmen sind in Kapiteln 2.3.1 und 2.3.4 angegeben. An den zugeschnittenen Beziehungen erkennt man auch die lineare Abhängigkeit der Kreisinduktivität und des ebenfalls recht kleinen Kreiswiderstandes von der Ladespannung des Stoßkreises. Die Abb. 5.22 zeigt, dass die Werte der konkret erforderlichen Elemente für den Gefährdungspegel I bzw. die Schutzklasse I mit der höchsten Stromamplitude von 50 kA die größten Forderungen darstellen.

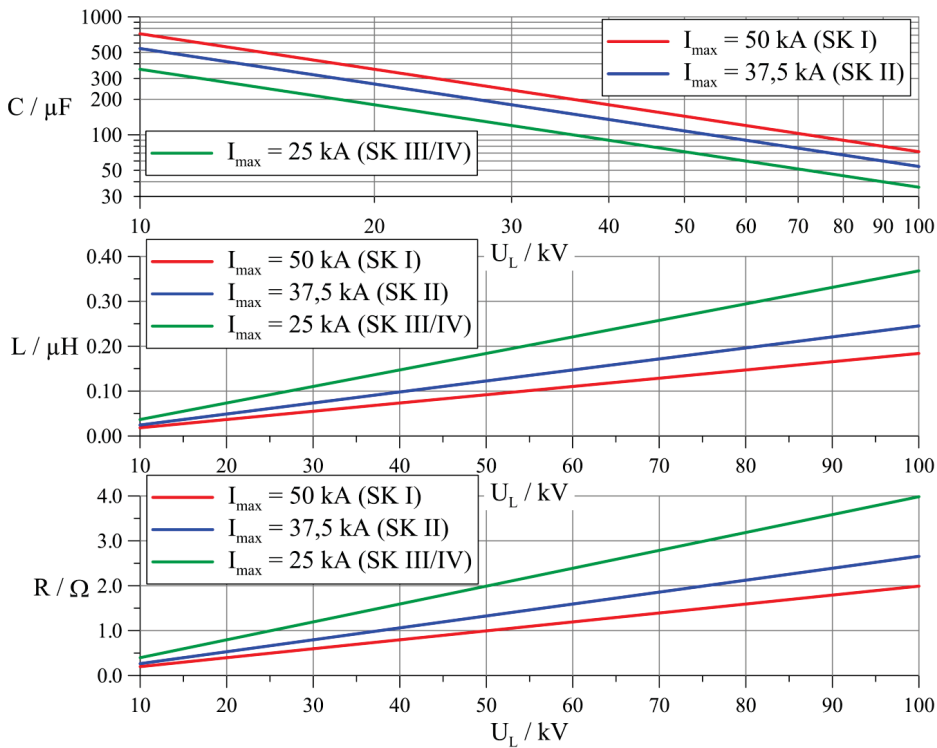


Abb. 5.22: Notwendige Stoßkapazität, Stoßkreisinduktivität und Dämpfungswiderstand für CLR-Reihenkreis in Abhängigkeit der Ladespannung für normative Folgeblitzstoßströme (SK – Schutzklasse des Blitzschutzsystems)

Die Anfangsteilheit von Stromimpulsen ist bei einfachen CLR-Reihenkreisen unabhängig von der gesamten Dimensionierung nur durch die Ladespannung U_L der Stoßkapazität und die Stoßkreisinduktivität L bestimmt:

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} = \frac{U_L}{L} \quad (5.32)$$

Die mittlere Stirnstromsteilheit berechnet sich für normative Folgeblitzstoßströme zu:

$$\left(\frac{di_{FB}}{dt} \right)_{\text{mitt}} = \frac{\Delta i_{FB}}{\Delta t} = \frac{I_{\max}}{T_1} = \frac{4}{\mu s} \cdot I_{\max} \quad \text{mit } T_1 = 0,25 \mu s \text{ und } I_{\max} \text{ in kA} \quad (5.33)$$

Mit der Annahme eines Stromverlaufes $i_{FB}(t)$ aus zwei Exponentialfunktionen für den Folgeblitz folgt die zeitliche Stromsteilheit:

$$i_{FB}(t) = \frac{I_{\max}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right), \quad \frac{di_{FB}(t)}{dt} = \frac{I_{\max}}{\eta} \cdot \left(\frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_2} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_1} \right) \quad (5.34)$$

Die Anfangssteilheit beträgt dann:

$$\left(\frac{di_{FB}}{dt} \right)_{t=0} = \frac{I_{\max}}{\eta} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right) \approx \frac{10,9}{\mu s} \cdot I_{\max} \quad \text{mit } I_{\max} \text{ in kA} \quad (5.35)$$

Die Anfangssteilheit ist mehr als doppelt so groß wie die mittlere Stirnsteilheit. Um die Anforderungen an einen CLR-Reihenkreis zu zeigen, können die beschriebenen Steilheiten mit dem Verhältnis aus Ladespannung und Kreisinduktivität in Beziehung gesetzt werden:

$$\left(\frac{di_{FB}}{dt} \right)_{\text{mitt}} = \frac{I_{\max}}{T_1} = 200 \text{ kA}/\mu s, 150 \text{ kA}/\mu s, 100 \text{ kA}/\mu s \quad (5.36)$$

$$\left(\frac{di_{FB}}{dt} \right)_{t=0} = \frac{U_L}{L} = 544 \text{ kA}/\mu s, 408 \text{ kA}/\mu s, 272 \text{ kA}/\mu s$$

Das Diagramm in **Abb. 5.23** zeigt die erforderliche Ladespannung bei vorliegender zusammengefasster Induktivität im CLR-Reihenkreis für die drei normativen Folgeblitzstromscheitelwerte. Dabei gibt das Diagramm, dem die dazugehörige Definition mit der Anfangssteilheit zu Grunde liegt, wieder, welcher hoher Ladespannungsbedarf für die Erzeugung von Folgeblitzstoßströmen zu realisieren ist. Festzuhalten ist, dass mit höherer Ladespannung (z.B. Summenladespannung eines MARX-Generators) auch die Abmessungen des Stoßkreises größer werden und damit die geometrisch bedingte Stoßkreisinduktivität zunimmt (4 $\mu\text{H}/\text{MV}$ [45]).

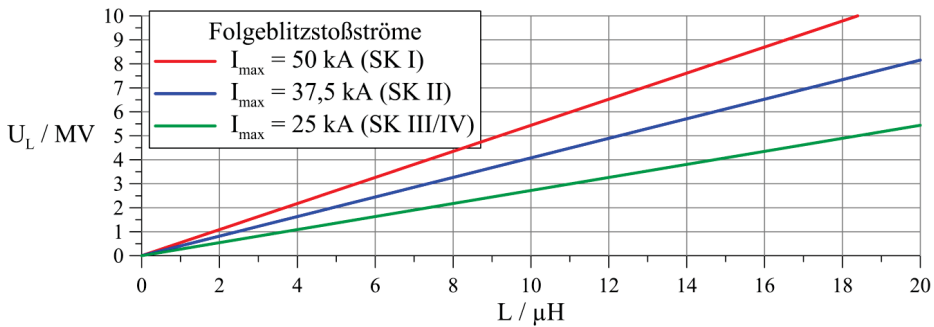


Abb. 5.23: Notwendige Ladespannung in Abhängigkeit von der Stoßkreisinduktivität und dem Folgeblitzstromscheitelwert

Beispiele für erforderliche Stoßkreiselemente zur Erzeugung der Stromform 0,25/100 μs gibt Tabelle **Tab. 5.2** in Abhängigkeit von der Ladespannung der Stoßkapazität an.

Tab. 5.2: Konkrete Werte für die Stoßkreiselemente bei 0,25/100- μs -Stoßstrom

Ladespannung	Elemente für 0,25/100- μs -Stoßstrom mit $\hat{I} = 50 \text{ kA}$		
$U_L = 10 \text{ kV}$	$C \approx 719 \mu\text{F}$	$L \approx 0,02 \mu\text{H}$	$R \approx 0,20 \Omega$
$U_L = 100 \text{ kV}$	$C \approx 71,9 \mu\text{F}$	$L \approx 0,18 \mu\text{H}$	$R \approx 1,99 \Omega$

5.1.3.1 Erzeugung von Folgeblitzstoßströmen mit verkürztem Rücken

Eine Möglichkeit zur Verbesserung der Situation bei der Erzeugung von Folgeblitzstoßströmen besteht in der Beschränkung auf die Nachbildung der steilen Impulsstirn. Die Verkürzung der Rückenhalbwertszeit T_2 bedeutet eine Reduzierung des Energieinhaltes des Impulses, die in vielen Fällen hingenommen werden kann. Zugleich erfüllt aber die Impulsform 0,25/X μs mit $X < 100 \mu\text{s}$ die Anforderungen zur Nachbildung von Induktionseffekten, für die der Folgeblitzstoßstrom in der Regel benötigt wird. Bei kürzerem Rücken sind die induzierten Spannungen nach dem Stromscheitel mit entgegengesetzter Polarität größer als beim normativen Folgeblitzstoßstrom 0,25/100 μs , jedoch für Untersuchungen meist nicht als wesentliche Beanspruchung zu betrachten (siehe $di_{\%}$ in **Tab. 5.3**).

Die Berechnung der neuen Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 für die Darstellung entsprechend Gleichung (5.1) oder (5.34) erfolgt dazu mit dem Gleichungssystem (4.6) von Kapitel 4.1. Anhand der Gleichungen (5.6) im Kapitel 5.1.1 können zunächst die auf das Verhältnis Stromscheitelwert \hat{I} zu Ladespannung U_L oder dessen Kehrwert bezogenen Stoßkreiselemente C' , L' und R' bestimmt werden. Die Größen der eigentlichen Stoßkreiselemente C , L und R berechnen sich dann mit Vorgabe der nutzbaren Ladespannung U_L der Stoßkapazität und des zu erreichenden Stromscheitelwertes \hat{I} :

$$C = C' \cdot \frac{\hat{I}}{U_L} \quad L = L' \cdot \frac{U_L}{\hat{I}} \quad R = R' \cdot \frac{U_L}{\hat{I}} \quad (5.37)$$

Tab. 5.3: Kennwerte von Kreisen für 0,25/X- μs -Stoßströme

T_1/T_2	$\tau_1 / \mu\text{s}$	$\tau_2 / \mu\text{s}$	η	$t_i / \mu\text{s}$	$C' / \mu\text{s}$	$L' / \mu\text{s}$	R'	$di_{\%} / \%$
0,25/1 μs	0,531	0,247	0,275	0,354	1,034	0,127	0,753	12,287
0,25/10 μs	13,544	0,100	0,957	0,496	14,050	0,097	0,971	0,689
0,25/100 μs	143,134	0,092	0,995	0,679	143,815	0,092	0,996	0,064

Die in **Tab. 5.3** aufgeführte Impulsform 0,25/1 μs mit $T_2/T_1 = 4$ ist ein Stromverlauf nahe am aperiodischen Grenzfall (aper. GF mit $T_2/T_1 \approx 3,8$). In **Tab. 5.3** bedeutet $di_{\%}$ die maximale Stromänderung im Impulsrücken bezogen auf die maximale Stromänderung der Impulsstirn:

$$di_{\%} = \frac{(di/dt)_{\text{Rücken,max}}}{(di/dt)_{\text{Stirn,max}}} \cdot 100 \% \quad \text{mit} \quad (di/dt)_{\text{Stirn,max}} = di/dt|_{t=0} \quad (5.38)$$

Mit Gleichung (4.11) und $(di/dt)_{\text{Rücken,max}} = di/dt|_{t=t_w}$ folgt:

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=t_w} = -\hat{I} \cdot \frac{1}{\tau_2} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{\tau_2}-1} = -\hat{I} \cdot \frac{1}{\tau_1} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} \quad \left| \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1+\frac{\tau_1}{\tau_2}}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} \quad (5.39)$$

Mit Verkürzung des Rückens erhöht sich das Verhältnis $di_{\%}$, wobei erst bei $T_2 = X < 10 \mu s$ bedeutsame Stromsteilheiten ($di_{\%} > 1 \%$) im Rücken auftreten (**Tab. 5.3**).

Die **Abb. 5.24** zeigt noch einmal graphisch die Abhängigkeit der Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 sowie der bezogenen Stoßkreiselemente C' , L' und R' von der Rückenhalbwertszeit T_2 bei fester Stirnzeit $T_1 = 0,25 \mu s$. Die Rückenzeitkonstante τ_1 besitzt eine lineare Abhängigkeit von T_2 und die Stirnzeitkonstante τ_2 ist näherungsweise umgekehrt proportional zu T_2 :

$$\tau_1 \approx 1,44 \cdot T_2 - 0,88 \quad \tau_2 \approx \frac{0,15}{T_2 \cdot \sqrt{T_2}} + 0,09 \quad \text{mit } \tau_1, \tau_2 \text{ und } T_2 \text{ in } \mu s \quad (5.40)$$

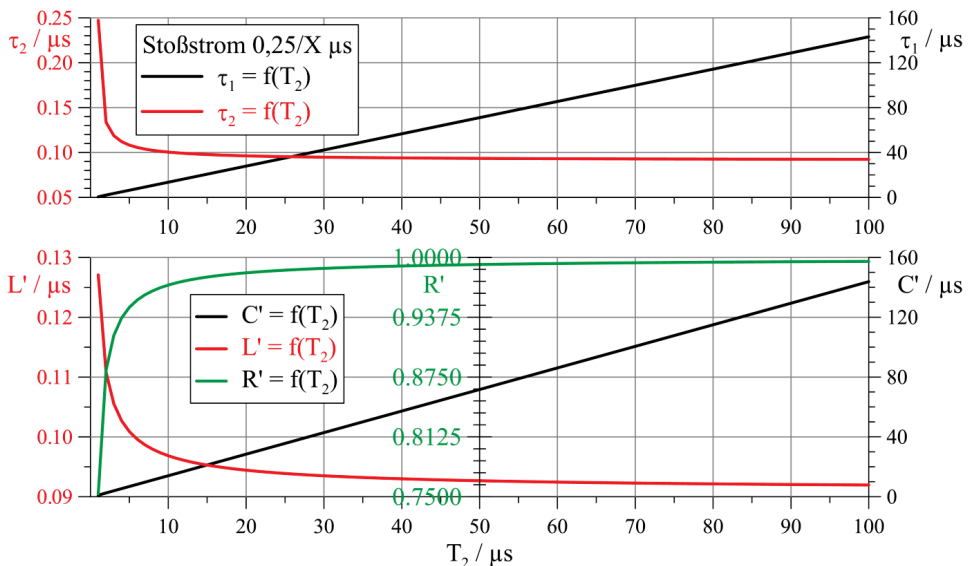


Abb. 5.24: Kurven der Kennwerte von Kreisen für 0,25/X- μs -Stoßströme

Die bezogene Stoßkreiskapazität C' entspricht nahezu der Rückenzeitkonstante τ_1 und die bezogene Stoßkreisinduktivität L' folgt in etwa der Stirnzeitkonstante τ_2 (**Abb. 5.24**). Mit kleineren Rückenhalbwertszeiten T_2 können demnach eine kleinere Kapazität und eine größere Induktivität im Stoßkreis genutzt werden. Nach **Abb. 5.24** ist eine deutliche Vergrößerung der Stoßkreisinduktivität erst unterhalb $T_2 = 10 \mu s$ möglich. Um große Induktivitäten und nicht zu kleine Wirkwiderstände zu ermöglichen, sollte mit hohen Ladespannungen von 100 kV oder mehr gearbeitet werden. Dann lassen sich auch Ströme mit normativem Scheitelwert von 50 kA realisieren.

Stoßkreise, die als einfacher Reihenschwingkreis nur mit den 3 Elementen C, L und R ausgeführt sind, liefern doppelt-exponentielle Stromverläufe mit maximaler Steilheit bei Strombeginn ($t = 0$).

Dies führt bei der Simulation von sehr steilen Impulsströmen, wie dem Folgeblitzstoßstrom, im Labor meist zur Anregung hochfrequenter Schwingungen beim Strombeginn. Eine saubere Strommessung erfordert dabei einen erhöhten Aufwand. Durch Hinzufügen eines RC-Gliedes kann die Anfangsteilheit reduziert werden. Die Elemente in der Reihenschaltung des RC-Gliedes sind dazu auf die anderen Stoßkreiselemente bzw. die zu erzeugende Stromform abzustimmen. Ausgangspunkt stellen die oben berechneten Elemente des einfachen Reihenschwingkreises dar. Ein günstiges Verhalten ohne eine wesentliche Absenkung des Stromscheitelwertes wird erreicht bei einem Widerstand R_{st} in der Größe des Stoßkreiswiderstandes R und bei einer Zeitkonstante $\tau_{st} = R_{st} \cdot C_{st}$, die etwa einem 10tel der Anstiegszeit $t_{a10/90} = 0,8 \cdot T_1 = 0,2 \mu s$ des geforderten Stromimpulses entspricht. Damit sind die Elemente $R_{st} \approx R$ und $C_{st} \approx t_{a10/90} / (10 \cdot R)$ des RC-Dämpfungsgliedes festgelegt. In der Schaltung von **Abb. 5.25** sind sowohl die Stoßkreisinduktivität $L = L_C + L_P$ als auch der Stoßkreiswiderstand $R = R_C + R_P$ aufgeteilt, d.h. dem Stoßkondensator bzw. dem Prüfobjekt zugeordnet.

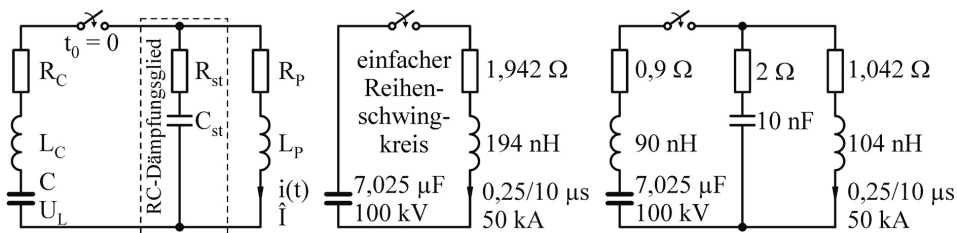


Abb. 5.25: Stoßkreis für 0,25/X- μs -Stoßstrom mit RC-Glied und konkreten Werten

Die Anwendung des RC-Dämpfungsgliedes ergibt nicht nur eine sehr kleine Anfangsteilheit, sondern auch eine höhere Stromsteilheit der Impulsstirn in einem Bereich von etwa 20 % bis 60 % des Scheitelwertes (**Abb. 5.26**).

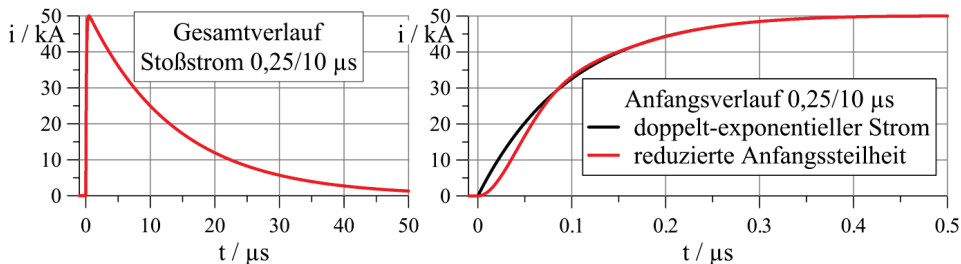


Abb. 5.26: Stoßstrom der Form 0,25/10 μs mit und ohne reduzierter Anfangsteilheit

5.1.4 Einfluss der Elemente im Reihenschwingkreis auf den Stoßstromverlauf

Durch Änderung der Ladespannung ändern sich nur die Stromamplitude und damit die Anfangsteilheit, aber nicht die Stromform.

5.1.4.1 Einfluss der Elemente im aperiodisch gedämpften Stoßkreis

In einem Reihenschwingkreis für den aperiodisch gedämpften Stoßstrom soll an einem Beispiel mit folgenden Vorgaben der Einfluss der Kreiselemente gezeigt werden:

$$\hat{I}/U_L = 1 \text{ kA/kV} = 1 \text{ S} \quad \text{und} \quad \tau_1 = 100 \mu\text{s}, \quad \tau_2 = 10 \mu\text{s} \rightarrow \tau_1/\tau_2 = 10$$

Die idealen Stoßkreiselemente sind dafür (mit τ_1 in μs , τ_2 in μs , \hat{I} in kA und U_L in kV):

$$C_0 = \tau_1 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1} \cdot \hat{I}/U_L \approx 129 \mu\text{F}$$

$$L_0 = \tau_2 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \approx 7,74 \mu\text{H} \quad (5.41)$$

$$R_0 = \left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \approx 0,85 \Omega$$

Tab. 5.4: Kenngrößen für aperiodischen Stoßstrom bei einzelner Variation der Kreiselemente (T_1/T_2 für 10%-90%-50%-Definition bestimmt)

Kreiselemente			$\tau_1 / \mu\text{s}$	$\tau_2 / \mu\text{s}$	$T_1 / \mu\text{s}$	$T_2 / \mu\text{s}$	$\hat{I}/U_L / \text{S}$
C	L	R					
1,00·C ₀	1,00·L ₀	1,00·R ₀	100,00	10,00	16,84	106,30	1,00
1,50·C ₀	1,00·L ₀	1,00·R ₀	155,34	9,66	18,15	147,22	1,04
1,25·C ₀	1,00·L ₀	1,00·R ₀	127,71	9,79	17,57	126,86	1,02
0,80·C ₀	1,00·L ₀	1,00·R ₀	77,71	10,30	16,08	89,67	0,98
0,67·C ₀	1,00·L ₀	1,00·R ₀	62,70	10,63	15,45	78,46	0,96
1,00·C ₀	1,50·L ₀	1,00·R ₀	94,05	15,95	23,17	117,69	0,96
1,00·C ₀	1,25·L ₀	1,00·R ₀	97,13	12,87	20,10	112,09	0,98
1,00·C ₀	0,80·L ₀	1,00·R ₀	102,17	7,83	14,06	101,49	1,02
1,00·C ₀	0,67·L ₀	1,00·R ₀	103,56	6,44	12,10	98,15	1,04
1,00·C ₀	1,00·L ₀	1,50·R ₀	158,70	6,30	12,90	138,31	0,71
1,00·C ₀	1,00·L ₀	1,25·R ₀	129,80	7,70	14,62	121,83	0,83
1,00·C ₀	1,00·L ₀	0,80·R ₀	74,59	13,41	19,13	95,25	1,19
1,00·C ₀	1,00·L ₀	0,67·R ₀	55,23	18,11	21,02	89,13	1,36

Die Tabelle **Tab. 5.4** stellt die Veränderungen der Stromform und des auf die Ladespannung bezogenen Scheitelwertes \hat{I}/U_L dar. Die Diagramme **Abb. 5.27** bis **Abb. 5.29** zeigen die Veränderungen für den gesamten Zeitverlauf.

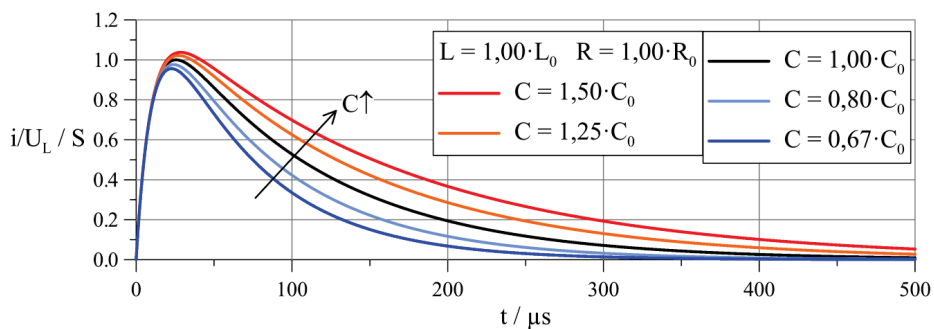


Abb. 5.27: Aperiodische Stoßstromverläufe bei Variation der Stoßkapazität

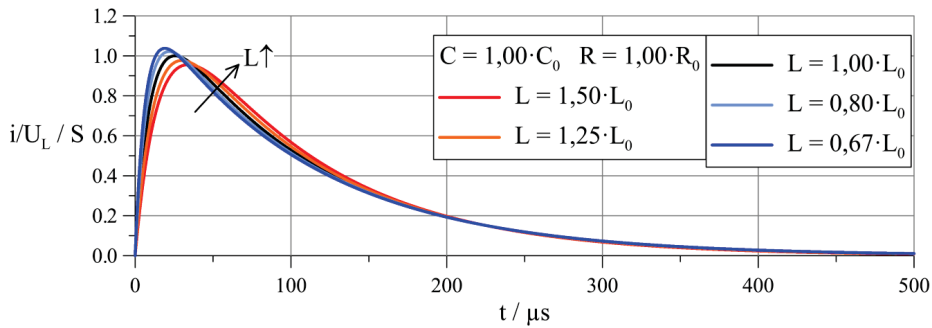


Abb. 5.28: Aperiodische Stoßstromverläufe bei Variation der Stoßkreisinduktivität

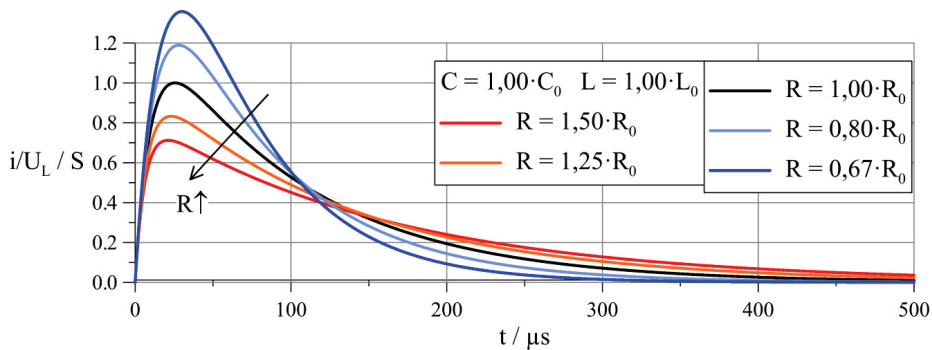


Abb. 5.29: Aperiodische Stoßstromverläufe bei Variation des Stoßkreiswiderstandes

Tab. 5.5: Prinzipieller Einfluss der Kreiselemente auf aperiodischen Stoßstromverlauf

Kreiselement	Stirnzeit	Rückenhalfwertszeit	Scheitelzeit	Scheitelwert
$C \uparrow$	\uparrow	$\uparrow \uparrow \uparrow$	\uparrow	\uparrow
$L \uparrow$	$\uparrow \uparrow$	\uparrow	$\uparrow \uparrow$	\downarrow
$R \uparrow$	$\downarrow \downarrow$	$\uparrow \uparrow$	$\downarrow \downarrow$	$\downarrow \downarrow \downarrow$

Die relative Änderung des Stoßkreiswiderstandes hat die größte Veränderung des aperiodischen Stromverlaufes in der Gesamtbetrachtung zur Folge, die relative Änderung der Stoßkreisinduktivität die kleinste Veränderung (**Tab. 5.5**).

5.1.4.2 Einfluss der Elemente im periodisch gedämpften Stoßkreis

In einem Reihenschaltkreis für den periodisch gedämpften Stoßstrom soll analog an einem Beispiel mit entsprechenden Vorgaben der Einfluss der Kreiselemente gezeigt werden:

$$\hat{I}/U_L = 1 \text{ kA/kV} = 1 \text{ S} \quad \text{und} \quad \omega = 0,1 (\mu\text{s})^{-1}, \quad \tau = 10 \mu\text{s} \rightarrow \omega \cdot \tau = 1$$

Die idealen Stoßkreiselemente berechnen sich dafür zu (mit ω in $(\mu\text{s})^{-1}$, τ in μs , \hat{I} in kA und U_L in kV):

$$C_0 = \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \cdot \hat{I}/U_L \approx 15,5 \mu\text{F}$$

$$L_0 = \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \approx 3,22 \mu\text{H}$$

$$R_0 = \frac{2 \cdot e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{(\omega \cdot \tau)^2 + 1}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = 0,65 \Omega$$
(5.42)

Anhand von Tabelle **Tab. 5.6** werden wieder die Veränderungen der Stromform und des auf die Ladespannung bezogenen Scheitelwertes angegeben. Der Erhöhung von R auf $1,5 \cdot R_0$ ist in **Tab. 5.6** nicht sinnvoll, da hierbei der aperiodisch gedämpfte Bereich vorliegt. Die Diagramme **Abb. 5.30** bis **Abb. 5.32** zeigen die Änderungen im gesamten Zeitverlauf.

Tab. 5.6: Kenngrößen für periodischen Stoßstrom bei einzelner Variation der Kreiselemente (T_1/T_2 für 10%-90%-50%-Definition bestimmt)

Kreiselemente			$\omega / (\mu\text{s})^{-1}$	$\tau / \mu\text{s}$	$T_1 / \mu\text{s}$	$T_2 / \mu\text{s}$	$\hat{I}/U_L / \text{S}$
C	L	R					
$1,00 \cdot C_0$	$1,00 \cdot L_0$	$1,00 \cdot R_0$	0,10	10,00	5,80	18,24	1,00
$1,50 \cdot C_0$	$1,00 \cdot L_0$	$1,00 \cdot R_0$	0,06	10,00	6,57	22,86	1,09
$1,25 \cdot C_0$	$1,00 \cdot L_0$	$1,00 \cdot R_0$	0,08	10,00	6,22	20,62	1,05
$0,80 \cdot C_0$	$1,00 \cdot L_0$	$1,00 \cdot R_0$	0,12	10,00	5,40	16,19	0,95
$0,67 \cdot C_0$	$1,00 \cdot L_0$	$1,00 \cdot R_0$	0,14	10,00	5,07	14,71	0,91
$1,00 \cdot C_0$	$1,50 \cdot L_0$	$1,00 \cdot R_0$	0,09	15,00	7,61	22,07	0,91
$1,00 \cdot C_0$	$1,25 \cdot L_0$	$1,00 \cdot R_0$	0,10	12,50	6,74	20,23	0,95
$1,00 \cdot C_0$	$0,80 \cdot L_0$	$1,00 \cdot R_0$	0,10	8,00	4,98	16,49	1,05
$1,00 \cdot C_0$	$0,67 \cdot L_0$	$1,00 \cdot R_0$	0,09	6,67	4,38	15,24	1,09
$1,00 \cdot C_0$	$1,00 \cdot L_0$	$1,50 \cdot R_0$	—	—	—	—	—
$1,00 \cdot C_0$	$1,00 \cdot L_0$	$1,25 \cdot R_0$	0,07	8,00	5,32	18,73	0,87
$1,00 \cdot C_0$	$1,00 \cdot L_0$	$0,80 \cdot R_0$	0,12	12,50	6,25	18,01	1,13
$1,00 \cdot C_0$	$1,00 \cdot L_0$	$0,67 \cdot R_0$	0,13	15,00	6,59	17,94	1,23

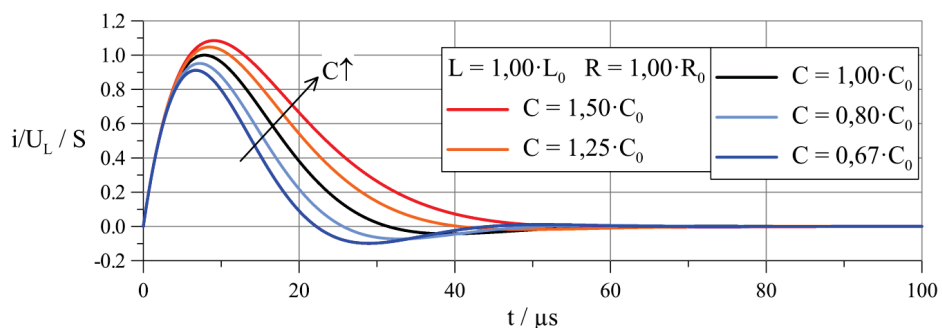


Abb. 5.30: Periodische Stoßstromverläufe bei Variation der Stoßkapazität

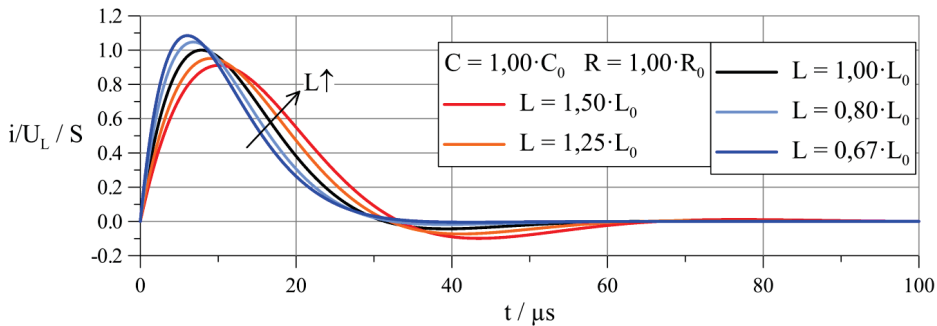


Abb. 5.31: Periodische Stoßstromverläufe bei Variation der Stoßkreisinduktivität

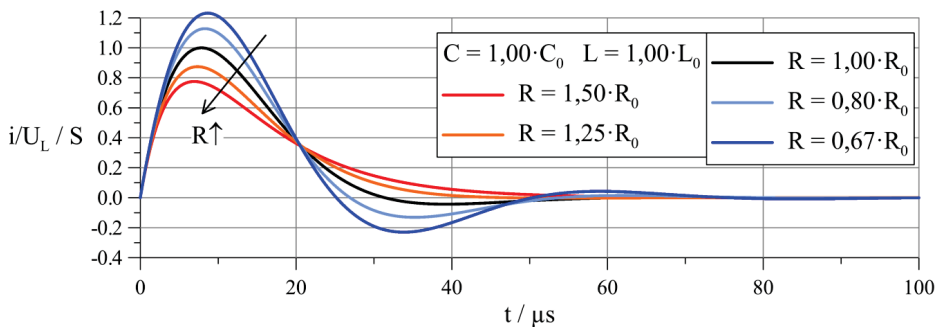


Abb. 5.32: Periodische Stoßstromverläufe bei Variation des Stoßkreiswiderstandes
(Bei $R = 1,5 \cdot R_0$ liegt ein aperiodischer Verlauf vor!)

Tab. 5.7: Prinzipieller Einfluss der Kreiselemente auf periodischen Stoßstromverlauf

Kreiselement	Stirnzeit	Rückenhalfwertszeit	Scheitelzeit	Scheitelwert
$C \uparrow$	$\uparrow\uparrow$	$\uparrow\uparrow\uparrow$	$\uparrow\uparrow$	\uparrow
$L \uparrow$	$\uparrow\uparrow$	$\uparrow\uparrow$	$\uparrow\uparrow$	\downarrow
$R \uparrow$	\downarrow	\uparrow	\downarrow	$\downarrow\downarrow\downarrow$

Die relativen Änderungen von Stoßkapazität, Stoßkreisinduktivität und Stoßkreiswiderstand haben nach **Tab. 5.7** unterschiedliche aber ähnlich große Veränderungen des periodischen Stromverlaufes in der Gesamtbetrachtung beim Vergleich zum aperiodischen Stromverlauf zur Folge.

5.2 Crowbar-Stoßkreis

Mit dem Crowbar-Prinzip, bei dem der CLR-Stoßkreis um einen zusätzlichen Zweig mit Schalter in Form eines Kurzschließers erweitert wird ([47]), können Stoßströme mit geringem Aufwand erzeugt werden. Insbesondere kann die Stoßkreisinduktivität deutlich kleiner sein als beim einfachen Reihenkreis. Erkauft wird diese Einsparung mit erhöhten Aufwendungen für Schalter- und Steuerungstechnik. Mit dem Crowbar-Kreis lassen sich vorteilhaft unipolare Stoßströme, z.B. Blitzströme der Form 10/350 μs , oder Sinushalbwellenströme erzeugen [48].

Die Beschreibung der Generierung von Stromverläufen und des Crowbar-Kreises selbst soll an einer stark vereinfachten Ersatzschaltung nach **Abb. 5.33** vorgenommen werden.

Im Ersatzschaltbild wird zunächst wieder vom kurzgeschlossenen Stoßkreis ohne eingefügtes Prüfobjekt ausgegangen (**Abb. 5.33**).

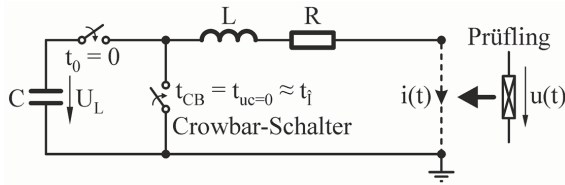


Abb. 5.33: Idealisierte Stoßschaltung mit Crowbar-Zweig und Prüfobjekt

5.2.1 Stoßstromgenerator mit Crowbar-Schalter für Blitzströme der Form 10/350 μs

In **Abb. 5.34** ist der Zeitverlauf eines Blitzstoßstromes der Form 10/350 μs dargestellt, wie er im Stoßstromlabor erzeugt wird. Zum Stromverlauf nach **Abb. 5.34** gehören die Parameter $\hat{I} \approx 150 \text{ kA}$, $T_1/T_2 \approx 10/350 \mu\text{s}$, $Q \approx 75 \text{ As}$ und $SE \approx 5,6 \text{ MJ}/\Omega$. Die Parameter entsprechen dem Erstblitzstoßstrom, der für den Gefährdungspegel II (LPL II) nach Norm anzusetzen ist [N8].

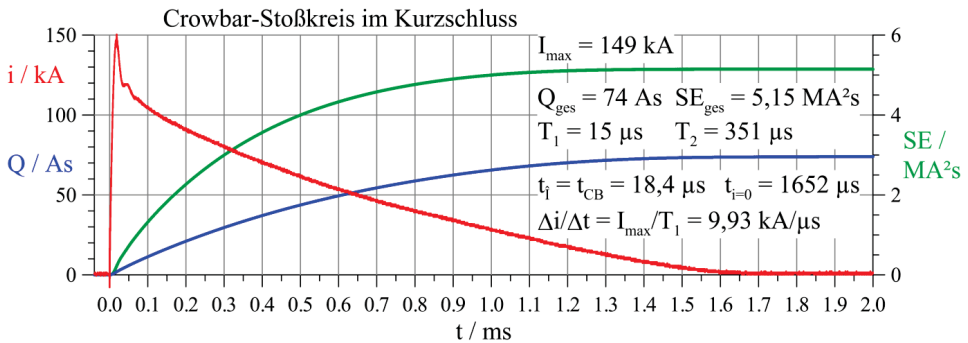


Abb. 5.34: Blitzstoßstrom von großer Crowbar-Anlage ($U_L = 100 \text{ kV}$, $C = 20 \mu\text{F}$) [49]

Der Zeitverlauf des aperiodischen Stromes $i(t)$ besteht beim Crowbar-Stoßkreis aus zwei Teilen i_1 und i_2 :

$$i(t) = i_1 = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{für} \quad 0 \leq t \leq t_{uc=0} \approx t_i \approx \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega} \quad (5.43)$$

$$i(t) = i_2 = \hat{I} \cdot \frac{e^{-2 \cdot \frac{t-t_{uc=0}}{\tau}}}{e^{\frac{\pi - 2 \arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}} = \hat{I} \cdot e^{-2 \cdot \frac{t}{\tau} + \frac{\pi}{\omega \tau}} \quad \text{für} \quad t \geq t_{uc=0} \approx t_i \approx \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega} \quad (5.44)$$

$$\text{mit} \quad t_{uc=0} = \frac{\pi - \arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} = \frac{\pi}{\omega} - t_i \quad \text{und} \quad t_i = \frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} \quad (5.45)$$

Die steile Stirn des Stromimpulses wird durch den Anfangsverlauf eines schwingenden Stromes gebildet und der lange Rücken durch einem exponentiell abklingenden Strom.

Im Zeitbereich der Stirn von $t_0 = 0$ bis $t_{CB} = t_{uc=0} \approx t_i$ liegt im Kreis der Schwingfall mit schwacher Dämpfung $R^2 < 4 \cdot L/C$ vor. Für den Rücken von $t_{CB} = t_{uc=0} \approx t_i$ bis $t \rightarrow \infty$ tritt eine L-R-Entladung auf.

Der Crowbar-Schalter in **Abb. 5.33** wird ideal dann geschlossen, wenn die Spannung über der Stoßkapazität C zu Null geworden ist und damit die gesamte Ausgangsenergie in die weiteren Elemente des Kreises übergegangen ist. Dieser Zeitpunkt ist theoretisch nicht genau die Scheitelzeit des Stromes, sondern kurz nach dem Maximum des Stromes. Im Scheitel ist die Stromänderung Null und damit der Spannungsabfall an L Null, aber über R tritt gerade der maximale ohmsche Spannungsabfall $R \cdot \hat{I}$ auf. Dieser ohmsche Spannungsabfall ist gleich der Spannung über der Stoßkapazität C , die damit noch die elektrische Energie $C/2 \cdot (R \cdot \hat{I})^2$ enthält. Nach dem Stromscheitel fällt der Strom ab, die Stromänderung und damit der Spannungsabfall an der Induktivität L werden negativ. In dem Moment, wo sich die Spannungen an L und R gerade aufheben, ist die Stoßkapazität vollständig entladen.

Für die Berechnung der gesuchten Größen τ , ω (und t_{01}) zum Stromverlauf, der hier der Form $10/350 \mu s$ entsprechen soll, ist folgendes Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{10} \cdot \eta &= e^{-\frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{10} t_s + t_{01} \right)} \cdot \sin \left(\omega \cdot \left(\frac{1}{10} t_s + t_{01} \right) \right) \\ \frac{9}{10} \cdot \eta &= e^{-\frac{1}{\tau} \left(\frac{9}{10} t_s + t_{01} \right)} \cdot \sin \left(\omega \cdot \left(\frac{9}{10} t_s + t_{01} \right) \right) \\ \frac{1}{2} &= e^{-2 \cdot \frac{t_R + t_{01}}{\tau} + \frac{\pi}{\omega \cdot \tau}} \end{aligned} \quad (5.46)$$

Die ersten beiden Gleichungen von (5.46) sind dabei Punkte auf der Impulsstirn bis zum Scheitel, und die letzte Gleichung von (5.46) beschreibt einen Punkt auf dem exponentiellen Rücken bis Stromnull bei $t \rightarrow \infty$. Für die Stirnzeit $T_1 = t_s = 10 \mu s$ sowie die Rückenhalbwertszeit $T_2 = t_R = 350 \mu s$ ergeben sich aus dem Gleichungssystem die folgenden mathematischen Zeitparameter:

$$\tau \approx 973,5 \mu s, \quad \omega \approx 126657 s^{-1}, \quad (t_{01} \approx -0,22 \mu s)$$

Der Stromausnutzungsfaktor und der Zeitpunkt des Scheitelwertes in Bezug auf den wirklichen Strombeginn $t = t_0 = 0$ sind damit (mit ω in $(\mu s)^{-1}$ und τ in μs):

$$\eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} \approx 0,987 \quad (5.47)$$

$$t_i = \frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} \approx 12,34 \mu s \quad (5.48)$$

Der Zeitpunkt in Bezug auf den wirklichen Strombeginn $t = t_0 = 0$, bei dem die Spannung über der Kapazität Null ist und der Crowbar-Schalter geschlossen wird, ist bei:

$$t_{uc=0} = \frac{\pi - \arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} = \frac{\pi}{\omega} - t_i \approx 12,47 \mu s \quad (5.49)$$

Zu diesem Zeitpunkt $t = t_{uc=0}$ tritt gerade der Stromwert auf:

$$i_{uc=0} = e^{\frac{2 \cdot \arctan(\omega \cdot \tau) - \pi}{\omega \cdot \tau}} \cdot \hat{I} \approx 0,9999 \cdot \hat{I} \quad (5.50)$$

Mit der Kreisfrequenz ω und der Zeitkonstante τ kann obiges Gleichungssystem (5.46) auch direkt für die Elemente C, L und R gelöst werden:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L^2}} \quad , \quad \tau = \frac{2 \cdot L}{R} \quad (5.51)$$

$$\omega \cdot \tau = \sqrt{\frac{\tau^2}{L \cdot C} - 1} = \sqrt{\left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C} - 1} \approx 123,3$$

Die Kreiselemente berechnen sich zu:

$$C = \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}} \cdot \hat{I}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot U_L} \approx 8 \mu s \cdot \frac{\hat{I}}{U_L} \quad \text{mit C in } \mu F \quad (5.52)$$

$$C = \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\hat{I}}{U_L} \approx 8 \mu s \cdot \frac{\hat{I}}{U_L}$$

$$L = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{C} \approx 62,3 \mu s^2 \cdot \frac{1}{C} \quad \text{mit L in } \mu H \text{ und C in } \mu F \quad (5.53)$$

$$L = \frac{1}{\omega} \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \approx 7,8 \mu s \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L}$$

$$R = \frac{2}{\tau} \cdot \frac{1}{\left(\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}\right)} \cdot \frac{1}{C} \approx 128 \mu s \cdot \frac{1}{C} \quad \text{mit R in } m\Omega \text{ und C in } \mu F \quad (5.54)$$

$$R = \frac{2}{\omega \cdot \tau} \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \approx 16 \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L}$$

Die elektrische Ladung Q_1 des Impulses bis zum Zeitpunkt $t = t_1 < t_{uc=0}$ ist:

$$Q_1 = \int_0^{t_1} i(t) dt = \frac{\hat{I}}{\omega} \cdot e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} - \sin(\omega \cdot t_1 + \arctan(\omega \cdot \tau)) \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) \quad (5.55)$$

Die geflossene Ladung $Q_{uc=0}$ bis zum Zeitpunkt $t = t_{uc=0}$ ist:

$$Q_{uc=0} = \int_0^{t_{uc=0}} i(t) dt = \frac{U_L}{L} \cdot \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} = \hat{I} \cdot \frac{e^{\frac{\arctan(\omega\tau)}{\omega\tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} = U_L \cdot C \quad (5.56)$$

Die Stoßkapazität ist bei $t = t_{uc=0}$, $u_C(t_{uc=0}) = 0$ vollständig entladen. Die elektrische Ladung Q_1 des Impulses bis zu einem Zeitpunkt $t = t_1 > t_{uc=0}$ ist:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \int_0^{t_1} i(t) dt = Q_{uc=0} + \frac{\hat{I}}{e^{\frac{\pi-2\arctan(\omega\tau)}{\omega\tau}}} \cdot \frac{\tau}{2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2}{\tau}(t_1-t_{uc=0})} \right) \\ &= Q_{uc=0} + U_L \cdot \frac{\sqrt{L \cdot C}}{R} \cdot e^{\frac{\arctan(\omega\tau)-\pi}{\omega\tau}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2}{\tau}(t_1-t_{uc=0})} \right) \end{aligned} \quad (5.57)$$

Die elektrische Ladung des gesamten Stromimpulses Q_{Ges} ergibt sich für $t_1 \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} Q_{Ges} &= \int_0^{\infty} i(t) dt = Q_{uc=0} + \frac{\hat{I}}{e^{\frac{\pi-2\arctan(\omega\tau)}{\omega\tau}}} \cdot \frac{\tau}{2} \\ &= \hat{I} \cdot \tau \cdot \frac{e^{\frac{\arctan(\omega\tau)}{\omega\tau}}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2} \cdot e^{\frac{\arctan(\omega\tau)-\pi}{\omega\tau}} \right) \\ &= U_L \cdot C \cdot \left(1 + \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot e^{\frac{\arctan(\omega\tau)-\pi}{\omega\tau}} \right) \gg U_L \cdot C \end{aligned} \quad (5.58)$$

Dies gilt, da für einen CLR-Kreis mit Schwingfall, der für Stoßstromgeneratoren mit Crowbar-Querzweig vorliegt, auch stets $L/C \gg R^2$ anzunehmen ist (für den 10/350- μ s-Stoßstrom ist $Q_{Ges} \approx 61,9 \cdot U_L \cdot C$). Die geflossene Ladung Q_{Ges} ist damit viel größer als die, welche der geladenen Stoßkapazität C zuzuordnen wäre. Die geflossene Ladung Q_{Ges} ist aber kleiner als die aus dem Betrag des Stromes $i^*(t)$ berechnete Ladung Q_{Ges}^* , die beim gleichen, im Schwingfall betriebenen Kreis ohne Crowbar-Querzweig, auftreten würde (bei Auslegung für den 10/350- μ s-Stoßstrom gelten näherungsweise $Q_{Ges}^* \approx 78,5 \cdot U_L \cdot C$ und $Q_{Ges}^* \approx 1,27 \cdot Q_{Ges}$):

$$Q_{Ges} = \int_0^{\infty} i(t) dt < Q_{Ges}^* = \int_0^{\infty} |i^*(t)| dt = U_L \cdot C \cdot \left(\frac{2}{1 - e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}} - 1 \right) \quad (5.59)$$

Das Stromquadratintegral $I^2 t_1$ bis zum Zeitpunkt $t = t_1 < t_{uc=0}$ ist:

$$\begin{aligned} I^2 t_1 &= \int_0^{t_1} i^2(t) dt \\ &= \frac{\hat{I}^2}{\omega^2} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot e^{2 \frac{\arctan(\omega\tau)}{\omega\tau}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2t_1}{\tau}} \cdot \left(1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{\sin\left(2\omega t_1 - \arctan\left(\frac{1}{\omega\tau}\right)\right)}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.60)$$

Das Stromquadratintegral $I^2 t_{uc=0}$ bis zum Zeitpunkt $t = t_{uc=0}$ lautet:

$$\begin{aligned} I^2 t_{uc=0} &= \int_0^{t_{uc=0}} i^2(t) dt = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}} \cdot \left(1 - e^{\frac{2}{\omega \tau} (\arctan(\omega \tau) - \pi)} \right) \\ &= \hat{I}^2 \cdot \frac{\tau}{4} \cdot e^{\frac{2 \arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}} \cdot \left(1 - e^{\frac{2}{\omega \tau} (\arctan(\omega \tau) - \pi)} \right) = \frac{U_L^2}{2} \cdot \frac{C}{R} \cdot \left(1 - e^{\frac{2}{\omega \tau} (\arctan(\omega \tau) - \pi)} \right) \end{aligned} \quad (5.61)$$

Das Stromquadratintegral $I^2 t_1$ des Impulses bis zu einem Zeitpunkt $t = t_1 > t_{uc=0}$ und das Stromquadratintegral des gesamten Stromimpulses $I^2 t_{Ges}$ für $t_1 \rightarrow \infty$ sind:

$$\begin{aligned} I^2 t_1 &= \int_0^{t_1} i^2(t) dt = I^2 t_{uc=0} + \frac{\hat{I}^2}{e^{\frac{2 \arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}}} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot \left(1 - e^{-\frac{4}{\tau} (t_1 - t_{uc=0})} \right) \\ &= I^2 t_{uc=0} + \frac{U_L^2}{2} \cdot \frac{C}{R} \cdot e^{\frac{2}{\omega \tau} (\arctan(\omega \tau) - \pi)} \cdot \left(1 - e^{-\frac{4}{\tau} (t_1 - t_{uc=0})} \right) \end{aligned} \quad (5.62)$$

$$I^2 t_{Ges} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}} = \hat{I}^2 \cdot \frac{\tau}{4} \cdot e^{\frac{2 \arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}} = \frac{U_L^2}{2} \cdot \frac{C}{R} \quad (5.63)$$

Die Spezifische Energie $I^2 t_{Ges}$ ist gleich der, welche der mit U_L geladenen Stoßkapazität C und dem Kreiswiderstand R , unabhängig von der Stromform, zuzuordnen wäre.

5.2.1.1 Einfluss des Kurzschlusszeitpunktes auf Stromverlauf, Ladung und Spezifische Energie

Der Zeitpunkt t_{CB} , an dem mit Hilfe des Crowbar-Schalters ein Kurzschluss im periodisch gedämpften CLR-Stoßkreis hergestellt wird, bestimmt wesentlich den Stromverlauf nach diesem Zeitpunkt und damit die integralen Größen elektrische Gesamtladung und Spezifische Gesamtenergie am Prüfobjekt. Zur Untersuchung wird hier vereinfachend von einem idealen Kurzschluss am Ausgang des Crowbar-Stoßkreises und der Dimensionierung des Kreises auf einen Stoßstrom der Form $10/350 \mu s$ ausgegangen. Damit gelten oben genannte Kenngrößen τ , ω , (5.48) und (5.49) sowie folgende allgemeine Berechnungsbeziehungen als Funktion des Crowbar-Zeitpunktes t_{CB} :

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{für } 0 \leq t < t_{CB} \quad (5.64)$$

$$i(t) = i(t_{CB}) \cdot e^{-\frac{t-t_{CB}}{\tau}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \sin(\omega t_{CB}) \cdot e^{-\frac{2 \cdot t - t_{CB}}{\tau}} \quad \text{für } t \geq t_{CB}$$

$$Q_{CB} = \int_0^{t_{CB}} i(t) dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} - \sin(\omega \cdot t_{CB} + \arctan(\omega \cdot \tau)) \cdot \frac{e^{-\frac{t_{CB}}{\tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \right) \quad (5.65)$$

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{Ges}} &= \int_0^{\infty} i(t) dt = Q_{\text{CB}} + i(t_{\text{CB}}) \cdot \frac{\tau}{2} \\
 &= \frac{\hat{i}}{\eta} \cdot \tau \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot \tau + \frac{1}{\omega \cdot \tau}} + \frac{e^{-\frac{t_{\text{CB}}}{\tau}}}{2} \cdot \sin \left(\omega \cdot t_{\text{CB}} - \arctan \left(\frac{2 \cdot \omega \cdot \tau}{\omega^2 \cdot \tau^2 - 1} \right) \right) \right) \quad (5.66)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I^2 t_{\text{CB}} &= \int_0^{t_{\text{CB}}} i^2(t) dt \\
 &= \frac{\hat{i}^2}{\eta^2} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}} - e^{-\frac{2t_{\text{CB}}}{\tau}} \cdot \left(1 + \frac{\sin \left(2\omega t_{\text{CB}} - \arctan \left(\frac{1}{\omega \tau} \right) \right)}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \right) \right) \quad (5.67)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I^2 t_{\text{Ges}} &= \int_0^{\infty} i^2(t) dt = I^2 t_{\text{CB}} + i^2(t_{\text{CB}}) \cdot \frac{\tau}{4} \\
 &= \frac{\hat{i}^2}{\eta^2} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}} - \frac{e^{-\frac{2t_{\text{CB}}}{\tau}}}{2} \cdot \left(1 + \sin \left(2\omega t_{\text{CB}} + \arctan \left(\frac{\omega^2 \tau^2 - 1}{2\omega \tau} \right) \right) \right) \right) \quad (5.68)
 \end{aligned}$$

Zur Verdeutlichung des Sachverhaltes sind die Zeitverläufe der Ströme für ausgewählte Crowbar-Zeiten t_{CB} in **Abb. 5.35** dargestellt. Die möglichen Crowbar-Zeiten um den idealen Zeitpunkt $t_{\text{uc}=0}$ wurden auf den Bereich der ersten Stromhalbwellen, die ohne Crowbar-Kurzschluss auftreten würde, beschränkt. Als Bezugszeitpunkt wurde die ideale Scheitelzeit t_i gewählt.

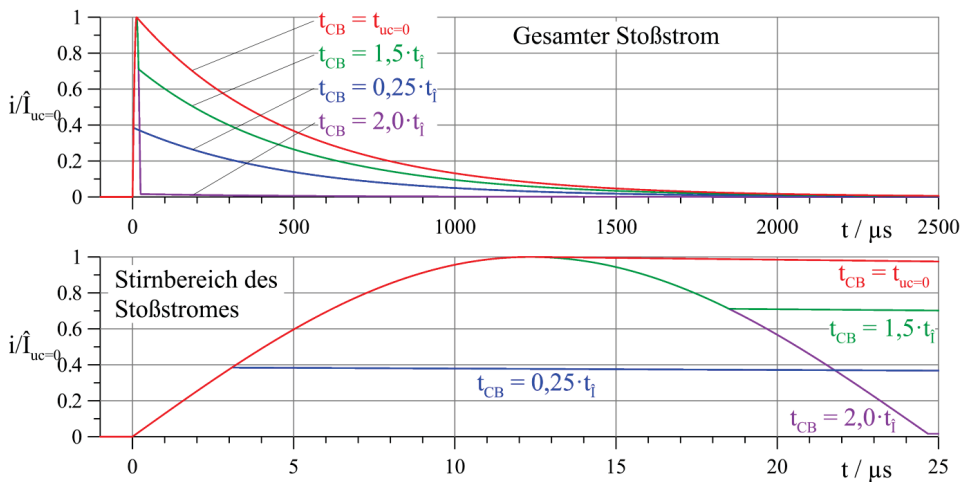


Abb. 5.35 Stoßströme bei verschiedenen Crowbar-Zeiten

Anhand der Stromverläufe wird verständlich, dass Gesamtladung und Spezifische Gesamtenergie am Prüfobjekt wesentlich durch die Crowbar-Zeit bestimmt werden. Die integralen Größen sind in **Abb. 5.36** bezogen dargestellt. Bezugsgrößen sind die maximalen Werte $Q_{uc=0}$ und $I^2 t_{uc=0}$, die beim idealen Crowbar-Zeitpunkt $t_{CB} = t_{uc=0}$ entstehen. Außerdem verringert sich bei $t_{CB} < t_{uc=0}$ die Stirnzeit T_1 und der Maximalwert des Stromes tritt dann bei t_{CB} auf. Für $t_{CB} < t_{uc=0}$ und auch für $t_{CB} > t_{uc=0}$ bleibt hingegen die Rückenhalbwertszeit T_2 nahezu erhalten.

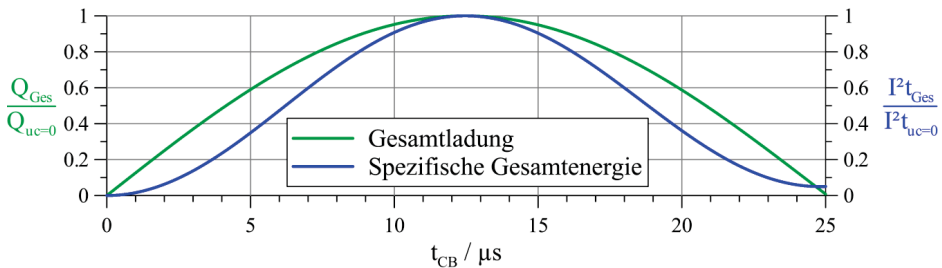


Abb. 5.36: Gesamtladung und Spezifische Gesamtenergie über der Crowbar-Zeit

Die Gesamtladung folgt etwa der Sinus-Funktion $\sin(\omega \cdot t_{CB})$. Damit bewirken kleine Abweichungen der Crowbar-Zeit t_{CB} von t_j bzw. $t_{uc=0}$ nur eine geringe Abnahme der Gesamtladung. Die Spezifische Gesamtenergie entspricht etwa der Funktion $\sin^2(\omega \cdot t_{CB})$. Nur geringe Abweichungen ($\sim \pm 1 \mu s$) von t_j bzw. $t_{uc=0}$ sind ohne große Abnahme der Spezifischen Gesamtenergie zulässig. In **Abb. 5.36** ist die geflossene Ladung bei $t_{CB} = 2 \cdot t_j \approx 25 \mu s$ nicht Null, sondern nur sehr klein in Bezug auf die maximale Gesamtladung $Q_{uc=0}$. Bei dieser Crowbar-Zeit fließt der Strom genau eine Halbwelle lang und der Kurzschluss im Stromnulldurchgang bedingt, dass nach t_{CB} im Zweig hinter dem Crowbar-Schalter kein Strom mehr fließt.

5.2.1.2 Gegenüberstellung der Crowbar-Zeitpunkte Nulldurchgang der Spannung an der Kapazität und Stromscheitel

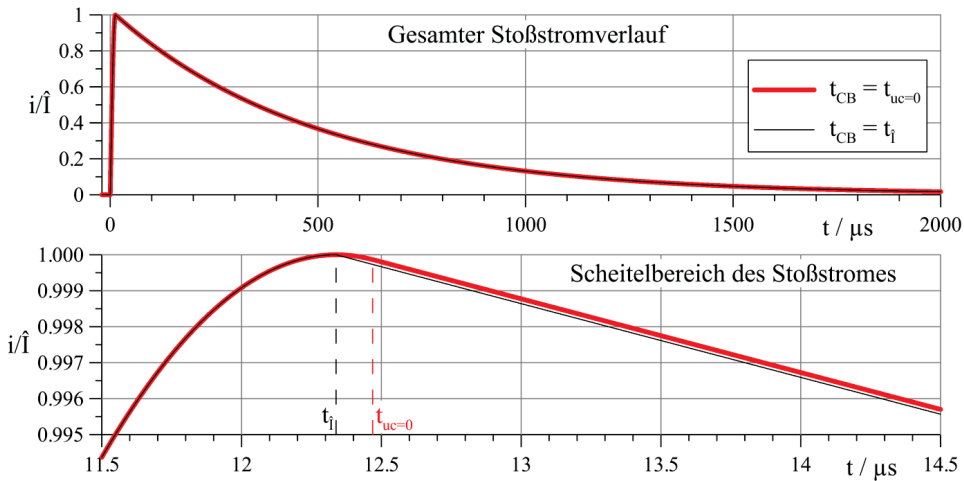
In **Tab. 5.8** sind die Crowbar-Zeitpunkte Nulldurchgang der Spannung an der Kapazität und Stromscheitel gegenübergestellt. An den Zahlenwerten ist der nur marginale Unterschied für die beiden Crowbar-Zeitpunkte zu erkennen. Warum dies so ist, wird an den Abweichungen zwischen den Stromverläufen speziell für die Stromform 10/350 μs in **Abb. 5.37** deutlich. Erst eine sehr starke Vergrößerung von Zeit- und Strombereich um den Stromscheitel zeigt die kleinen Unterschiede.

Tab. 5.8: Gegenüberstellung der speziellen Crowbar-Zeitpunkte

Crowbar-Zeitpunkt	
Nullldurchgang der Spannung an der Kapazität: $t_{CB} = t_{uc=0}$	Stromscheitel: $t_{CB} = t_j$
<ul style="list-style-type: none"> - vollständige Entladung der Stoßkapazität C - maximaler Energieumsatz im Stoßkreiswiderstand R - maximale Strommomentanwerte (speziell nach t_{CB}) - maximale Dauer des Stromimpulses (T_2) 	<ul style="list-style-type: none"> - unvollständige Entladung der Stoßkapazität C - geringerer Energieumsatz im Stoßkreiswiderstand R - kleinere Strommomentanwerte (nach t_{CB}) - kürzere Dauer des Stromimpulses (T_2 wenig kleiner)

Tab. 5.8: Gegenüberstellung der speziellen Crowbar-Zeitpunkte (Fortsetzung)

Nulldurchgang der Spannung an der Kapazität: $t_{CB} = t_{uc=0}$	Stromscheitel: $t_{CB} = t_i$
Zeitverlauf mit $t_i < t_{uc=0}$	
$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \begin{cases} e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega t) & 0 \leq t \leq t_{uc=0} \\ e^{-\frac{1}{\tau} \left(2 \cdot t - \frac{\pi - \arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} \right)} & t \geq t_{uc=0} \end{cases}$	$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \begin{cases} e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega t) & 0 \leq t \leq t_i \\ e^{-\frac{1}{\tau} \left(2 \cdot t - \frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} \right)} & t \geq t_i \end{cases}$
Bei einer Stoßkreisdimensionierung, die für $t_{CB} = t_{uc=0}$ exakt und für $t_{CB} = t_i$ näherungsweise der Form 10/350 μs entspricht, ergeben sich:	
$t_{uc=0} \approx 12,47 \mu\text{s}$ $t_S = T_1 = 10 \mu\text{s} \quad t_R = T_2 = 350 \mu\text{s}$	$t_i \approx 12,34 \mu\text{s}$ $t_S = T_1 = 10 \mu\text{s} \quad t_R = T_2 \approx 343,75 \mu\text{s} (98,2 \%)$
Zeitdifferenz der Crowbar-Zeitpunkte: $t_{uc=0} - t_i = \frac{\pi}{\omega} - 2 \cdot t_i = \frac{\pi - 2 \cdot \arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} \approx 0,13 \mu\text{s}$	
Gesamtladung bei $\hat{I} = 200 \text{ kA}$	
$Q_{\text{Ges}} \approx 98,93 \text{ As}$	$Q_{\text{Ges}} \approx 98,92 \text{ As}$
Gesamtstromquadratintegral bei $\hat{I} = 200 \text{ kA}$	
$I^2 t_{\text{Ges}} \approx 9985 \text{ kA}^2\text{s}$	$I^2 t_{\text{Ges}} \approx 9980 \text{ kA}^2\text{s}$

**Abb. 5.37:** Vergleich der Stromverläufe für den Erstblitzstoßstrom der Form 10/350 μs bei den Crowbar-Zeitpunkten Nulldurchgang der Spannung an der Kapazität und Stromscheitel (Sehr kleiner Aussteuerbereich bis zum Stromscheitel im unteren Diagramm.)

5.2.1.3 Triggerung und Zuschaltung des Crowbar-Schalters

Beim Betrieb eines Crowbar-Stoßkreises müssen 3 wesentliche Schaltvorgänge ausgeführt werden, die in Abb. 5.38 durch (1), (2) und (3) in ihrer Abfolge durchnummeriert sind.

Der erste Schaltvorgang (1) kennzeichnet das zeitlich unkritische Trennen der Ladeeinrichtung von den Kondensatoren und kann bei geeigneter Entkopplung (R_L) auch entfallen. Nach dem Aufladen der Kondensatoren (und dem Abtrennen vom Ladegerät) erfolgt ebenfalls zeitlich unkritisch der Start des Stoßstromes durch Schließen des Draufschalters (2).

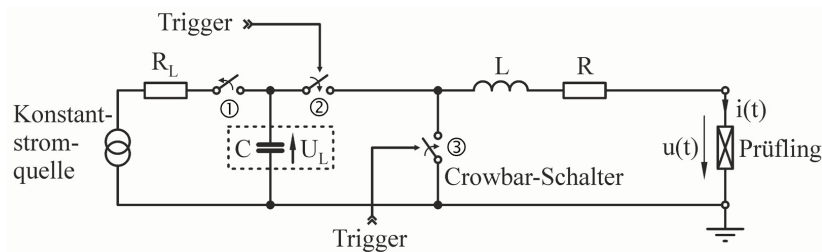


Abb. 5.38: Crowbar-Schaltung mit Triggerung

Besonderes Augenmerk muss dem Kurzschließer (3) gewidmet werden, der zeitgenau beim Scheitel des Stoßstromes bzw. sehr kurz danach zuschalten soll und dabei ungünstige elektrische Bedingungen vorfindet. Bei großen Anlagen und einer hohen Ladespannung ist der Kurzschließer typisch als getriggerte Funkenstrecke ausgeführt. Zur automatischen Triggerung der Crowbar-Funkenstrecke kann eine Schaltung nach [62] zweckmäßig eingesetzt werden, die in den Crowbar-Stoßkreis von **Abb. 5.39** integriert ist.

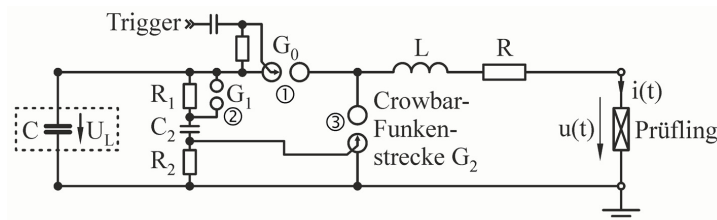


Abb. 5.39: Crowbar-Schaltung mit automatischer Triggerung der Crowbar-Funkenstrecke

Die Schwierigkeit bei der Crowbar-Funkenstrecke G_2 in **Abb. 5.39** besteht darin, zwei konträre Aufgaben zu erfüllen. Zum einen darf sie nach Triggerung der Hauptfunkenstrecke G_0 und damit dem Anliegen der hohen Ladespannung U_L der Stoßkapazität C (einige 10 kV bis über 100 kV) nicht durchzünden, und zum anderen soll sie getriggert zünden, wenn der Strom seinen Scheitelwert erreicht hat, die Stoßkapazität entladen ist und somit die Spannung über der Crowbar-Funkenstrecke G_2 sehr klein ist. Dies wird mit der Verzögerungsschaltung R_1 - C_2 - R_2 und der Hilfsfunkenstrecke G_1 realisiert. Mit Beendigung des Ladevorganges sind die große Stoßkreiskapazität C und die kleine Kapazität C_2 auf die Spannung U_L aufgeladen. Nach Zündung der Start-Funkenstrecke G_0 entlädt sich die Stoßkreiskapazität C schnell über L , R und das Prüfobjekt. Die Zeitkonstante $C_2 \cdot (R_1 + R_2)$ ist durch die Wahl von R_1 ($R_1 \gg R_2$) so groß, dass sich C_2 kaum entlädt bis die Spannung an C und über R_1 - C_2 - R_2 auf Null abgesunken ist. Dabei steigt die Spannung über R_1 und G_1 von Null aus an und bei einem bestimmten Wert (für Stromscheitel etwa bei $|U_L|$) zündet die geeignet eingestellte Hilfs-Funkenstrecke G_1 . An R_2 tritt ein hoher Spannungsimpuls auf und C_2 entlädt sich, wobei ein Triggerimpuls an der Crowbar-Funkenstrecke G_2 erzeugt wird. Der Durchbruch von Trigger-zu-Erdelektrode von G_2 bedeutet quasi einen Kurzschluss des Widerstandes R_2 und damit eine schnelle Entladung von C_2 über den Triggeranschluss der Crowbar-Funkenstrecke G_2 .

5.3 Hybridgenerator

Ein Hybridgenerator ist ein spezieller Stoßkreis, der sowohl einen Stoßstrom als auch eine Stoßspannung erzeugt und deshalb im englischen Sprachraum auch als Combination Wave Generator (CWG) bezeichnet wird.

Die Eigenschaften eines typischen Hybridgenerators, der für die Prüfung von Überspannungsschutzgeräten des Typs 3 mit der Prüfklasse 3 angewendet wird, sind:

- Bei Leerlauf bzw. bei hochohmigen Prüfbobjekten am Generatorausgang ist ein genormter Blitzstoßspannungsimpuls der Form $1,2/50 \mu\text{s}$ mit dem Scheitelwert \hat{U} entnehmbar.
- Bei Kurzschluss bzw. bei niederohmigen Prüfbobjekten am Generatorausgang ist ein genormter Stoßstromimpuls der Form $8/20 \mu\text{s}$ mit dem Scheitelwert \hat{I} entnehmbar.
- Es gibt ein festes Verhältnis von Spannungs- zu Stromscheitelwert für die Impulse, die der Generator in den vorgenannten 2 Betriebsarten erzeugt, welches durch den fiktiven Innenwiderstand $R_f = \hat{U}/\hat{I}$ ausgedrückt wird. Fiktiv weist darauf hin, dass \hat{U} und \hat{I} nicht gleichzeitig auftreten und der Widerstand R_f am Generator nicht direkt messbar ist. Typisch sind fiktive Innenwiderstände $R_f = 1 \Omega$ oder $R_f = 2 \Omega$.

Nach [N9] wird der genormte kombinierte Stoß durch die Ausgangsspannung unter Leerlaufbedingungen und der Ausgangsstrom unter Kurzschlussbedingungen charakterisiert. Die Toleranzbereiche für die Leerlaufspannung $u_{\max} = U_{oc}$ (oc = open circuit) sind nach [51]:

- Scheitelwert $u_{\max} = \hat{U} = U_{oc}$: $\pm 3 \%$
- Stirnzeit T_{1u} : $1,2 \mu\text{s} \pm 30 \% \triangleq \pm 0,36 \mu\text{s}$ ($0,84 \mu\text{s} \dots 1,56 \mu\text{s}$)
- Rückenhalbwertszeit T_{2u} : $50 \mu\text{s} \pm 20 \% \triangleq \pm 10 \mu\text{s}$ ($40 \mu\text{s} \dots 60 \mu\text{s}$)

Schwingungen oder Überschwingungen dürfen im Bereich des Scheitelwertes der Spannung auftreten, wenn deren Amplitude kleiner ist als 5 % des Scheitelwertes. Bei üblichen Hybridgeneratoren sind Schwingungen in der Stirn unterhalb von 90 % des Scheitelwertes vernachlässigbar, da sie im Allgemeinen die Prüfergebnisse nicht beeinflussen. Die Stoßform der Spannung muss im Wesentlichen unipolar (aperiodisch) sein.

Die Toleranzbereiche für den Kurzschlussstrom $i_{\max} = I_{sc}$ (sc = short circuit) sind nach [51]:

- Scheitelwert $i_{\max} = \hat{I} = I_{sc}$: $\pm 10 \%$
- Stirnzeit T_{1i} : $8 \mu\text{s} \pm 10 \% \triangleq \pm 0,8 \mu\text{s}$ ($7,2 \mu\text{s} \dots 8,8 \mu\text{s}$)
- Rückenhalbwertszeit T_{2i} : $20 \mu\text{s} \pm 10 \% \triangleq \pm 2 \mu\text{s}$ ($18 \mu\text{s} \dots 22 \mu\text{s}$)

Schwingungen oder Überschwingungen sind zulässig, wenn deren Amplitude im Bereich des Scheitels kleiner ist als 5 % des Scheitelwertes. Der maximale Wert des Stromes entgegengesetzter Polarität (Durchschwingen) muss kleiner 20 % des Scheitelwertes sein.

Der Toleranzbereich für den fiktiven Innenwiderstand R_f ist:

- Widerstandswert R_f : $2 \Omega \pm 12,5 \% \triangleq \pm 0,25 \Omega$ ($1,75 \Omega \dots 2,25 \Omega$)

Eine Beschreibung und ausführliche mathematische Abhandlung zum Hybridgenerator findet sich im Anhang A6. Das meist angegebene Ersatzschaltbild ist in **Abb. 5.40** zu sehen. Beim Hybridgenerator wird eine Rückwirkung von Prüfbobjekten auf den Spannungs- bzw. Stromverlauf nicht im Sinne von Kapitel 6 betrachtet, da definitiv eine Wechselwirkung stattfindet.

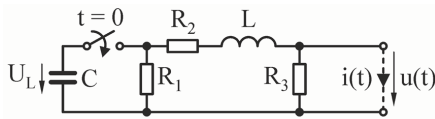


Abb. 5.40: Gängiges Ersatzschaltbild für einen Hybridgenerator ([61])

Das Prüfobjekt erzeugt sich im entsprechend ausgelegten Hybridkreis sein Strom-Spannungsverhalten nach seinen dynamischen elektrischen Eigenschaften selbst [51].

5.3.1 Elemente im Hybridgeneratorkreis

Die exakte Auslegung des Hybridgenerators für die Impulsspannung $1,2/50 \mu\text{s}$ (30%-90%-50%-Definition) und den Impulsstrom $8/20 \mu\text{s}$ (10%-90%-50%-Definition) erfordert Stoßkreiselemente in fester Zuordnung zueinander und mit festen Werten. Fiktive Innenwiderstände $R_f = 2 \Omega$ bzw. $R_f = 1 \Omega$ setzen folgende feste Kombinationen der Stoßkreiselemente für die Schaltung von **Abb. 5.40** voraus:

$$R_f = 2 \Omega: \quad C \approx 5,93 \mu\text{F} \quad L \approx 10,87 \mu\text{H} \quad R_1 \approx 20,19 \Omega \quad R_2 \approx 0,81 \Omega \quad R_3 \approx 26,10 \Omega$$

$$R_f = 1 \Omega: \quad C \approx 11,86 \mu\text{F} \quad L \approx 5,44 \mu\text{H} \quad R_1 \approx 10,09 \Omega \quad R_2 \approx 0,41 \Omega \quad R_3 \approx 13,05 \Omega$$

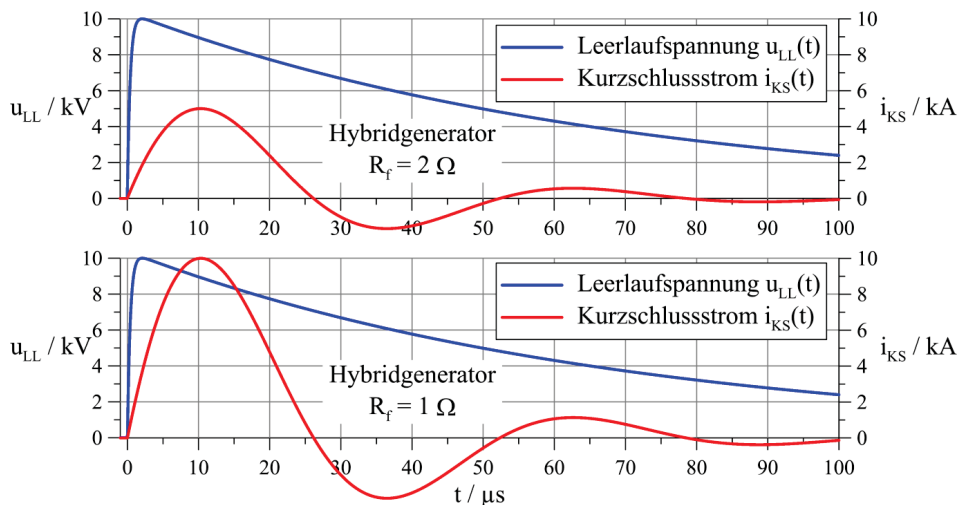


Abb. 5.41: Spannungs- und Stromverläufe an Hybridgenerator mit $R_f = 2 \Omega$ und $R_f = 1 \Omega$ (Ladespannung jeweils $U_L \approx 10,6 \text{ kV}$)

Die **Abb. 5.41** zeigt simulierte Zeitverläufe am Hybridgenerator im Leerlauf- und Kurzschlussbetrieb für die typischen fiktiven Innenwiderstände 1Ω und 2Ω .

5.3.2 Impulsspannung bei kapazitiver Belastung des Hybridgenerators

Eine spezielle Untersuchung zur Belastung des Hybridgenerators mit einem Prüfobjekt soll hier angeschlossen werden. Im Leerlauf bei hochohmigen Prüfobjekten arbeitet der Hybridgenerator als Stoßspannungsgenerator.

Die Belastung kann dann auch als im Wesentlichen kapazitiv betrachtet werden. Für diesen Fall ist zu untersuchen, ob sich ein ausgeprägtes (unzulässiges) Schwingungsverhalten in der Stoßspannung zeigt.

Ohne kapazitive Belastung (bei Leerlauf) des Hybridgenerators ist die zeitliche Änderung der Impulsspannung $u(t)$:

$$u(t) = \frac{\hat{U}}{\eta_u} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad \frac{du(t)}{dt} = \frac{\hat{U}}{\eta_u} \cdot \left(\frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_2} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_1} \right) \quad (5.69)$$

und bei Spannungsbeginn ($t=0$) tritt der maximale Spannungsanstieg auf (Elemente entsprechend **Abb. 5.40**):

$$\left(\frac{du}{dt} \right)_{\max} = \frac{du}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{\hat{U}}{\eta_u} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right) = \frac{R_3}{L} \cdot U_L \quad (5.70)$$

Für einen fiktiven Innenwiderstand $R_f = 1 \, \Omega$ oder $R_f = 2 \, \Omega$ ergibt sich die gleiche Anfangsteilheit:

$$du/dt|_{t=0} \approx 2,4 \, (\mu s)^{-1} \cdot U_L \quad (5.71)$$

Mit rein kapazitiver Belastung C_B des Hybridgenerators (**Abb. 5.42**) entsteht ein System 3. Ordnung, bei dem am Ausgang eine Impulsspannung auftritt.

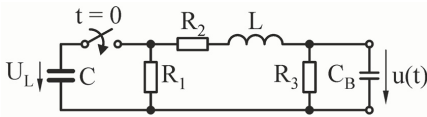


Abb. 5.42: Hybridgenerator mit kapazitiver Belastung

Die Anfangsbedingungen für die Ausgangsspannung $u(t)$ sind:

$$u(0) = 0 \quad , \quad \frac{du}{dt} \Big|_{t=0} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d^2u}{dt^2} \Big|_{t=0} = \frac{U_L}{L \cdot C_B} \quad (5.72)$$

Durch die kapazitive Belastung startet die Impulsspannung mit der Anfangsteilheit Null. Nach **Abb. 5.43** führen große Belastungskapazitäten zu stark schwingenden Spannungsverläufen und die Stirnteilheit der Spannung wird herabgesetzt. Kleine Belastungskapazitäten erhöhen die Spannungsteilheit in der Spannungsstirn bis zum Scheitel, der Effekt des "Aufsteilens" ("peaking") durch eine Parallelkapazität tritt auf [63]. Durch das "Aufsteilen" der Spannung wird auch bei kaum sichtbaren Schwingungen bzw. bei fast keinem Überspringen ein größerer Scheitelwert erreicht. Für den Hybridgenerator mit $2 \, \Omega$ Innenwiderstand ist die Stirnteilheit etwas geringer als beim Hybridgenerator mit $1 \, \Omega$. Die Höhe des Überspringens kann nicht pauschal, sondern nur anhand einer konkreten Belastungskapazität für einen Hybridgenerator mit $1 \, \Omega$ oder $2 \, \Omega$ fiktivem Innenwiderstand bestimmt werden (siehe **Abb. 5.43**).

Eine kleine kapazitive Belastung kann zum Beispiel durch Funkenstrecken oder Gasableiter und eine große kapazitive Belastung durch Varistoren auftreten, die mit dem Hybridgenerator getestet werden sollen. Durch kleine Eigenkapazitäten kommt es zur Aufsteilung des Spannungsimpulses und damit sind höhere dynamische Ansprechspannungen dieser Elemente möglich (Stoßkennlinie). [64]

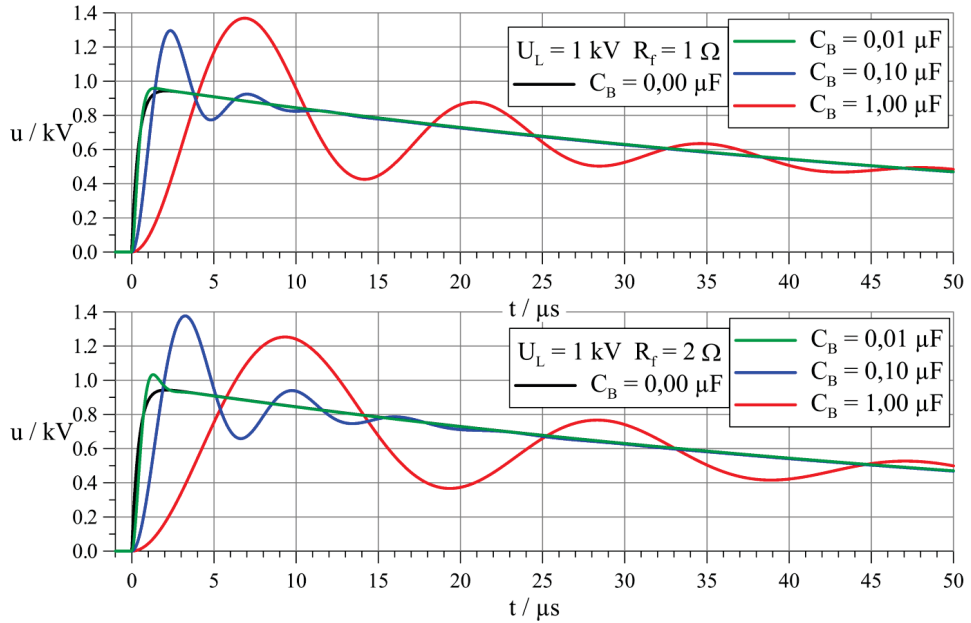


Abb. 5.43: Anfangsverlauf der Spannung bei kapazitiver Belastung von Hybridgeneratoren mit 1Ω und 2Ω fiktivem Innenwiderstand

Um die Frage nach dem Auftreten von Schwingungen zu klären, kann die Herangehensweise in [50] sinngemäß verwendet werden. Dabei werden die Laplace-Transformierte der Impuls- ausgangsspannung $u(t)$, Gleichung (5.69) und **Abb. 5.42**, verwendet:

$$U(p) = \frac{U_L \cdot C \cdot R_1 \cdot R_3}{(1 + pC_B \cdot R_3) \cdot ((R_2 + pL) \cdot (1 + pC \cdot R_1) + R_1) + R_3 \cdot (pC \cdot R_1 + 1)} \quad (5.73)$$

$$= \frac{U_L}{A_3 \cdot p^3 + A_2 \cdot p^2 + A_1 \cdot p + A_0}$$

$$\text{mit } A_3 = L \cdot C_B, \quad A_2 = C_B \cdot \left(R_2 + \frac{L}{C \cdot R_1} \right) + \frac{L}{R_3},$$

$$A_1 = 1 + \frac{C_B}{C} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{1}{R_3} \cdot \left(R_2 + \frac{L}{C \cdot R_1} \right), \quad A_0 = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{C \cdot R_1 \cdot R_3}$$

Die Rücktransformation in den Zeitbereich kann über eine Partialbruchzerlegung erfolgen:

$$U(p) = \frac{U_L}{A_3} \cdot \frac{1}{p^3 + \frac{A_2}{A_3} \cdot p^2 + \frac{A_1}{A_3} \cdot p + \frac{A_0}{A_3}} = \frac{U_L}{A_3} \cdot \frac{1}{(p - w_1) \cdot (p - w_2) \cdot (p - w_3)}$$

$$U(p) = \frac{U_L}{A_3} \cdot \left(\frac{1}{(p-w_1) \cdot (w_1-w_2) \cdot (w_1-w_3)} + \frac{1}{(p-w_2) \cdot (w_2-w_3) \cdot (w_2-w_1)} + \frac{1}{(p-w_3) \cdot (w_3-w_1) \cdot (w_3-w_2)} \right) \quad (5.74)$$

Darin sind w_1 , w_2 und w_3 die Lösungen bzw. Wurzeln der Polynomgleichung:

$$p^3 + \frac{A_2}{A_3} \cdot p^2 + \frac{A_1}{A_3} \cdot p + \frac{A_0}{A_3} = 0 \quad (5.75)$$

Die Zeitfunktion der Ausgangsspannung lautet dann:

$$u(t) = \frac{U_L}{A_3} \cdot \left(\frac{e^{w_1 t}}{(w_1-w_2) \cdot (w_1-w_3)} + \frac{e^{w_2 t}}{(w_2-w_3) \cdot (w_2-w_1)} + \frac{e^{w_3 t}}{(w_3-w_1) \cdot (w_3-w_2)} \right) \quad (5.76)$$

Da die (Ersatz-)Schaltung des Hybridgenerators keine Quellen, sondern nur Speicherelemente (L , C , C_B) und passive Verbraucher (R_1 , R_2 , R_3) enthält, haben alle Wurzeln der Polynomgleichung negative Realteile und es können damit nur abklingende (gedämpfte) Schwingungen oder aperiodische Zeitverläufe auftreten. Sind alle Wurzeln rein reell, d.h. der Imaginärteil verschwindet, dann ist der Zeitverlauf rein aperiodisch.

Tritt ein Paar konjugiert komplexer Wurzeln auf (und eine reelle Wurzel), dann können keine Schwingungen entstehen. Den Übergang vom periodischen zum aperiodischen Fall nennt man auch mathematische Schwingungsgrenze [50] (aperiodischer Grenzfall). Dabei ergibt sich nach [50] ein Bereich, der von zwei Werten begrenzt wird, in dem aperiodische Verläufe vorliegen.

Mit $A_3 \neq 0$ und $a_2 = A_2/A_3$, $a_1 = A_1/A_3$, $a_0 = A_0/A_3$ entsteht:

$$p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0 = 0 \quad (5.77)$$

Der quadratische Term verschwindet mit folgender Ersetzung $p = q - a_2/3$ bzw. $q = p + a_2/3$:

$$q^3 - B_1 \cdot q - B_0 = 0 \quad (5.78)$$

$$\text{mit } B_1 = \frac{1}{3} \cdot a_2^2 - a_1, \quad B_0 = \frac{1}{3} \cdot a_2 \cdot \left(-\frac{2}{9} \cdot a_2^2 + a_1 \right) - a_0$$

Ein notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für drei reelle Wurzeln stellt die Bedingung $B_1 > 0$ dar:

$$B_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{A_2^2}{A_3^2} - \frac{A_1}{A_3} = \frac{1}{3} \cdot \left[\left(\frac{R_2}{L} \right)^2 + \left(\frac{1}{C \cdot R_1} - \frac{1}{C_B \cdot R_3} \right)^2 + \frac{1}{C \cdot C_B \cdot R_1 \cdot R_3} - \frac{1}{L \cdot C_B} \cdot \left(3 + \frac{R_2}{R_3} \right) - \frac{1}{L \cdot C} \cdot \left(3 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right] \quad (5.79)$$

Damit kann der maximale Wert für C_B angegeben werden, bei dem gerade die mathematische Schwingungsgrenze auftritt:

$$C_B = \frac{L + C \cdot R_1 \cdot (R_2 + 3 \cdot R_3) + \sqrt{3 \cdot \left(C^2 \cdot R_1^2 \cdot (3 \cdot R_3^2 + 2 \cdot R_2 \cdot R_3 - R_2^2) + \left(2 \cdot L \cdot C \cdot R_1 \cdot (2 \cdot R_1 + R_2 + R_3) - L^2 \right) \right)}}{2 \cdot R_3 \cdot \left(\frac{L}{C \cdot R_1} + \frac{C \cdot R_1}{L} \cdot R_2^2 - 3 \cdot R_1 - R_2 \right)} \quad (5.80)$$

Danach muss bei $R_f = 1 \, \Omega$ die Belastungskapazität $C_B \leq 10,5 \, \text{nF}$ und bei $R_f = 2 \, \Omega$ die Belastungskapazität $C_B \leq 5,26 \, \text{nF}$ sein, damit mathematisch keine Schwingungen vorliegen. Die weitere Ersetzung $q = x \cdot \sqrt{B_1}$ führt auf eine Beziehung mit unveränderter Aussage:

$$x^3 - x = b_2 = \frac{B_0}{B_1 \cdot \sqrt{B_1}} \quad (5.81)$$

Drei reelle Wurzeln als hinreichende Bedingung für Schwingungsfreiheit treten für diese Beziehung nur für Werte b_2 in einem festen Bereich auf:

$$|b_2| \leq \frac{2}{3 \cdot \sqrt{3}} \approx 0,385 \quad (5.82)$$

Die Bestimmung von C_B für die Grenzen des Bereiches führt auf eine Gleichung 4. Grades. Eine Auswertung dieser Grenzen, wieder für die vorliegenden Hybridgeneratoren, ergibt bei $R_f = 1 \, \Omega$ die Belastungskapazität $C_B \leq 7,87 \, \text{nF}$ und bei $R_f = 2 \, \Omega$ die Belastungskapazität $C_B \leq 3,93 \, \text{nF}$ als mathematische Schwingungsgrenze. Diese Werte sind noch kleiner als die für die notwendige Bedingung.

Der praktisch aperiodische Fall, also ohne sichtbare Schwingungen, lässt viel größere Belastungskapazitäten zu. Dieses praktisch aperiodische Verhalten soll nach [50] auftreten, wenn für die jetzt zulässigen komplexen Wurzeln gefordert wird, dass Realteil und Imaginärteil gleich groß sind. Mit $p = a_2 \cdot z$ wird $p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0 = 0$ zu:

$$z^3 + z^2 + c_1 \cdot z + c_0 = 0 \quad (5.83)$$

$$\text{mit } c_1 = \frac{a_1}{a_2} = \frac{A_1 \cdot A_3}{A_2^2} > 0, \quad c_0 = \frac{a_0}{a_2} = \frac{A_0 \cdot A_3^2}{A_2^3} > 0$$

Die drei Wurzeln dieser kubischen Gleichung können wie folgt geschrieben werden:

$$z_1 = z_R + j \cdot z_I, \quad z_2 = z_R - j \cdot z_I, \quad z_3 = -2 \cdot z_R - 1 \quad (5.84)$$

Dabei sollen z_1 und z_2 allgemein das konjugiert komplexe Wurzelpaar sein, um dessen Realteil z_R es im Vergleich zum Imaginärteil z_I hier geht. Die Wurzel z_3 ist sicher reell und muss nicht weiter betrachtet werden. Bis zur Grenze $z_I = z_R$ kann praktisch von aperiodischem Verhalten gesprochen werden. Je kleiner z_I gegenüber z_R wird, desto mehr nähert sich das Verhalten des Systems der mathematischen Schwingungsgrenze bei $z_I = 0$. Real- und Imaginärteil sind wie folgt mit den Faktoren c_1 und c_0 verknüpft:

$$c_1 = -z_R \cdot (3 \cdot z_R - 2) + z_I^2, \quad c_0 = (1 + 2 \cdot z_R) \cdot (z_R^2 + z_I^2) \quad (5.85)$$

Bei $z_I = z_R$ entsteht:

$$c_1 = -2 \cdot z_R \cdot (z_R + 1), \quad c_0 = 2 \cdot z_R^2 \cdot (1 + 2 \cdot z_R) \quad (5.86)$$

Es muss gelten:

$$c_0 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot c_1} \cdot (\sqrt{1 - 2 \cdot c_1} - 1)^2 \quad (5.87)$$

Mit den über A_0 , A_1 , A_2 und A_3 vorliegenden Faktoren c_1 und c_0 können jetzt die maximalen Belastungskapazitäten C_B für die Hybridgeneratoren ermittelt werden. Danach darf bei $R_f = 1 \, \Omega$ die Kapazität $C_B \leq 15,95 \, \text{nF}$ und bei $R_f = 2 \, \Omega$ die Kapazität $C_B \leq 7,97 \, \text{nF}$ nicht überschreiten. Diese Werte sind etwa doppelt so groß wie die für die Einhaltung der mathematischen Schwingungsgrenze.

Vergleicht man diese Werte mit denen von **Abb. 5.43**, so bestätigen die Zeitverläufe die gemachten Aussagen. Im oberen Diagramm von **Abb. 5.43** für $R_f = 1 \, \Omega$ sind in der grünen Kurve keine Schwingungen erkennbar, der Wert $C_B = 10 \, \text{nF}$ liegt deutlich unter der praktischen Schwingungsgrenze, schon in der Nähe der mathematischen Schwingungsgrenze und unter der notwendigen Bedingung der Schwingungsfreiheit. Dagegen zeigen sich im grünen Zeitverlauf des unteren Diagramms von **Abb. 5.43** für $R_f = 2 \, \Omega$ ansatzweise Schwingungen im Bereich des Spannungsscheitels (etwa eine Periode; ein Durchschwingen). Hier liegt der Wert $C_B = 10 \, \text{nF}$ über dem für die praktische Schwingungsgrenze und demnach auch weit über dem der mathematischen Schwingungsgrenze.

5.4 Erzeugung von Langzeitströmen

Langzeitströme werden in den Normen stark vereinfacht nur als Gleichstrom über eine bestimmte Zeitdauer repräsentiert. Die wichtigsten Parameter von Langzeitströmen zur Beschreibung von Blitzwirkungen und aus Sicht des Gebäudeblitzschutzes sind in den Kapiteln 2.3.2 oder 4.2.4 angegeben.

Die Erzeugung von Langzeit- bzw. Rechteckströmen ist auf verschiedene Arten möglich, wobei der vorgegebene idealisierte Zeitverlauf nur angenähert werden kann:

- Akkumulatorensatz mit R-L-Kreis sowie Drauf- und Ausschalter (Akkumulatoren liefern hohe Kurzschlussströme)
- Gleichstromgenerator mit R-L-Kreis sowie Drauf- und Ausschalter (ausgeführt als rotierender Motor-Generator-Satz mit Schwungrad)
- Unipolarmaschine (Homopolargenerator) erzeugt direkt hohe Gleichströme bei kleinen Spannungen (Drauf- und Ausschalter zur Einstellung der Stromflussdauer)

- Gleichrichteranlage mit R-L-Kreis sowie Drauf- und Ausschalter (Drehstrombrücke)
- Leitung mit Abschlussimpedanz und Draufscharter (Kabel, Rohrleiter, meist nur Impulse kurzer Dauer möglich)
- LC-Kettenleiter mit Abschlussimpedanz und Draufscharter (meist Γ -Glieder, PFL = PulseFormingLine)
- stark bedämpfter CLR-Kreis mit Draufscharter (langandauernde CR-Entladung mit kleinem Strommaximalwert)

In den folgenden Unterkapiteln wird näher auf Kettenleiter und auf die CR-Entladung zur Realisierung von Langzeitströmen eingegangen.

5.4.1 Erzeugung von Rechteckimpulsen mit Kettenleitern

Die C-L-Kettenleiter sind als elektrische Netzwerke Zweipole, die aus gleichen oder auch aus unterschiedlichen hintereinander geschalteten Gliedern bestehen ([52], [53], [54], [55], [56]). Kettenleiter können theoretisch unendlich viele Glieder aufweisen, in praktischen Ausführungen jedoch selten mehr als 10 Glieder. Grundsätzlich gibt es viele mögliche Ausführungen der Netzwerke bzw. der Glieder, technisch sind nur einige wenige umsetzbar. Wird die Ausgangsenergie in (Speicher-)Kapazitäten gespeichert, dann spricht man von spannungsgetriebenen Netzwerken (voltage-fed networks), bei stromgetriebenen Netzwerken werden (Speicher-)Induktivitäten eingesetzt. Es gibt je 6 Ausführungen (A bis F) der Kettenleiter [52].

Für Ketten mit endlich oder auch unendlich vielen Gliedern tritt Über- bzw. Unterschwingen (maximal ca. 9 % bzw. ca. 18 %) an den Unstetigkeitsstellen des gewünschten Strom- oder Spannungsimpulses auf (Gibbs'sches Phänomen) und bei endlicher Gliederzahl bleibt eine Restwelligkeit über den gesamten Impuls erhalten. Deshalb sollten Unstetigkeitsstellen in gewünschten Zeitfunktionen vermeiden werden.

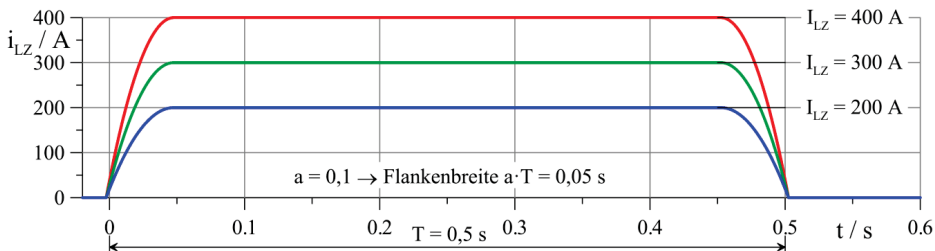
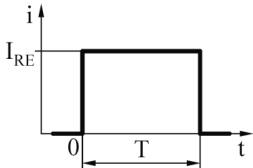
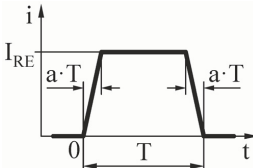
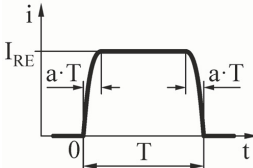


Abb. 5.44: Impulsform "Plateau mit Parabelflanken"
(Nach Kapitel 4.1 liegen $t = 0$ s und $t = 0,5$ s bei 10 % von I_{LZ} .)

Die Fourier-Analyse des zu erzeugenden Impulses ist der theoretische Ausgangspunkt zur Ermittlung des erforderlichen Netzwerkes bzw. der einzelnen Elemente in den Gliedern. Für die Abbildung des Langzeit- bzw. Rechteckstromimpulses können mehrere Vorgabefunktionen angewendet werden, die sich mit Kettenleiterschaltungen mehr oder weniger gut umsetzen lassen. **Tab. 5.9** zeigt Funktionsbeschreibungen und schematische Zeitverläufe für entsprechende Vorgabefunktionen. In den Vorgabefunktionen "Trapez" und "Plateau mit Parabelflanken" definiert $a \cdot T$ jeweils die Breite der ansteigenden bzw. abfallenden Flanke. Für die Vorgabefunktion "Plateau mit Parabelflanken" zeigt **Abb. 5.44** die Langzeitstromverläufe mit den Stromwerten nach normativer Vorgabe ([N8], $I_{LZ} = Q_{LZ}/T$).

Tab. 5.9: Vorgabefunktionen für die Nachbildung von Langzeitströmen mit Kettenleitern

Vorgabefunktion	Mathematische Beschreibung des Zeitverlaufes	Zeitverlauf
Rechteck	$i(t) = I_{LZ} \cdot \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases}$	
Trapez	$i(t) = I_{LZ} \cdot \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{t}{a \cdot T} & 0 \leq t < a \cdot T \\ 1 & a \cdot T \leq t < (1-a) \cdot T \\ \frac{T-t}{a \cdot T} & (1-a) \cdot T \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases}$	
Plateau mit Parabelflanken	$i(t) = I_{LZ} \cdot \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{t}{a \cdot T} \cdot \left(2 - \frac{t}{a \cdot T}\right) & 0 \leq t < a \cdot T \\ 1 & a \cdot T \leq t < (1-a) \cdot T \\ \frac{T-t}{a \cdot T} \cdot \left(2 - \frac{T-t}{a \cdot T}\right) & (1-a) \cdot T \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases}$	

Bei der Nachbildung von unipolaren Rechteckimpulsen liegen ungerade Funktionen vor und es treten nur die ungeraden Sinusglieder in der Fourier-Reihe auf. Die Fourier-Koeffizienten b_k der ungeraden periodisch fortgesetzten Vorgabefunktion lauten allgemein:

$$b_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T \frac{i(t)}{\hat{I}} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot t}{T}\right) dt \quad (5.88)$$

Diese Fourier-Koeffizienten erzeugen den periodisch fortgesetzten Zeitverlauf $i_p(t)$ in Form einer Fourier-Reihe:

$$i_p(t) = \hat{I} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cdot \sin\left(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \quad \text{mit } k = 1, 3, 5, \dots, 2 \cdot n - 1, \dots \quad (5.89)$$

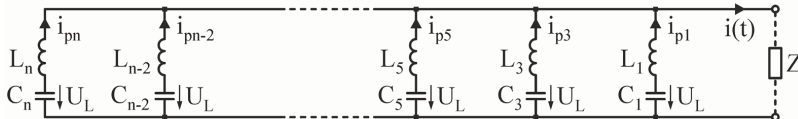
Die laufende ungerade Zählvariable k ist dabei die Nummer eines von $2 \cdot n - 1$ Fourier-Koeffizienten oder im Weiteren die Nummer eines von n Kettengliedern. In **Tab. 5.10** sind die konkreten Fourier-Koeffizienten und das Konvergenzverhalten für die genannten Vorgabefunktionen aufgeschrieben.

Je weniger Unstetigkeitsstellen in der Vorgabefunktion enthalten sind und umso stetiger die Übergänge in den abschnittsweise definierten Zeitfunktionen sind, desto weniger Glieder werden für eine gute Nachbildung des Zeitverlaufes benötigt.

Tab. 5.10: Fourier-Koeffizienten für die Vorgabefunktionen

Vorgabefunktion (anzunähernde Impulsform)	$b_k \quad k = 1, 3, 5, \dots$	Konvergenz
Rechteck	$\frac{4}{k \cdot \pi}$	$\sim \frac{1}{k}$
Trapez	$\frac{4}{k \cdot \pi} \cdot \frac{\sin(k \cdot \pi \cdot a)}{k \cdot \pi \cdot a}$	$\sim \frac{1}{k^2}$
Plateau mit Parabelflanken	$\frac{4}{k \cdot \pi} \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{k}{2} \cdot \pi \cdot a\right)}{\frac{k}{2} \cdot \pi \cdot a} \right)^2$	$\sim \frac{1}{k^3}$

Nach Gleichung (5.89) müssen einzelne Stromanteile addiert werden, um den periodischen Stromverlauf zu erhalten. Die einzelnen Glieder eines speziellen Kettenleiters sollen diese Stromanteile liefern. Die Glieder des speziellen Kettenleitertyps (Typ C nach [52]) sind CL-Reihenschaltungen bzw. CL-Reihenschwingkreise und werden parallel geschaltet. Die Summation der n Stromfunktionen $i_{pk}(t)$ von n parallelen CL-Zweigen ist nach **Abb. 5.45** aufzubauen. Die Teilströme i_{pk} der CL-Reihenglieder, die auch an den Teilkapazitäten auftreten, sind in Summe gleich dem Gesamtstrom $i(t)$ durch den Abschlusswiderstand Z .

**Abb. 5.45:** Kettenleiter Typ C mit parallelen LC-Zweigen

Die k -te Stromschwingung kann ausgedrückt werden mit:

$$i_{pk}(t) = \hat{I}_{pk} \cdot \sin(\omega_k \cdot t) = U_L \cdot \sqrt{\frac{C_k}{L_k}} \cdot \sin\left(\frac{t}{\sqrt{L_k \cdot C_k}}\right) \quad (5.90)$$

Die konzentrierten Elemente C_k und L_k des k -ten Gliedes für die k -te Stromschwingung lassen sich über den Vergleich mit den Fourier-Koeffizienten finden und sind in **Tab. 5.11** angeben. Zur Berechnung der Elemente ist die Ladespannung U_L der Kapazitäten C_k und die gewünschte Impulsdauer T notwendig. Damit können die charakteristische Impedanz Z (äquivalenter "verlustloser Wellenwiderstand") und die Frequenz f_k der k -ten Teilschwingung angegeben werden:

$$Z = \frac{U_L}{\hat{I}} \quad , \quad f_k = \frac{k}{2} \cdot \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_k \cdot C_k}} \quad (5.91)$$

Wichtig ist hier festzuhalten, dass ein einzelner (unipolarer, nicht schwingender) Stromimpuls am Kettenleiter nur entsteht, wenn der Kettenleiter mit seiner charakteristischen Impedanz Z abgeschlossen wird. Praktisch wird für die Impedanz ein ohmscher Widerstand mit $R \equiv Z$ verwendet. Mit diesem "wellenwiderstandsgerechten" Abschluss reduziert sich zugleich der Strom durch den Abschlusswiderstand auf die Hälfte.

Der Rechteckstromwert I_{RE} ist halb so groß wie der Stromwert \hat{I} für die Berechnung $I_{RE} = \hat{I}/2$. Dieser Umstand muss vor einer konkreten Berechnung Berücksichtigung finden.

Tab. 5.11: Kapazitäts- und Induktivitätswerte für Kettenleitorschaltung Typ C

Vorgabefunktion (anzunähernde Impulsform)	$C_k \quad k = 1, 3, 5, \dots$ $C_k = \frac{b_k}{k \cdot \pi} \cdot \frac{T}{Z}$	$L_k \quad k = 1, 3, 5, \dots$ $L_k = \frac{1}{k \cdot \pi \cdot b_k} \cdot Z \cdot T$
Rechteck	$C_k = \frac{4}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot \frac{T}{Z}$	$L_k = \frac{1}{4} \cdot Z \cdot T$
Trapez	$C_k = \frac{4}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot \frac{T}{Z} \cdot \frac{\sin(k \cdot \pi \cdot a)}{k \cdot \pi \cdot a}$	$L_k = \frac{1}{4} \cdot Z \cdot T \cdot \frac{k \cdot \pi \cdot a}{\sin(k \cdot \pi \cdot a)}$
Plateau mit Parabelflanken	$C_k = \frac{4}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot \frac{T}{Z} \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{k}{2} \cdot \pi \cdot a\right)}{\frac{k}{2} \cdot \pi \cdot a} \right)^2$	$L_k = \frac{1}{4} \cdot Z \cdot T \cdot \left(\frac{\frac{k}{2} \cdot \pi \cdot a}{\sin\left(\frac{k}{2} \cdot \pi \cdot a\right)} \right)^2$

Die Werte für L_k und C_k sind meist unpraktikabel, d.h. besonders die C_k sind sehr unterschiedlich. Eine Umwandlung in eine andere Kettenleitorschaltung bringt hier Abhilfe. Bei der Umwandlung in den Typ B mit Γ -Gliedern (**Abb. 5.46**) bleiben die Gliederzahl n und die charakteristische Impedanz Z erhalten, so dass der gleiche Ausgangsstromverlauf $i(t)$ gebildet wird.

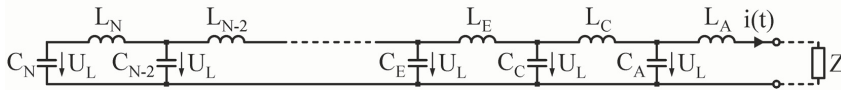


Abb. 5.46: Kettenleiter Typ B mit Γ -Gliedern

Im Kettenleiter Typ B ergibt auch die Summe der Teilströme an den Gliedkapazitäten den Gesamtstrom. Der Gesamtstrom ist der Strom durch den Abschlusswiderstand ($R = Z$) und gleichzeitig der Strom durch die erste Induktivität L_A . In einem Beispiel soll ein Langzeitstrom mit einem Kettenleiter aus 9 Gliedern für die Vorgabefunktion "Plateau mit Parabelflanken" realisiert werden:

$$\begin{aligned}
 U_L &= 10 \text{ kV} \quad , \quad I_{RE} = 400 \text{ A} = \hat{I}/2 \quad , \quad T = 0,5 \text{ s} \quad , \quad a = 0,01 \quad , \quad 2 \cdot n - 1 = 2 \cdot 9 - 1 = 17 \\
 \rightarrow a \cdot T &= 5 \text{ ms} \quad , \quad Z = R = U_L / \hat{I} = U_L / (2 \cdot I_{RE}) = 12,5 \, \Omega \\
 \rightarrow T/Z &= 40 \text{ mF} \quad , \quad T \cdot Z = 6250 \text{ mH} \quad , \quad C_k = C_k^* \cdot T/Z \quad , \quad L_k = L_k^* \cdot T \cdot Z
 \end{aligned}$$

Die Größen C_k^* und L_k^* stellen bezogene Kapazitäts- und Induktivitätswerte dar, die mit der benötigten Impulsdauer T und der benötigten charakteristischen Impedanz Z zur Berechnung der Kapazitäts- und Induktivitätswerte in den Kettenleitern verwendet werden. Die **Tab. 5.12** zeigt, dass die erforderlichen Elemente für die Kettenleitorschaltung Typ B, zumindest für die ersten Glieder, ähnlich groß sein müssen. Damit kann auch versucht werden, den Kettenleiter Typ B mit konstanten Elementen $C_k = C$ und $L_k = L$ zu realisieren ([53]):

$$Z = \frac{U_L}{\hat{I}} = \sqrt{\frac{L_k}{C_k}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^m L_k}{\sum_{k=1}^m C_k}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.92)$$

$$C_k = \frac{1}{2 \cdot (m-1)} \cdot T \cdot Z = \frac{1}{2 \cdot (m-1)} \cdot T \cdot \frac{\hat{I}}{U_L} = \frac{1}{m-1} \cdot T \cdot \frac{I_{RE}}{U_L} = C \quad (5.93)$$

$$L_k = \frac{1}{2 \cdot (m-1)} \cdot T \cdot Z = \frac{1}{2 \cdot (m-1)} \cdot T \cdot \frac{U_L}{\hat{I}} = \frac{1}{4 \cdot (m-1)} \cdot T \cdot \frac{U_L}{I_{RE}} = L \quad (5.94)$$

$$T \approx 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{m}\right) \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^m L_k \cdot \sum_{k=1}^m C_k} = 2 \cdot (m-1) \cdot \sqrt{L_k \cdot C_k} = 2 \cdot (m-1) \cdot \sqrt{L \cdot C} \quad (5.95)$$

$$I_{RE} = \frac{\hat{I}}{2} = \frac{U_L}{2 \cdot Z} = \frac{U_L}{2 \cdot R} \quad (5.96)$$

Tab. 5.12: Elemente der Glieder für Kettenleiter Typ C und Kettenleiter Typ B

k	Typ C (parallele Reihenschwingkreise)					Typ B (Kette von Γ -Gliedern)			
	f_k / Hz	C_k^*	L_k^*	$C_k / \mu\text{F}$	L_k / mH	C_k^*	L_k^*	$C_k / \mu\text{F}$	L_k / mH
1	1	0,40525	0,25002	16210,1	1562,6	0,03382	0,02802	1352,7	175,2
3	3	0,04500	0,25019	1799,9	1563,7	0,03568	0,03504	1427,3	219,0
5	5	0,01618	0,25052	647,1	1565,7	0,03697	0,03628	1478,6	226,8
7	7	0,00824	0,25101	329,5	1568,8	0,03878	0,03778	1551,3	236,2
9	9	0,00497	0,25167	198,8	1573,0	0,04153	0,04001	1661,1	250,1
11	11	0,00332	0,25250	132,6	1578,1	0,04584	0,04343	1833,5	271,4
13	13	0,00237	0,25350	94,6	1584,4	0,05324	0,04899	2129,7	306,2
15	15	0,00177	0,25468	70,7	1591,7	0,06884	0,05933	2753,7	370,8
17	17	0,00137	0,25603	54,8	1600,2	0,13376	0,08638	5350,3	539,8

Dabei ist m hier die Anzahl der Kettenglieder. Werden alle Querkapazitäten C_k auf die gleiche Ladespannung U_L aufgeladen und der Kettenstoßkreis mit dem Wirkwiderstand $R \equiv Z$ abgeschlossen, dann entsteht bei Entladung nur ein einzelner Rechteckimpuls und keine periodische Rechteckschwingung. Ein Prüfobjekt, welches vom gewünschten Strom durchflossen werden soll, muss die Größe von $R = Z$ haben oder muss Teil der Abschlussimpedanz sein. Der Gleichstromwert I_{RE} ist nahezu unabhängig von der Gliederzahl m .

Mit den Beispielvorgaben $I_{RE} = 400 \text{ A}$, $T = 0,5 \text{ s}$, Gliederzahl bzw. Anzahl der Kapazitäten $m = 9$ und gegebenen Kapazitäten $C_k = C = 700 \mu\text{F}$ ergeben sich:

$$\begin{aligned} L_k = L &= \frac{1}{(m-1)^2} \cdot \frac{1}{C} \cdot \left(\frac{T}{2}\right)^2 = 1395 \text{ mH} \\ Z = R &= \frac{1}{m-1} \cdot \frac{1}{C} \cdot \frac{T}{2} = 44,64 \Omega \\ U_L &= \frac{I_{RE}}{m-1} \cdot \frac{1}{C} \cdot T = 35,71 \text{ kV} \end{aligned} \quad (5.97)$$

Dieses Beispiel zeigt, dass neben großen Kapazitäten auch besonders große Induktivitäten (Luftspulen) benötigt werden. Das Ergebnis einer Simulation für das Beispiel zeigt **Abb. 5.47**. Die Verringerung des Überschwingens und der Welligkeit im Plateau kann durch eine Vergrößerung der 1. Induktivität an der Abschlussimpedanz $L_A > L$ erreicht werden (**Abb. 5.48**). Eine deutliche Erhöhung des Induktivitätswertes L_A um bis zu 70 % gegenüber der berechneten konstanten Induktivität der Γ -Glieder ist hierfür notwendig.

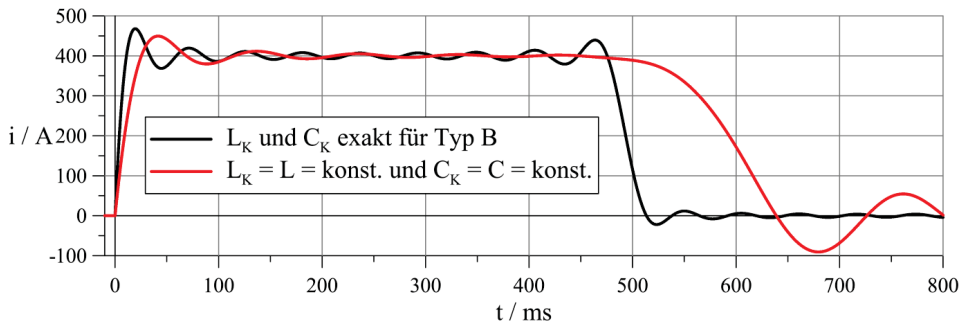


Abb. 5.47: Simulierter Stromverlauf an Kettenleiter Typ B für das Beispiel in **Tab. 5.12** und das Beispiel von Beziehung (5.97) mit konstanten Elementen

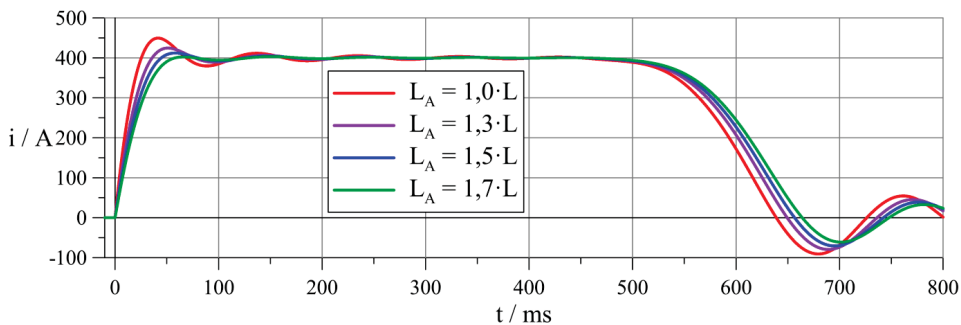


Abb. 5.48: Simulierter Stromverlauf für Kettenleiter Typ B bei 4 verschiedenen Induktivitäten des 1. Gliedes (Index A)

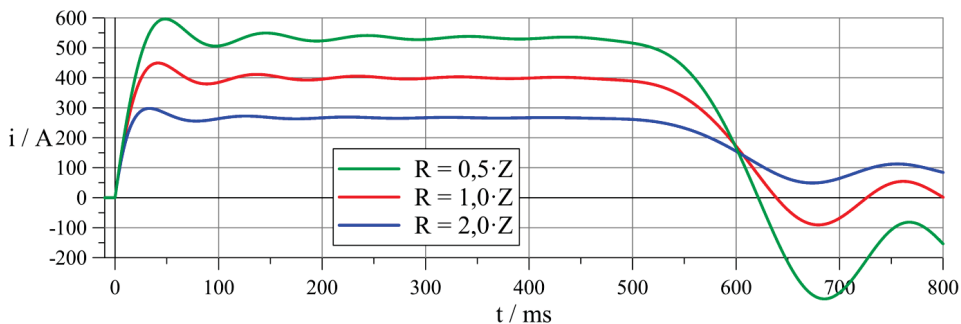


Abb. 5.49: Simulierter Stromverlauf für Kettenleiter Typ B mit 3 verschiedenen Abschlusswiderständen

Ein weiterer Einfluss auf den Rechteckimpulsstrom resultiert aus der Abschlussimpedanz (Z) bzw. aus dem Abschlusswiderstand R am Kettenleiter. Dieser Einfluss soll ohne Korrektur der 1. Induktivität untersucht werden. Im Stromverlauf zeigt sich die Fehlanpassung aufgrund eines veränderten Abschlusswiderstandes (**Abb. 5.49**). Ist der Abschlusswiderstand $R > Z$, dann wird der Stromverlauf periodisch, die Stromamplitude I_{RE} sinkt und die Nulldurchgänge bleiben aus. Umgekehrt entsteht bei einem Abschlusswiderstand $R < Z$ auch ein periodischer Stromverlauf, aber mit größerer Stromamplitude I_{RE} und mit Polaritätswechseln (gedämpft abklingende Rechteckschwingung).

Will man die Kettenleitorschaltung mit niederohmigen Prüfobjekten ($R < Z$) belasten, dann bedeutet dies Fehlanpassung. Dabei bestehen die Möglichkeiten, bei der berechneten Ladespannung U_L eine größere Stromamplitude I_{RE} zu erhalten oder die Stromamplitude I_{RE} mit einer kleineren Ladespannung zu erreichen. Die gewünschte Erzeugung nur eines einzelnen Rechteckstromimpulses, also die Verhinderung der Polaritätsumkehr (Abschneiden der negativen Stromhalbwelle), kann durch Stromkommutierung mit HS-Leistungsdioden erreicht werden (**Abb. 5.50**). Damit durch den Abschlusswiderstand R der Strom nur mit einer Polarität fließt, muss dem Entladungsstrom mit umgekehrter Polarität ein Parallelpfad zur Kommutierung gegeben werden. Dieser Querspfad muss dann einen Entladewiderstand $R_E \gg R$, $R_E > Z$ nach **Abb. 5.50** beinhalten, so dass kein erneuter Polaritätswechsel auftreten kann.

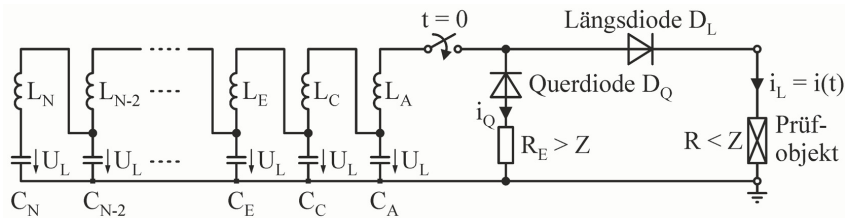


Abb. 5.50: Schaltbild für Kettenleiter Typ B mit konstanten Elementen und zwei Diodenzweigen bei niederohmigem Abschluss durch ein Prüfobjekt

Die simulierten Stromverläufe in der Schaltung von **Abb. 5.50** sind im Diagramm von **Abb. 5.51** dargestellt. Dabei konnte eine deutlich kleinere Ladespannung der Speicherkapazitäten von $U_L = 18,5 \text{ kV} < 35,7 \text{ kV}$ verwendet werden. Als weitere Werte wurden $C_k = C = 700 \text{ } \mu\text{F}$, $L_k = L = 1395 \text{ mH}$, $L_A = 1,3 \cdot L = 1814 \text{ mH}$, $m = 9$, $R = 1 \text{ } \Omega$, $R_E = 100 \text{ } \Omega$ bei $Z = 44,64 \text{ } \Omega$ eingesetzt.

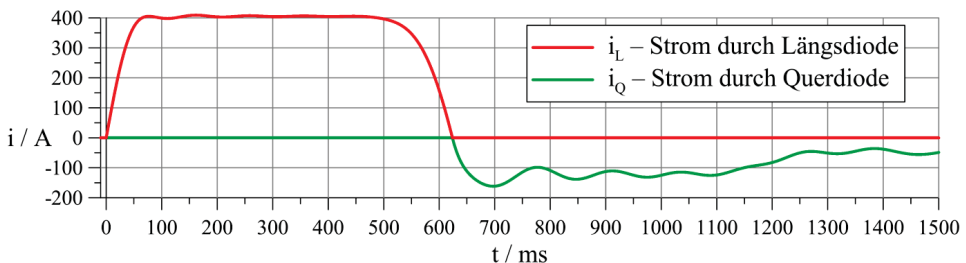


Abb. 5.51: Simulierte Ströme in Längs- und Querdiode an Kettenleiter Typ B

Zusammengefasst werden noch einmal die Vor- und Nachteile von Kettenleitern bei der Erzeugung von Rechteckströmen angegeben.

Vorteile:

- Nur ein einzelner Stromimpuls wird nach dem Zuschalten erzeugt.
- Ein Abschalten bzw. ein zeitgesteuertes Zu- und Abschalten ist im Prinzip nicht erforderlich.
- Der Prüfobjektwiderstand kann wegen des erforderlichen Abschlusswiderstandes $R = Z$ relativ groß sein.

Nachteile:

- Der Abschlusswiderstand R muss i.d.R. gleich der charakteristischen Impedanz Z sein.
- Nur die halbe Stromamplitude $I_{RE} = \hat{I}/2 = U_L/(2 \cdot Z)$ im Vergleich zur Amplitude bei Kurzschluss tritt am Prüfobjekt auf.
- Überspringen und Welligkeit des Stromimpulses treten auf.
- Ein starkes Nachschwingen des Stromes nach dem Stromnulldurchgang kann meist nicht verhindert werden. Deshalb ist u.U. doch ein Abschalten mit leistungselektronischen oder mechanischen Schaltern anzuwenden.
- Große Kapazitäten und Induktivitäten sind für die Kettenglieder notwendig.
- Die Wirkwiderstände der Spulen verändern die Stromform. Um einen Stromabfall im Impulsdach zu kompensieren und ein zu großes Überspringen in der ansteigenden Flanke zu vermeiden, müssen Induktivitätswerte L_k für die Glieder gewählt werden, die mit der Gliednummer kleiner werden (in **Abb. 5.46** sollte also L_A am größten und L_N am kleinsten sein, mit linearer Abnahme).
- Gegeninduktivitäten bei kleinen Abständen zwischen den Luftspulen müssen beachtet werden: Möglich ist die Anwendung anderer Kettenleitertypen (Typ D mit negativen Induktivitäten bzw. Typ E mit einzelner Spule und Anzapfungen [52]).

5.4.2 Erzeugung von Rechteckströmen mit Kondensatorbatterie und veränderlichem Widerstand

Mit stark bedämpften CLR-Kreisen werden exponentiell abklingende Ströme mit großen Rückenhalbwertszeiten erzeugt, die als künstliche Langzeitströme bei Untersuchungen im Labor dienen können [60].

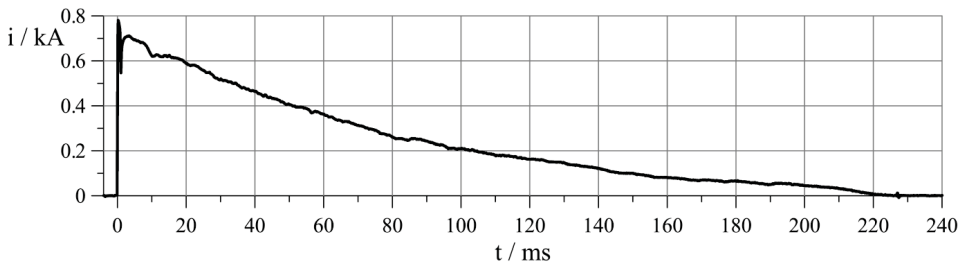


Abb. 5.52: Gemessener Strom eines Langzeitlichtbogens bei einer CR-Entladung (Ladespannung $U_L = 8 \text{ kV}$, $C = 6650 \text{ } \mu\text{F}$, $R = 10 \text{ } \Omega$, Lichtbogenlänge $\ell \approx 60 \text{ cm}$, Lichtbogenspannung $U_{LB} \approx 700 \text{ V}$)

In die Kreise wird meist keine konzentrierte Induktivität eingeschaltet und aufgrund der relativ langsamen Stromänderung nach dem Erreichen des Scheitelwertes kann die Eigeninduktivität des gesamten Generators vernachlässigt werden, so dass der Stromverlauf als einfach-exponentielle CR-Entladung zu betrachten ist. Die **Abb. 5.52** zeigt einen solchen Stromverlauf, der an einem Quasi-Langzeitlichtbogen im Labor gemessen wurde.

Im Kreis nach **Abb. 5.53** müssen für die CR-Entladung eine große Speicherkapazität C und ein großer Dämpfungswiderstand R enthalten sein, um eine große Entladezeitkonstante zu erreichen.

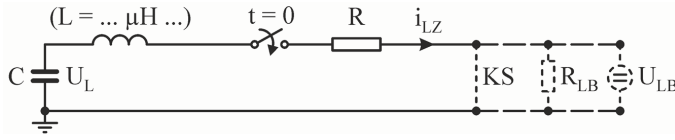


Abb. 5.53: Impulsstromgenerator für CR-Entladung über Kurzschluss oder Lichtbogen

Da häufig Lichtbogenwirkungen bei Langzeitströmen untersucht werden, ist das Element Lichtbogen im Generatorkreis einzufügen. Entsprechend **Abb. 5.53** kann dies näherungsweise als Lichtbogenwiderstand R_{LB} oder Gleichspannungsquelle U_{LB} (Lichtbogen als konstante Gegenspannung) geschehen. Bei Langzeitstromlichtbögen mit Strömen von einigen 10 A bis einigen 100 A und Bogenlängen von einigen cm kann mit Lichtbogenfeldstärken von $E_{LB} \approx 7 \dots 15 \text{ V/cm}$ und längenbezogenen Lichtbogenwiderständen $R_{LB}' = 0,02 \dots 0,12 \text{ } \Omega/\text{cm}$ gerechnet werden [59]:

$$R_{LB}' \approx 0,005 \text{ } \Omega/\text{cm} + 10 \text{ V/cm}/I_{LB} \quad \text{mit } R_{LB}' \text{ in } \Omega/\text{cm}, I_{LB} \text{ in A} \quad (5.98)$$

Zunächst soll der Lichtbogenwiderstand R_{LB} während der Entladung über die Langzeitstromdauer T_{LZ} als konstant angenommen werden, dann ergibt sich der Stromverlauf mit der Zeitkonstante, der Stromscheitelwert, der Strommittelwert und der maximale Strommittelwert:

$$i(t) = \hat{I} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad , \quad \tau = (R + R_{LB}) \cdot C \quad , \quad \hat{I} = \frac{U_L}{R + R_{LB}} \quad (5.99)$$

$$\bar{I} = \frac{1}{T_{LZ}} \cdot \int_0^{T_{LZ}} i(t) dt = \frac{U_L \cdot C}{T_{LZ}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_{LZ}}{(R+R_{LB})C}} \right) \quad (5.100)$$

$$\bar{I}_{\max} = \frac{U_L \cdot C}{T_{LZ}} \quad \text{bei } T_{LZ} \rightarrow 0 \quad (5.101)$$

Wenn die Lichtbogenspannung U_{LB} als konstant angenommen wird, dann lauten die Beziehungen für den Stromverlauf und die Zeitkonstante, für den Stromscheitelwert, den Strommittelwert und den maximalen Strommittelwert wie folgt:

$$i(t) = \hat{I} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad , \quad \tau = R \cdot C \quad , \quad \hat{I} = \frac{U_L - U_{LB}}{R} \quad (5.102)$$

$$\bar{I} = \frac{1}{T_{LZ}} \cdot \int_0^{T_{LZ}} i(t) dt = (U_L - U_{LB}) \cdot \frac{C}{T_{LZ}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_{LZ}}{RC}} \right) \quad (5.103)$$

$$\bar{I}_{\max} = (U_L - U_{LB}) \cdot \frac{C}{T_{LZ}} \quad \text{bei } T_{LZ} \rightarrow 0 \quad (5.104)$$

Die Strommittelwerte und Zeitkonstanten gibt **Abb. 5.54** in Abhängigkeit vom Dämpfungswiderstand für einen konstanten Lichtbogenwiderstand und für eine konstante Lichtbogenspannung an. Bei der Auslegung des Langzeitstromkreises müssen die maximale Leistung, die gesamte Spezifische Energie bzw. der Gesamtenergieumsatz im Kreiswiderstand (ohne Lichtbogenwiderstand) über die Langzeitstromdauer für die Auslegung beachtet werden. Dies gilt unabhängig davon, ob der Langzeitstromlichtbogen als Widerstand oder als Gegenspannung betrachtet wird.

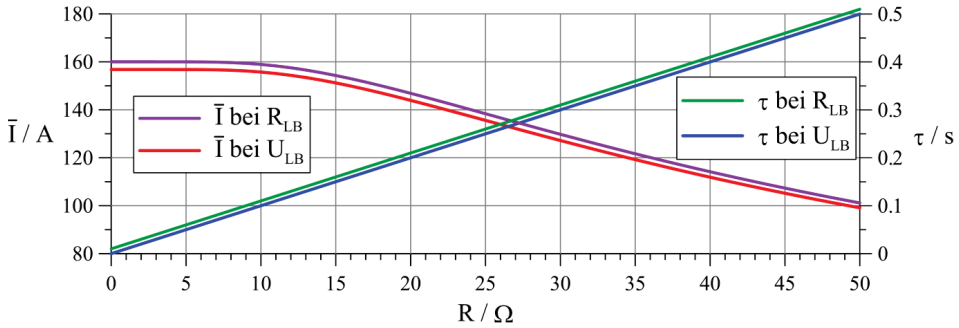


Abb. 5.54: Strommittelwert und Zeitkonstante als Funktion des Dämpfungswiderstandes ($R_{LB} = \text{konst} = 1 \Omega$ oder $U_{LB} = \text{konst} = 160 \text{ V}$, $C = 10 \text{ mF}$, $U_L = 8 \text{ kV}$, $T_{LZ} = 0,5 \text{ s}$)

5.4.2.1 Erzeugung eines Rechteckstromes mit zeitvariablem Dämpfungswiderstand

Theoretisch ist es möglich den einfachen CR-Kreis so zu modifizieren, dass über eine bestimmte Zeit ein wirklich konstanter Strom fließt. Der konstante Strom kann durch einen zeitvariablen Dämpfungswiderstand $R(t)$ im Schaltbild von **Abb. 5.55** erreicht werden.

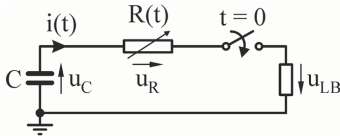


Abb. 5.55: Ersatzschaltbild für Entladung mit zeitvariablem Dämpfungswiderstand

Anhand der Beziehungen für das Ersatzschaltbild kann untersucht werden, wie das zeitliche Verhalten des Dämpfungswiderstandes sein muss:

$$u_C(t) + u_R(t) + u_{LB}(t) = 0 \quad , \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt \quad , \quad u_R(t) = R(t) \cdot i(t) \quad (5.105)$$

Dazu gilt wieder $R_{LB} = \text{konst}$ oder $u_{LB}(t) = U_{LB} = \text{konst}$, wobei beide Annahmen gleichbedeutend sind, da $I_{LZ} = \text{konst}$ sein soll ($U_{LB} = R_{LB} \cdot I_{LZ}$). Aus (5.105) entstehen:

$$\frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt + R(t) \cdot i(t) + u_{LB} = 0 \quad , \quad \frac{i(t)}{C} + \frac{dR(t)}{dt} \cdot i(t) + R(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0 \quad (5.106)$$

Für den Rechteckstrom mit $i(t) = I_{LZ} = \text{konst}$ und $di(t)/dt = 0$ ergibt sich:

$$\frac{I_{LZ}}{C} + \frac{dR(t)}{dt} \cdot I_{LZ} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dR(t)}{dt} = -\frac{1}{C} \quad \rightarrow \quad R(t) = -\frac{1}{C} \cdot t + K \quad (5.107)$$

Es wird ein zeitlich linear abfallender Dämpfungswiderstand benötigt. Die Integrationskonstante lässt sich dadurch bestimmen, dass $R(t) = 0$ bei T_{LZ} auftreten soll:

$$K = \frac{T_{LZ}}{C} \quad \rightarrow \quad R(t) = \frac{1}{C} \cdot (T_{LZ} - t) \quad \rightarrow \quad R(t=0) = \frac{T_{LZ}}{C} \quad (5.108)$$

Jetzt kann für den Langzeitstrom und die erforderliche Ladespannung geschrieben werden:

$$I_{LZ} = \frac{U_L}{R(t=0) + R_{LB}} = \frac{U_L}{\frac{T_{LZ}}{C} + R_{LB}} \quad U_L = \left(\frac{T_{LZ}}{C} + R_{LB} \right) \cdot I_{LZ} \quad (5.109)$$

$$R_{LB} = \frac{U_{LB}}{I_{LZ}} \rightarrow I_{LZ} = \frac{U_L - U_{LB}}{R(t=0)} = \frac{C}{T_{LZ}} \cdot (U_L - U_{LB}) \quad U_L = \frac{I_{LZ} \cdot T_{LZ}}{C} + U_{LB}$$

Damit der Langzeitstromwert wirklich erreicht wird, muss die für den Kurzschlussfall angegebene Ladespannung um die Lichtbogenspannung $U_{LB} = R_{LB} \cdot I_{LZ}$ erhöht werden (Abb. 5.56).

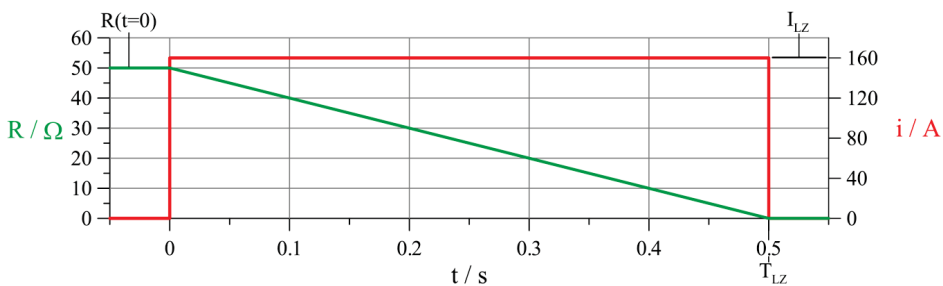


Abb. 5.56: Widerstands- und Stromverlauf bei linear abfallendem Dämpfungswiderstand ($R_{LB} = \text{konst} = 1 \, \Omega$ oder $U_{LB} = \text{konst} = 160 \, \text{V}$, $C = 10 \, \text{mF}$, $U_L = 8 \, \text{kV} + U_{LB} = 8,16 \, \text{kV}$, $T_{LZ} = 0,5 \, \text{s}$, $R(t=0) = 50 \, \Omega$, $I_{LZ} = 160 \, \text{A}$)

Ein stetig linear abfallender Dämpfungswiderstand ist in der Regel technisch schwer aufzubauen, besonders wenn Ströme größer 100 A darüber fließen sollen. Deshalb werden bei den folgenden Betrachtungen Schaltungen mit Ketten aus Teilwiderständen genutzt (Abb. 5.57), die zugleich Vorschläge für eine technische Realisierung darstellen. Die in Reihe geschalteten Teilwiderstände ergeben in Summe den Ausgangs- bzw. Gesamtwiderstand. Die einzelnen Teilwiderstände werden nacheinander kurzgeschlossen, so dass sich der aktuelle Wert des Dämpfungswiderstandes schrittweise bis auf Null verringert. Der letzte Teilwiderstand oder der letzte Widerstandsabschnitt mit der längsten Stromflussdauer wird dabei am stärksten beansprucht.

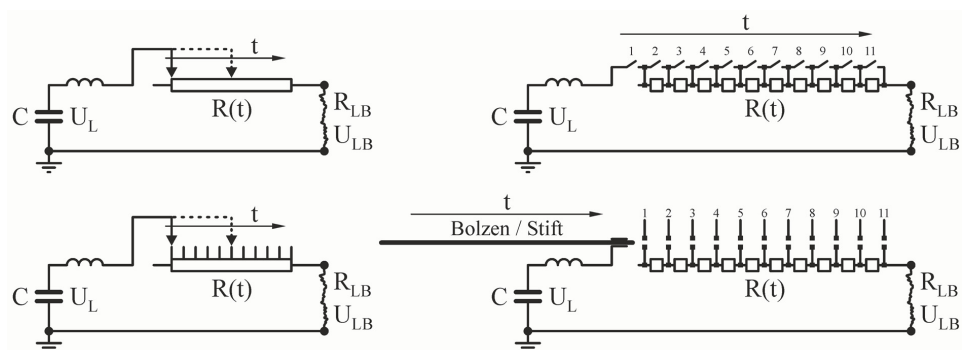


Abb. 5.57: Realisierung eines linear abfallenden Dämpfungswiderstandes aus Teilwiderständen

Aufgrund der relativ langen Stromflussdauern, die für Langzeitströme bei einer Prüfung gefordert werden (einige 100 ms bzw. typisch 500 ms), ist es möglich, eine solche Widerstandsumschaltung auch praktisch zu realisieren.

In den folgenden Kapiteln soll gezeigt werden, welcher Stromverlauf sich in Abhängigkeit der Umschaltzeiten der Teilwiderstände entsteht, um Hinweise auf die Anpassung des Stromverlaufes zu geben. Dabei werden gleiche oder verschiedene Teilwiderstände für den Dämpfungswiderstand verwendet. Für die Untersuchungen müssen jeweils die zwei bekannten Möglichkeiten der Darstellung des Lichtbogens (als R_{LB} bzw. U_{LB}) betrachtet werden.

5.4.2.2 Erzeugung eines Rechteckstromes mit aufklingendem Sägezahnverlauf

Werden für den Lichtbogen eine konstante Lichtbogenspannung U_{LB} , für die Anzahl der Teilwiderstände n , eine konstante Umschaltzeitdifferenz $\Delta t = T_{LZ}/n$ und ein gewünschter (oberer) Startstromwert $I_{O,1}$ vorgegeben, dann lassen sich folgende Beziehungen zur Beschreibung angeben:

Gesamtdämpfungswiderstand:
$$R_{ges} = R_1 = \frac{U_L - U_{LB}}{I_{O,1}}$$

aktueller Dämpfungswiderstand:
$$R_k = R_{ges} \cdot \left(1 - \frac{k-1}{n}\right)$$

mit der Zählvariable:
$$k = 1 \dots n+1 \quad R_{n+1} = 0$$

Teilwiderstand:
$$R_T = \frac{R_{ges}}{n} = \text{konst.}$$

Anfangsspannung über aktuellem Dämpfungswiderstand:

für $k = 1$: $u_1 = U_L - U_{LB}$

für $k > 1$: $u_k = (U_L - U_{LB}) \cdot \prod_{m=1}^{k-1} e^{-\frac{\Delta t}{R_m \cdot C}}$

$u_{n+1} = 0$

Die Spannung an $R(t)$ wird nahezu linear kleiner.

oberer Stromwert:
$$I_{O,k} = \frac{u_k}{R_k}$$

maximaler (letzter) oberer Stromwert:
$$I_{Omax} = I_{O,n} = \frac{u_n}{R_n} = \frac{u_n}{R_{ges}/n}$$

unterer Stromwert:
$$I_{U,k} = \frac{u_k}{R_k} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_k \cdot C}}$$

maximale Leistung im aktuellen Dämpfungswiderstand:
$$P_{max,k} = I_{O,k}^2 \cdot R_k = \frac{u_k^2}{R_k}$$

größte maximale Leistung (zum Start):
$$P_{maxmax} = I_{O,1}^2 \cdot R_{ges} = \frac{(U_L - U_{LB})^2}{R_{ges}}$$

maximale Leistung pro Teilwiderstand:
$$P_{m,k} = I_{O,k}^2 \cdot R_T$$

Energieumsatz im aktuellen Dämpfungswiderstand im k -ten Zeitabschnitt:

$$W_k = u_k^2 \cdot \frac{C}{2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot \Delta t}{R_k \cdot C}}\right)$$

maximaler Energieumsatz im Teilwiderstand mit längster Einschaltdauer:

$$W_{\max,n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{u_k^2}{1 - \frac{k-1}{n}} \cdot \frac{C}{2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot \Delta t}{R_k \cdot C}} \right)$$

Mittelwert des Stromes:

$$\bar{I} = \frac{C \cdot (U_L - U_{LB})}{n \cdot \Delta t} \cdot \left(1 - \prod_{k=1}^n e^{-\frac{\Delta t}{R_k \cdot C}} \right)$$

Für Beispielwerte zeigt **Abb. 5.58** das Zeitverhalten des Dämpfungswiderstandes und den daraus resultierenden Stromverlauf. Im Sägezahnverlauf des Stromes werden die maximalen und die minimalen Stromwerte bei den Widerstandsumschaltungen mit der Zeit ausgeprägt.

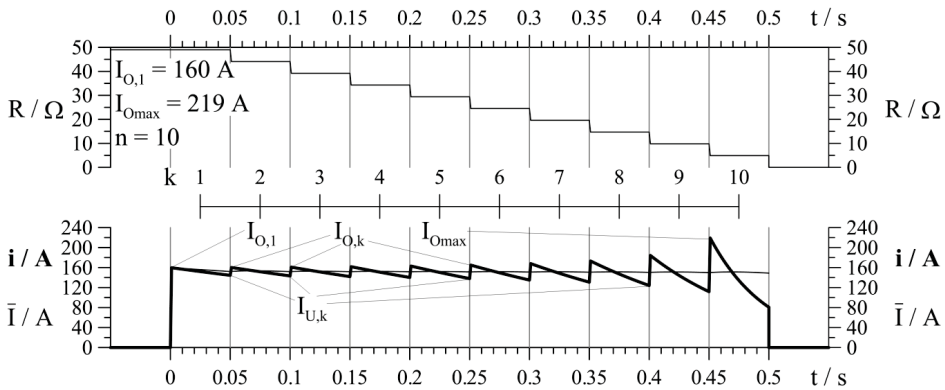


Abb. 5.58: Verlauf des Dämpfungswiderstandes, Sägezahnstromverlauf und dynamischer Strommittelwert bei konstanter Lichtbogen Spannung ($U_{LB} = 160 \text{ V}$, $C = 10 \text{ mF}$, $U_L = 8,16 \text{ kV}$, $T_{LZ} = 0,5 \text{ s}$, $\Delta t = 0,05 \text{ s} = \text{konst.}$, $R_{\text{ges}} = 50 \Omega$)

Wenn dem Lichtbogen ein konstanter Lichtbogenwiderstand R_{LB} zugeordnet und die Anzahl der Teilwiderstände n , eine konstante Umschaltzeitdifferenz $\Delta t = T_{LZ}/n$ und ein gewünschter (oberer) Startstromwert $I_{O,1}$ gegeben sind, dann gelten folgende Beschreibungsbeziehungen:

Gesamtdämpfungswiderstand:

$$R_{\text{ges}} = R_1 = \frac{U_L}{I_{O,1}} - R_{LB}$$

aktueller Dämpfungswiderstand:

$$R_k = R_{\text{ges}} \cdot \left(1 - \frac{k-1}{n} \right)$$

mit der Zählvariable:

$$k = 1 \dots n+1 \quad R_{n+1} = 0$$

Teilwiderstand:

$$R_T = \frac{R_{\text{ges}}}{n} = \text{konst.}$$

Anfangsspannung über aktuellem Dämpfungswiderstand und Lichtbogen:

$$\text{für } k = 1: \quad u_1 = U_L$$

$$\text{für } k > 1: \quad u_k = U_L \cdot \prod_{m=1}^{k-1} e^{-\frac{\Delta t}{(R_m + R_{LB}) \cdot C}}$$

Die Spannung an $R(t)$ nimmt nahezu linear ab.

oberer Stromwert:

$$I_{O,k} = \frac{u_k}{R_k + R_{LB}}$$

maximaler (letzter) oberer Stromwert:

$$I_{Omax} = I_{O,n} = \frac{u_n}{\frac{R_{ges}}{n} + R_{LB}}$$

unterer Stromwert:

$$I_{U,k} = \frac{u_k}{R_k + R_{LB}} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{(R_k + R_{LB}) \cdot C}}$$

maximale Leistung im aktuellen Dämpfungswiderstand: $P_{max,k} = I_{O,k}^2 \cdot R_k$

größte maximale Leistung (am Start): $P_{maxmax} = I_{O,1}^2 \cdot R_{ges}$

maximale Leistung pro Teilwiderstand: $P_{m,k} = I_{O,k}^2 \cdot R_T$

Energieumsatz im aktuellen Dämpfungswiderstand im k -ten Zeitabschnitt:

$$W_k = \frac{R_k \cdot u_k^2}{R_k + R_{LB}} \cdot \frac{C}{2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot \Delta t}{(R_k + R_{LB}) \cdot C}} \right)$$

maximaler Energieumsatz im Teilwiderstand mit längster Einschaltdauer:

$$W_{max,n} = \frac{R_{ges}}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{u_k^2}{R_k + R_{LB}} \cdot \frac{C}{2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot \Delta t}{(R_k + R_{LB}) \cdot C}} \right)$$

Mittelwert des Stromes:

$$\bar{I} = \frac{C \cdot U_L}{n \cdot \Delta t} \cdot \left(1 - \prod_{k=1}^n e^{-\frac{\Delta t}{(R_k + R_{LB}) \cdot C}} \right)$$

Abb. 5.59 gibt die Zeitverläufe des Dämpfungswiderstandes und des Stromverlaufes für Beispielwerte wieder. Wieder entsteht ein aufklingender Sägezahnverlauf des Stromes.

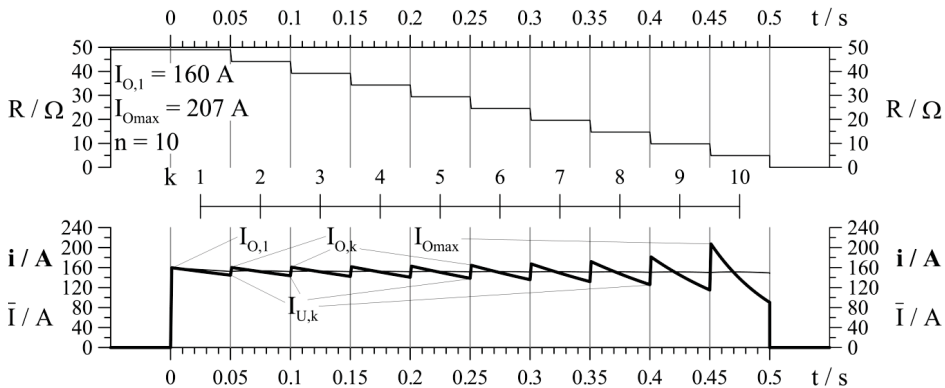


Abb. 5.59: Verlauf des Dämpfungswiderstandes, Sägezahnstromverlauf und dynamischer Strommittelwert bei konstantem Lichtbogenwiderstand ($R_{LB} = 1 \Omega$, $C = 10$ mF, $U_L = 8,16$ kV, $T_{LZ} = 0,5$ s, $\Delta t = 0,05$ s = konst, $R_{ges} = 50 \Omega$)

5.4.2.3 Erzeugung eines Rechteckstromes mit zeitmoduliertem Sägezahnverlauf

Soll das Aufschwingen des Stromes nicht auftreten und sollen sich konstante obere sowie untere Stromwerte ergeben, dann kann nicht mit konstanten Teilwiderständen des Dämpfungswiderstandes und nicht mit konstanten Umschaltzeitdifferenzen gearbeitet werden.

Wird für den Lichtbogen eine konstante Lichtbogenenspannung U_{LB} angenommen und ein gewünschter (oberer) Startstromwert I_O vorgegeben, dann lassen sich die folgenden Gleichungen verwenden:

Gesamtdämpfungswiderstand:
$$R_{ges} = R_1 = \frac{U_L - U_{LB}}{I_O}$$

Praktisch sinnvoll ist die Vorgabe der Anzahl der Teilwiderstände: n
Über ein iteratives Lösungsverfahren ergibt sich der untere Stromwert I_U aus:

$$T_{LZ} = R_{ges} \cdot C \cdot \ln\left(\frac{I_O}{I_U}\right) \cdot \frac{\left(\frac{I_O}{I_U}\right)^n - 1}{\frac{I_O}{I_U} - 1}$$

Möglich ist auch die Vorgabe des unteren Stromwertes I_U und über folgende Beziehung ergibt sich eine (nicht ganze) Anzahl n Teilwiderstände:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{T_{LZ}}{R_{ges} \cdot C} \cdot \frac{I_O}{\ln\left(\frac{I_O}{I_U}\right)} + 1\right)}{\ln\left(\frac{I_U}{I_O}\right)}$$

aktueller Dämpfungswiderstand:

$$R_k = R_{ges} \cdot \left(\frac{I_U}{I_O}\right)^{k-1}$$

mit der Zählvariable:

$$k = 1 \dots n+1$$

Teilwiderstand (nicht konstant):

$$R_{T,k} = R_k - R_{k+1} = R_{ges} \cdot \left(\frac{I_U}{I_O}\right)^k \cdot \left(\frac{I_O}{I_U} - 1\right)$$

aktuelle Umschaltzeitdifferenz (nicht konstant):

$$\Delta t_k = R_k \cdot C \cdot \ln\left(\frac{I_O}{I_U}\right)$$

Anfangsspannung über aktuellem Dämpfungswiderstand: $u_k = (U_L - U_{LB}) \cdot \left(\frac{I_U}{I_O}\right)^{k-1}$

$$\text{für } k = 1: u_1 = U_L - U_{LB}$$

Die Spannung an $R(t)$ wird nahezu linear kleiner.

maximale Leistung im aktuellen Dämpfungswiderstand: $P_{max,k} = I_O^2 \cdot R_k = \frac{u_k^2}{R_k}$

größte maximale Leistung (zum Start): $P_{max,max} = I_O^2 \cdot R_{ges} = \frac{(U_L - U_{LB})^2}{R_{ges}}$

maximale Leistung pro Teilwiderstand:

$$P_{m,k} = I_O^2 \cdot R_{T,k}$$

Energieumsatz im aktuellen Dämpfungswiderstand im k-ten Zeitabschnitt:

$$W_k = (U_L - U_{LB})^2 \cdot \frac{C}{2} \cdot \left(1 - \frac{I_U}{I_O}\right) \cdot \left(\frac{I_U}{I_O}\right)^{2(k-1)}$$

maximaler Energieumsatz im Teilwiderstand mit längster Einschaltdauer (bei n):

$$W_{\max, n} = (U_L - U_{LB})^2 \cdot \frac{C}{2} \cdot \left(\frac{I_O}{I_U} - 1\right) \cdot \left(\frac{I_U}{I_O}\right)^n \cdot \left(1 - \left(\frac{I_U}{I_O}\right)^n\right)$$

Mittelwert des Stromes:

$$\bar{I} = \frac{I_O - I_U}{\ln\left(\frac{I_O}{I_U}\right)}$$

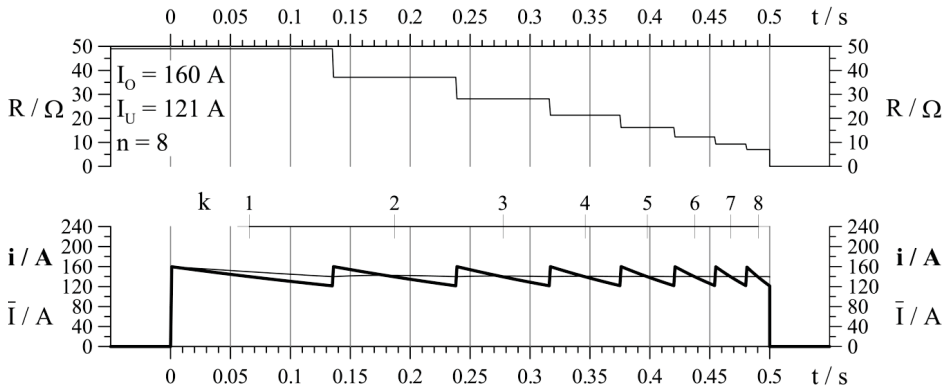


Abb. 5.60: Verlauf des Dämpfungswiderstandes, Sägezahnstromverlauf und dynamischer Strommittelwert bei konstanter Lichtbogenspannung ($U_{LB} = 160 \text{ V}$, $C = 10 \text{ mF}$, $U_L = 8,16 \text{ kV}$, $T_{LZ} = 0,5 \text{ s}$, $\Delta t \neq \text{konst}$, $R_{\text{ges}} = 50 \Omega$)

In **Abb. 5.60** sind der Widerstandsverlauf und der Stromverlauf für Beispielwerte dargestellt. Aufgrund der nichtlinearen Abnahme des Widerstandswertes und der nichtlinearen Umschaltzeitdifferenzen entsteht ein Sägezahnverlauf, bei dem Minimal- und Maximalwerte konstant bleiben.

Wird der Lichtbogen wieder als konstanter Lichtbogenwiderstand R_{LB} betrachtet und ein gewünschter (oberer) Startstromwert I_O vorgegeben, dann sind folgenden Beziehungen anzuwenden:

Gesamtdämpfungswiderstand:

$$R_{\text{ges}} = R_1 = \frac{U_L}{I_O} - R_{LB}$$

Praktisch sinnvoll ist die Vorgabe der Anzahl der Teilwiderstände: n

Über ein iteratives Lösungsverfahren ergibt sich der untere Stromwert I_U aus:

$$T_{LZ} = (R_{\text{ges}} + R_{LB}) \cdot C \cdot \ln\left(\frac{I_O}{I_U}\right) \cdot \frac{\left(\frac{I_O}{I_U}\right)^n - 1}{\frac{I_O}{I_U} - 1}$$

Möglich ist auch wieder die Vorgabe des unteren Stromwertes I_U und über die folgende Beziehung ergibt sich dann eine (nicht ganze) Anzahl n Teilwiderstände:

$$n = \frac{\ln \left(\frac{T_{LZ}}{(R_{ges} + R_{LB}) \cdot C} \cdot \frac{\frac{I_U}{I_O} - 1}{\ln \left(\frac{I_O}{I_U} \right)} + 1 \right)}{\ln \left(\frac{I_U}{I_O} \right)}$$

aktueller Dämpfungswiderstand:

$$R_k = (R_{ges} + R_{LB}) \cdot \left(\frac{I_U}{I_O} \right)^{k-1} - R_{LB}$$

mit der Zählvariable:

$$k = 1 \dots n+1$$

Teilwiderstand (nicht konstant):

$$R_{T,k} = R_k - R_{k+1} = (R_{ges} + R_{LB}) \cdot \left(\frac{I_U}{I_O} \right)^k \cdot \left(\frac{I_O}{I_U} - 1 \right)$$

aktuelle Umschaltzeitdifferenz (nicht konstant): $\Delta t_k = (R_k + R_{LB}) \cdot C \cdot \ln \left(\frac{I_O}{I_U} \right)$

Anfangsspannung über aktuellem Dämpfungswiderstand:

$$u_k = U_L \cdot \left(\frac{I_U}{I_O} \right)^{k-1} \quad \text{für } k = 1: \quad u_1 = U_L$$

Die Spannung an $R(t)$ nimmt nahezu linear ab.

maximale Leistung im aktuellen Dämpfungswiderstand: $P_{\max,k} = I_O^2 \cdot R_k$

größte maximale Leistung (am Start): $P_{\max \max} = I_O^2 \cdot R_{ges}$

maximale Leistung pro Teilwiderstand: $P_{m,k} = I_O^2 \cdot R_{T,k}$

Energieumsatz im aktuellen Dämpfungswiderstand im k -ten Zeitabschnitt:

$$W_k = \frac{R_k \cdot U_L^2}{R_k + R_{LB}} \cdot \frac{C}{2} \cdot \left(1 - \frac{I_U}{I_O} \right) \cdot \left(\frac{I_U}{I_O} \right)^{2 \cdot (k-1)}$$

maximaler Energieumsatz im Teilwiderstand mit längster Einschaltdauer (bei n):

$$W_{\max,n} = U_L^2 \cdot \frac{C}{2} \cdot \left(\frac{I_O}{I_U} - 1 \right) \cdot \left(\frac{I_U}{I_O} \right)^n \cdot \left(1 - \left(\frac{I_U}{I_O} \right)^n \right)$$

Mittelwert des Stromes:

$$\bar{I} = \frac{I_O - I_U}{\ln \left(\frac{I_O}{I_U} \right)}$$

In **Abb. 5.61** werden der Widerstandsverlauf und der Stromverlauf für Beispielwerte gezeigt. Der Widerstandsverlauf und auch der Sägezahnverlauf des Stromes sind den Verläufen von **Abb. 5.60** sehr ähnlich.

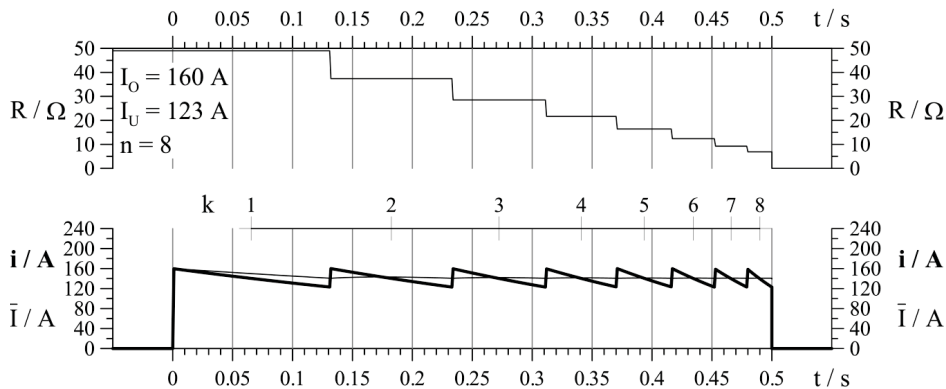


Abb. 5.61: Verlauf des Dämpfungswiderstandes, Sägezahnstromverlauf und dynamischer Strommittelwert bei konstantem Lichtbogenwiderstand ($R_{LB} = 1 \, \Omega$, $C = 10 \, \text{mF}$, $U_L = 8,16 \, \text{kV}$, $T_{LZ} = 0,5 \, \text{s}$, $\Delta t \neq \text{konst}$, $R_{\text{ges}} = 50 \, \Omega$)

5.4.3 Vergleich der mit Generatoren erzeugten Langzeitstromverläufe

Von den eingangs unter Kapitel 5.4 genannten Verfahren zur Erzeugung von Langzeitströmen wurden hier nur ausgewählte Prinzipien vertieft betrachtet. Die Ströme von Kettenleitern besitzen einen annähernd rechteckförmigen Verlauf mit großem niederfrequenten Oberwellenanteil. Die ansteigenden und abfallenden Flanken haben geringe Steilheiten. Im Gegensatz dazu starten natürliche Blitzlangzeitströme häufig mit hoher Anstiegssteilheit, da sie durch Impulsströme eingeleitet werden (siehe Abb. 2.5 und Abb. 2.6 im Kapitel 2.1).

Bei den exponentiell abklingenden Langzeitströmen von stark bedämpften CLR-Kreisen ergeben sich keine rechteckförmigen Verläufe, wie sie in den Normen ([N8]) gefordert werden, da der Strom im Zeitverlauf stetig kleiner wird. Aber diese Ströme bilden natürliche Blitzlangzeitströme, die nach [57] und [59] oft abklingende Zeitverläufe besitzen, recht gut ab (siehe Abb. 2.5 im Kapitel 2.1). Die aufgrund der etwas höheren Amplitude und Anfangssteilheit größere axiale und radiale Lichtbogenkraft wird an metallenen Prüfobjekten kaum wirksam, da diese nur zu Beginn der Lichtbogenbeanspruchung vorliegen. Das stochastische Verhalten der Lichtbögen bei Versuchen im Labor ergibt zusätzlich noch eine Überlagerung der Zeitverläufe mit kleinen Stromänderungen.

Die vorgestellten Rechteckströme mit Sägezahnverlauf stellen ebenfalls eine gute Nachbildung natürlicher Blitzlangzeitströme dar. In den speziellen CR-Kreisen treten Langzeitströme mit hoher Anfangssteilheit auf. Die diskontinuierliche Widerstandsverringerung ergibt Langzeitströme, die ähnlich wie bei natürlichen Langzeitstromkomponenten mit Impulsströmen (M- bzw. α -Komponenten [57], [51]) überlagert sind. Die sägezahnförmigen Stromsprünge sind gegenüber glatten Rechteckströmen zu klein, um deutliche Abweichungen des Schmelzverhaltens bei Langzeitstrom-Lichtbögen an metallenen Prüfobjekten zu bewirken.

Alle vorgestellten Langzeitstromverläufe sollen eine Gesamtdauer und Strommittelwerte aufweisen, die im Bereich der normativen Vorgaben (0,5 s; 200 A, 300 A, 400 A) liegen. Damit ist die vorrangig zu betrachtende Schmelzwirkung am Fußpunkt des künstlichen Blitzlangzeitstrom-Lichtbogens im Wesentlichen vergleichbar.

5.5 Kopplung von Hochstrom- und Hochspannungsgeneratoren

Wegen der technischen Schwierigkeiten, die Wirkungsweise von Schutzelementen im realen Netz bei Blitzbeanspruchungen zu simulieren, wurden in der Vergangenheit meist Einzelprüfungen der unterschiedlichen Beanspruchungen vorgenommen (jeweils eine einzelne Stromkomponente). Der Trend geht jedoch zu komplexen Prüfungen, um eine realitätsnähere Beanspruchung nachzubilden.

So werden z.B. Stoßstromprüfungen von NS-Überspannungsableitern bei gleichzeitigem Anliegen der Netzspannung durchgeführt. Um die Ausbildung von Folgeströmen zu simulieren, ist dabei die Zusammenschaltung von Stoßstromanlagen mit leistungsstarken Wechsellspannungsquellen erforderlich. Sollen Ableiter für große Stoßströme gezündet oder Hochstrom-Lichtbögen eingeleitet werden, dann ist dies oft mit den Stromquellen aufgrund der zu kleinen treibenden Spannung von einigen kV nicht möglich. Hier besteht neben der Nutzung von Zünddrähten die Möglichkeit der Anwendung von Stoßspannungsgeneratoren für die Einleitung über einen Stoßdurchschlag bei mehreren 10 bis 100 kV. Die Kopplung von Generatoren für eine Überlagerung elektrischer Größen, wie Strom- und Spannungsimpulsen, am Prüfobjekt bedeutet dabei immer eine Rückwirkung und gegenseitige Beeinflussung der Generatoren.

Hinzu kommt, dass in Generatoren bzw. in Prüfschaltungen arbeitende Einrichtungen durch Schutzeinrichtung gegen Zerstörung elektrisch voneinander entkoppelt werden müssen. Zu nennen ist hier, dass die Erzeugung von Strom- (und Spannungs-) Impulsen meist durch Entladung eines kapazitiven Energiespeichers bestehend aus impulsfesten Kondensatoren in niederinduktive (niederimpedante) Entladekreise realisiert wird. Zur Kondensatorladung mit konstantem Strom werden heute oft Schaltnetzteile für kurze Ladezeiten und einen hohen Ladewirkungsgrad (und auch für mobile Anlagen wegen ihres geringen Gewichtes) verwendet [58]. Nach Beendigung des Ladevorganges müssen die Ladeeinrichtungen für die Dauer der eigentlichen Impulserzeugung geeignet vom Stoßkreis entkoppelt oder abgetrennt werden.

Dies kann durch entsprechend dimensionierte Schutz- bzw. Entkopplungswiderstände oder durch Trennschalter mit der erforderlichen Isolationsfestigkeit realisiert werden. Im Weiteren soll auf diese Problemstellung nicht näher eingegangen, sondern die direkte Kopplung von (Prüf-)Quellen betrachtet werden.

Dazu sind verschiedene Quellen zu unterscheiden:

- Gleichstrom- bzw. -spannungsquellen
- Wechselstrom- bzw. -spannungsquellen
- Impulsstrom- bzw. -spannungsquellen

Zudem ist zu unterscheiden, ob die gekoppelten Quellen gleichzeitig oder zeitversetzt auf das Prüfobjekt arbeiten. Gleichzeitiges Speisen der Quellen wird nicht so häufig benötigt, ist aber z.B. für die Überlagerung von Impulsströmen auf Langzeitströmen erforderlich. Zeitversetzt bedeutet meist das Auftreten von Größen in unmittelbarer zeitlicher Folge.

Bei der Zusammenschaltung von verschiedenen Quellen an einem Prüfobjekt soll im Wesentlichen die Strombeanspruchung dieses Prüfobjektes im Vordergrund stehen. Aus diesem Grund und wegen eines gemeinsamen Bezugspotentials werden die Ausgänge der Quellen und das Prüfobjekt in Parallelschaltung betrieben. Eine Reihenschaltung würde bedeuten, dass der große Strom, der durch das Prüfobjekt fließen soll, durch beide Quellen in gleicher Weise fließen muss und damit auch durch beide Quellen bestimmt wird.

In den folgenden Kapiteln wird zunächst allgemein die parallele Kopplung von verschiedenen Quellen untersucht.

5.5.1 Kopplung von zwei Spannungsquellen

Die Ersatzschaltung zur Kopplung von zwei Spannungsquellen am Prüfobjekt (EUT = Equipment Under Test) zeigt **Abb. 5.62**.

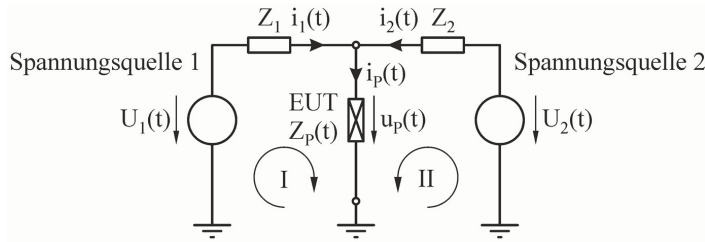


Abb. 5.62: Kopplung von 2 Spannungsquellen an einem Prüfobjekt

Die Beschreibungsgleichungen in der Schaltung von **Abb. 5.62** lauten:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= Z_1 \cdot i_1 + Z_p \cdot i_p & , & & U_2 &= Z_2 \cdot i_2 + Z_p \cdot i_p \\
 i_p &= i_1 + i_2 & , & & i_p &= \frac{\frac{U_1}{Z_1} + \frac{U_2}{Z_2}}{1 + Z_p \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)} \\
 i_1 &= \frac{\frac{U_1}{Z_1} + Z_p \cdot \frac{U_1 - U_2}{Z_1 \cdot Z_2}}{1 + Z_p \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)} & , & & i_2 &= \frac{\frac{U_2}{Z_2} + Z_p \cdot \frac{U_2 - U_1}{Z_1 \cdot Z_2}}{1 + Z_p \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}
 \end{aligned} \tag{5.110}$$

Die Impedanzen Z_1 und Z_2 können als Innenwiderstände der Quellen aufgefasst werden, Z_p stellt die Impedanz des Prüfobjektes dar.

Bei sehr großer Prüfobjektimpedanz, z.B. vor einem Durchschlag, ergibt sich die volle gegenseitige Beeinflussung der Generatoren. Die Ausgangsströme und -spannungen der Generatoren bestimmen sich gegenseitig durch die Innenwiderstände und die inneren treibenden Spannungen:

$$\begin{aligned}
 Z_p \rightarrow \infty \quad & U_1 - Z_1 \cdot i_1 = U_2 - Z_2 \cdot i_2 \quad , \quad i_1 = -i_2 \\
 & U_1 - U_2 = (Z_1 + Z_2) \cdot i_1 = -(Z_1 + Z_2) \cdot i_2 \\
 & u_p = \frac{Z_2 \cdot U_1 + Z_1 \cdot U_2}{Z_1 + Z_2} \quad , \quad i_p = 0
 \end{aligned} \tag{5.111}$$

Bei vernachlässigbar kleiner Prüfobjektimpedanz, d.h. Kurzschluss z.B. nach einem Durchschlag, gibt es keine gegenseitige Beeinflussung der Generatoren. Die Größe der Ausgangsströme bestimmt sich unabhängig für die beiden Generatoren durch deren Innenwiderstände und inneren treibenden Spannungen:

$$Z_p \rightarrow 0 \quad i_1 = \frac{U_1}{Z_1}, \quad i_2 = \frac{U_2}{Z_2}, \quad u_p = 0, \quad i_p = i_1 + i_2 = \frac{U_1}{Z_1} + \frac{U_2}{Z_2} \quad (5.112)$$

Die Spannungsquellen müssen im Falle von $Z_p \rightarrow 0$ kurzschlussfest sein, also die entsprechenden Kurzschlussströme liefern können oder nach definierter Zeit abschalten.

5.5.2 Kopplung von Strom- und Spannungsquelle

Für die Kopplung von einer Strom- und einer Spannungsquelle an einem Prüfobjekt kann das Ersatzschaltbild von **Abb. 5.63** betrachtet werden. Die Impedanzen Z_1 und Z_2 sind wieder die Innenwiderstände der Quellen, bei der Stromquelle die parallele (hochohmige) Impedanz Z_1 und bei der Spannungsquelle die serielle (niederohmige) Impedanz Z_2 .

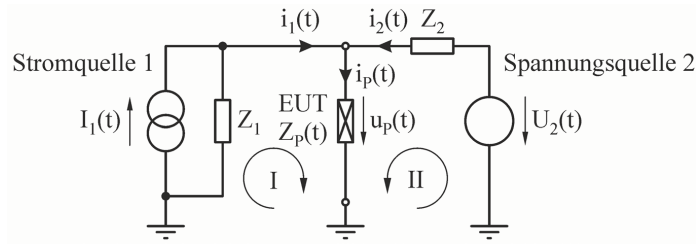


Abb. 5.63: Kopplung von Strom- und Spannungsquelle an einem Prüfobjekt

Die Beschreibungsgleichungen für die am Prüfobjekt gekoppelten Quellen sind:

$$\begin{aligned} I_1 &= i_1 + \frac{Z_p}{Z_1} \cdot i_p, & U_2 &= Z_2 \cdot i_2 + Z_p \cdot i_p \\ i_p &= i_1 + i_2, & i_p &= \frac{I_1 + \frac{U_2}{Z_2}}{1 + Z_p \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)} \\ i_1 &= \frac{I_1 + \frac{Z_p}{Z_2} \cdot \left(I_1 - \frac{U_2}{Z_1} \right)}{1 + Z_p \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}, & i_2 &= \frac{\frac{U_2}{Z_2} + \frac{Z_p}{Z_2} \cdot \left(\frac{U_2}{Z_1} - I_1 \right)}{1 + Z_p \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)} \end{aligned} \quad (5.113)$$

Die Grenzbetrachtung wird wieder anhand der Eigenschaften des Prüfobjektes durchgeführt. Bei sehr großer Prüfobjektimpedanz, z.B. bei standhaltender Isolationsstrecke, ergibt sich auch hier die volle gegenseitige Beeinflussung der Generatoren:

$$\begin{aligned} Z_p \rightarrow \infty \quad & (I_1 - i_1) \cdot Z_1 = U_2 - Z_2 \cdot i_2, \quad i_1 = -i_2 \\ & I_1 \cdot Z_1 - U_2 = (Z_1 + Z_2) \cdot i_1 = -(Z_1 + Z_2) \cdot i_2 \\ & u_p = \frac{U_2 + I_1 \cdot Z_2}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}}, \quad i_p = 0 \end{aligned} \quad (5.114)$$

Bei vernachlässigbar kleiner Prüfobjektimpedanz, z.B. nach einem Durch- oder Überschlag, gibt es keine gegenseitige Beeinflussung der Generatoren:

$$Z_p \rightarrow 0 \quad I_1 = i_1 \quad , \quad i_2 = \frac{U_2}{Z_2} \quad , \quad u_p = 0 \quad , \quad i_p = i_1 + i_2 = I_1 + \frac{U_2}{Z_2} \quad (5.115)$$

5.5.3 Kopplung von zwei Stromquellen

Als dritte Möglichkeit wird die Kopplung und Beeinflussung von zwei Stromquellen am Prüfobjekt mit dem Ersatzschaltbild von **Abb. 5.64** betrachtet.

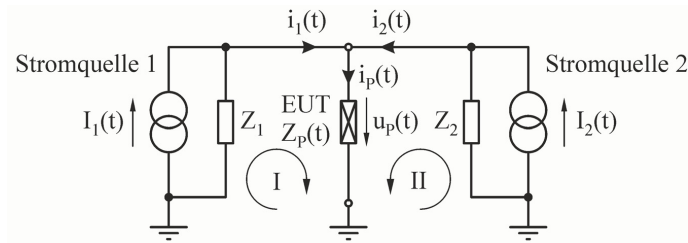


Abb. 5.64: Kopplung von 2 Stromquellen an einem Prüfobjekt

$$\begin{aligned} I_1 &= i_1 + \frac{Z_p}{Z_1} \cdot i_p & , & \quad I_2 = i_2 + \frac{Z_p}{Z_2} \cdot i_p \\ i_p &= i_1 + i_2 & , & \quad i_p = \frac{I_1 + I_2}{1 + Z_p \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)} \\ i_1 &= \frac{I_1 + Z_p \cdot \left(\frac{I_1}{Z_2} - \frac{I_2}{Z_1} \right)}{1 + Z_p \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)} & , & \quad i_2 = \frac{I_2 + Z_p \cdot \left(\frac{I_2}{Z_1} - \frac{I_1}{Z_2} \right)}{1 + Z_p \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)} \end{aligned} \quad (5.116)$$

Liegt eine sehr große Prüfobjektimpedanz vor, z.B. bei standhaltender Isolation (treibende Spannung der Stromquellen gering), dann besteht die volle gegenseitige Beeinflussung der Generatoren. Damit sind in diesem Fall die Ausgangsströme der Quellen gleich groß und entgegengesetzt gerichtet. Die inneren treibenden Ströme der Stromquellen bestimmen sich über die Innenwiderstände:

$$\begin{aligned} Z_p \rightarrow \infty \quad (I_1 - i_1) \cdot Z_1 &= (I_2 - i_2) \cdot Z_2 & , & \quad i_1 = -i_2 \\ I_1 \cdot Z_1 - I_2 \cdot Z_2 &= -(Z_1 + Z_2) \cdot i_2 = (Z_1 + Z_2) \cdot i_1 & , & \quad u_p = 0 \\ u_p &= \frac{I_1 + I_2}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} & , & \quad i_p = 0 \end{aligned} \quad (5.117)$$

Bei vernachlässigbar kleiner Prüfobjektimpedanz, z.B. nach einem Durchschlag, gibt es keine gegenseitige Beeinflussung der Generatoren:

$$Z_p \rightarrow 0 \quad I_1 = i_1 \quad , \quad I_2 = i_2 \quad , \quad u_p = 0 \quad , \quad i_p = i_1 + i_2 = I_1 + I_2 \quad (5.118)$$

Stromquellen sind in der Regel kurzschlussfest und können meist dauerhaft bei $Z_p \rightarrow 0$ den Kurzschlussstrom liefern.

5.5.4 Kombinationen von Impulsstrom- und Impulsspannungsquellen

Aus der Betrachtung im vorangegangenen Kapitel folgt, dass eine wesentliche Beeinflussung der Quellen bzw. Generatoren immer bei hochohmigen Prüfobjekten vorliegt. Grundsätzlich nimmt die Beeinflussung mit der Größe der Impedanz des Prüfobjektes zu.

Praktische Aussagen sollen anhand der Beeinflussung von Impulsspannungs- und Impulsstromgeneratoren getroffen werden. Dabei können verschiedene Richtungen der Anwendung betrachtet werden, wobei besonders auf den gegenseitigen Schutz der Quellen zu achten ist:

- Als Beispiel für eine Richtung kann die Zündung einer (Lichtbogen-)Strecke mit einer Hochspannungsentladung für eine folgende Hochstromentladung angegeben werden. Die Funkenstrecke und die ausgangsseitigen Stoßkreiselemente des Impulsstromgenerators müssen dabei der Stoßspannung standhalten und nach dem Starten des Impulsstromgenerators darf der Stoßstrom nicht in den Impulsspannungsgenerator fließen.
- Ein Beispiel für die umgekehrte Richtung ist die Unterbrechung einer Hochstromentladung und die unmittelbar anschließende Prüfung der Entladungsstrecke auf Wiederzündfestigkeit mit einer Hochspannungsbeanspruchung. Dabei darf der Stoßstrom zunächst nicht in den Impulsspannungsgenerator fließen und nach Zündung des Impulsspannungsgenerators müssen die Funkenstrecke und die ausgangsseitigen Stoßkreiselemente des Impulsstromgenerators der Stoßspannung standhalten.

5.5.5 Kopplung von Impulsstromgenerator und Wechselstromquelle

Zur Nachbildung des Einsatzes von Geräten im Niederspannungsnetz, die durch leitungsgebundene Blitz- und Schaltüberspannungen sowie zugehörige Stoßströme beansprucht werden, sind Impulsstromgenerator und netzfrequente Quelle am zu prüfenden Gerät zusammenzuschalten (Abb. 5.65).

Um eine unzulässige Beeinflussung bzw. eine gegenseitige Beschädigung oder gar Zerstörung der Quellen zu vermeiden, müssen diese entkoppelt werden. In der Regel erfolgt diese Entkopplung an beiden Quellen.

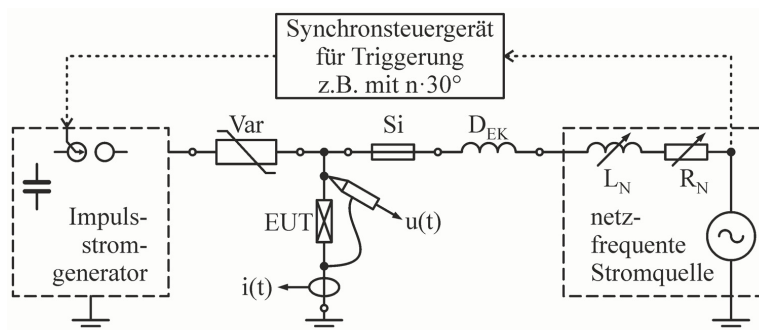


Abb. 5.65: Schematische Darstellung zur Kopplung von Impulsstromgenerator und netzfrequenter Wechselstromquelle

In **Abb. 5.65** stellt EUT (Equipment Under Test) das Prüfobjekt dar. Die weiteren Elemente zwischen den beiden Quellen dienen dem gegenseitigen Schutz und der elektrischen Entkopplung (Var, Si, D_{EK}).

Die Sicherung Si (NH-Sicherungseinsatz) wird zum Abtrennen der netzfrequenten Wechselstromquelle nach definierter Zeit über das Ausschaltintegral der Sicherung (W/R) bei (Lichtbogen-)Kurzschluss im Prüfobjekt eingesetzt. Sie verhindert eine Überlastung der Wechselstromquelle und unter Umständen eine völlige Zerstörung bzw. Inbrandsetzung des Prüfobjektes. Der netzfrequenten Wechselstromquelle, die beispielsweise ein Prüftransformator mit kleiner Kurzschlussspannung sein kann, werden variable Luftspulen und Widerstände zugeschaltet, um einen bestimmten R/X-Wert ($\cos\varphi$) für den Kurzschlusskreis und einen bestimmten prospektiven Stoßkurzschlussstrom zu erreichen. Mit Hilfe eines Synchronsteuergerätes kann ein Stromimpuls vom Impulsstromgenerator durch das Prüfobjekt zu einem festgelegten Zeitpunkt in Bezug auf einen Nulldurchgang der Wechselspannung der netzfrequenten Quelle eingeprägt werden. Meist soll ein positiver Stromimpuls beim positiven Scheitel der Netzspannung auftreten oder der Impuls in 30°-Schritten über eine Netzspannungshalbwelle verschoben werden.

Die elektrische Entkopplung der beiden Quellen kann mit folgenden Elementen realisiert werden:

- Geeignet ausgewählter Varistor oder Überspannungsschutzgerät (Var):
Ist am Ausgang des Impulsstromgenerators längs in Richtung zum Prüfobjekt einzusetzen. Der Varistor soll niederohmig für den Impulsstrom sein, die Kennlinie muss zur treibenden Spannung des Impulsstromgenerators passen und die Stromtragfähigkeit des Varistors muss gegeben sein (evtl. Parallelschaltung mehrerer Varistoren). Für die netzfrequente Spannung der Wechselstromquelle soll der Varistor hochohmig sein, demzufolge muss seine Kennlinie auch zur treibenden Spannung der Wechselstromquelle passen. Mit diesem Element speist die Netzspannungsquelle nicht in den Impulsstromgenerator.
- Entkopplungsdrossel (D_{EK}):
Ist am Ausgang der Wechselstromquelle längs in Richtung zum Prüfobjekt einzusetzen. Die Drossel, als Luftspule ausgeführt, ist niederohmig für den netzfrequenten Wechselstrom ($X_{EK} = \omega_N \cdot L_{EK} \downarrow$) und muss deshalb eine ausreichende Stromtragfähigkeit besitzen. Zugleich sollen der (Kurzschluss-)Strom und das R/X-Verhältnis der Wechselstromquelle wenig beeinflusst werden. Bei anliegender Impulsspannung des Stoßstromgenerators ($X_{EK} = \omega_{St} \cdot L_{EK} \uparrow$) ist die Drossel hochohmig. Da hierbei die Impulsspannung fast vollständig über der Drossel und nicht über der netzfrequenten Quelle abfällt, muss die Drossel eine ausreichend hohe Impulsspannungsfestigkeit aufweisen. Mit der Drossel wird ein guter Schutz der Wechselstromquelle erreicht. Die Drossel kann dann entfallen, wenn die netzfrequente Quelle eine entsprechend große Impulsspannungsfestigkeit besitzt.
- Dioden bzw. Thyristoren längs am Ausgang des Stoßstromgenerators:
Thyristoren werden genutzt, wenn sie gleichzeitig als Entladeschalter dienen sollen. Die Stromtragfähigkeit für Stoßstrom und die Sperrspannungsfestigkeit für die Wechselspannung der netzfrequenten Quelle muss gegeben sein. Bei Thyristoren muss die Sperrspannung auch für die Impulsspannung des Stoßstromgenerators ausreichend sein. Werden mehrere in Reihe geschaltete Ventile eingesetzt, so ist eine RC-Beschaltung zur Vergleichmäßigung der Spannungsaufteilung erforderlich. Die Anwendung der Ventile dient dem Schutz des Stoßstromgenerators.

- Dioden bzw. Thyristoren längs am Ausgang der netzfrequenten Wechselstromquelle: Thyristoren werden eingesetzt, wenn diese gleichzeitig als Draufschalter für den Wechselstrom genutzt werden. Die Sperrspannung der Ventile muss größer als die Impulsspannung des Stoßstromgenerators sein (Impulsspannungsfestigkeit). Bei Thyristoren muss die Sperrspannung auch der Wechselspannung der netzfrequenten Quelle standhalten, was in der Regel durch die vorgenannte Anforderung schon erfüllt ist. Bei mehreren in Reihe geschalteten Ventilen ist wieder eine RC-Beschaltung zur Vergleichmäßigung der Spannungaufteilung einzusetzen. Hier dient die Anwendung der Ventile dem Schutz der Wechselstromquelle.
- RC-Tiefpass:
Das RC-Element (Reihen- oder Parallelschaltung) wird quer am Ausgang der Wechselstromquelle eingesetzt (vor der Drossel in Richtung Prüfobjekt). Der Widerstand R des RC-Elementes ist dabei nicht längs (in Reihe zur Drossel) anzuordnen, um den Strom der netzfrequenten Quelle nicht zu begrenzen. Weiter ist das RC-Element so zu dimensionieren, dass es für den Impulsstrom keinen Kurzschluss darstellt und somit annähernd der volle Impulsstrom durch das Prüfobjekt fließen kann. Der RC-Tiefpass dient dem Schutz der Wechselstromquelle vor sehr hochfrequenten Spannungsimpulsen, die z.B. durch Zünd- und steile Ausgleichsvorgänge entstehen können.

Die vorgenannten Aussagen zur Entkopplung und zu den Entkopplungselementen gelten im Prinzip auch dann, wenn statt der Wechselstromquelle eine Gleichstromquelle benutzt wird.

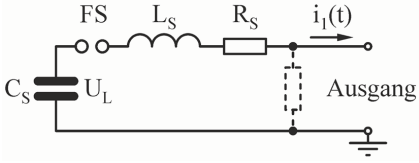
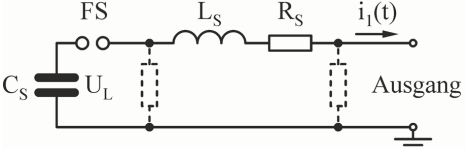
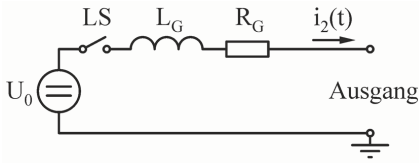
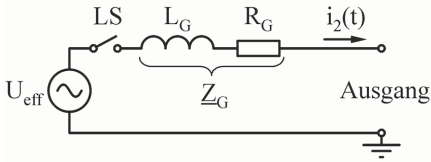
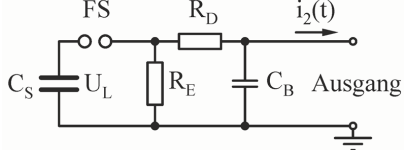
5.5.6 Kombinierte Prüfanordnungen

Zur realitätsnahen Prüfung von Geräten werden hohe Ströme und auch hohe Spannungen benötigt. Dies erfordert Prüfgeneratoren bzw. Quellen mit großer Leistung. Mit vertretbarem technischen und wirtschaftlichen Aufwand sind entsprechende Generatoren selten aufzubauen. Deshalb werden Prüfgeneratoren am Prüfobjekt kombiniert und beanspruchen das Prüfobjekt, meist unmittelbar hintereinander, mit hohen Strömen und hohen Spannungen oder umgekehrt. Unter zu prüfenden Geräten bzw. Prüfobjekten sind im Besonderen Überspannungsschutzgeräte, aber auch Überstromschutzgeräte, wie Sicherungen und Leitungsschutzschalter, für den Einsatz in Niederspannungsanlagen zu verstehen.

Zum einen werden Überspannungsschutzgeräte durch die Impulsspannung eines Stoßspannungsgenerators zum Ansprechen gebracht und ihr Ableitvermögen mit Hilfe des folgenden Impulsstromes eines Stoßstromgenerators bewertet. Zum anderen werden Überspannungsschutzgeräte zuerst mit großen aperiodischen Stoßströmen beansprucht und müssen danach netzfrequente Folgekurzschlussströme beherrschen.

Eine weitere Notwendigkeit kann sich bei der Nachbildung von Blitzstromverläufen ergeben. Bei negativen Erdblitzten werden Langzeitströme oft durch aperiodische Blitzstoßströme eingeleitet (siehe auch Kapitel 2.1). Umgekehrt starten Aufwärtsblitze von hohen Objekten oft mit Langzeitströmen gefolgt von einem Blitzstoßstrom. Des Weiteren sind der Blitzlangzeitstromkomponente oft so genannte M-Komponenten überlagert, die nichts anderes als aperiodische Stoßströme mit relativ kleinen Amplituden (meist $\leq 4 \text{ kA}$ [51]) darstellen. Die Simulation dieser Erscheinungen im Labor erfordert die Kopplung von Stoßstrom- und Gleichstromquellen, vorzugsweise mit der Möglichkeit, den kurzzeitigen Stoßstrom zu beliebigen Zeitpunkten auf dem im Vergleich dazu über eine große Zeitdauer fließenden Langzeitstrom zu platzieren.

Tab. 5.13: Elektrische Quellen für Kombinationsschaltungen

<p>I Stoßstromquelle 10/350-μs-Generator $I_{\max} = 10 \text{ kA}$, $U_L = 10 \text{ kV}$, $C_S = 490 \text{ } \mu\text{F}$, $L_S = 3,9 \text{ } \mu\text{H}$, $R_S = 0,97 \text{ } \Omega$ (Abschätzung für längenbezogenen Lichtbogenwiderstand bei Stoßströmen von ca. 10 kA bis 200 kA und Längen bis ca. 20 cm: $R_{LB}' = 1 \dots 10 \text{ m}\Omega/\text{cm}$)</p>	
<p>II Stoßstromquelle 8/20-μs-Generator $I_{\max} = 10 \text{ kA}$, $U_L = 10 \text{ kV}$, $C_S = 12,1 \text{ } \mu\text{F}$, $L_S = 5,13 \text{ } \mu\text{H}$, $R_S = 0,43 \text{ } \Omega$</p>	
<p>Die bei den Quellen I und II gestrichelt eingezeichneten Querwiderstände dienen u.U. der zusätzlichen Impulsspannungsbildung für hybride Arbeitsweise der Generatoren oder/und für Sicherheitsmaßnahmen zum Kurzschließen und Erden. Vorhandene Querwiderstände sind fest installiert und nicht schaltbar.</p>	
<p>III Gleichspannungsquelle $U_0 = 1 \text{ kV}$, $I_K = 1 \text{ kA}$, $R_G = 1 \text{ } \Omega$, $L_G = 10 \text{ mH}$, $\tau_G = L_G/R_G = 10 \text{ ms}$ (Abschätzung für längenbezogenen Lichtbogenwiderstand bei Gleich- strömen von ca. 50 A bis ca. 1 kA und Längen bis ca. 100 cm: $R_{LB}' = 10 \dots 100 \text{ m}\Omega/\text{cm}$)</p>	 <p style="text-align: center;">LS – Leistungsschalter</p>
<p>IV Wechsellspannungsquelle $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $I_K = 10 \text{ kA}_{\text{eff}}$, $Z_G = 23 \text{ m}\Omega$, $f = 50 \text{ Hz}$, $(R/X)_G = 2$, $\varphi = 26,57^\circ \triangleq 1,48 \text{ ms}$ $R_G = Z_G / \sqrt{1 + 1/(R/X)^2} = 20,57 \text{ m}\Omega$ $L_G = Z_G / \omega / \sqrt{1 + (R/X)^2} = 32,74 \text{ } \mu\text{H}$</p>	
<p>V Stoßspannungsquelle 1,2/50-μs-Generator $U_{\max} = 200 \text{ kV}$, $U_L = 222 \text{ kV}$, $C_S = 13 \text{ nF}$, $C_B = 1 \text{ nF}$, $R_D = 436 \text{ } \Omega$, $R_E = 4844 \text{ } \Omega$</p>	

Die Untersuchung zur Kopplung von Quellen bzw. Generatoren soll anhand von konkreten Generatorschaltungen, mit konkreten Werten für die Elemente darin, vorgenommen werden. In **Tab. 5.13** sind 5 Schaltungen für die Kombination von Quellen angegeben und mit römischen Zahlen nummeriert.

5.5.6.1 Überlagerung eines aperiodischen Stoßstromes mit einem Langzeitstrom

Die Kombination von Quelle I und Quelle III realisiert z.B. die Überlagerung eines Langzeitstromes mit einem aperiodischen Stoßstrom.

Die Gleichstromquelle kann beliebig vor der Stoßstromquelle zugeschaltet werden, ohne dass ein Strom über den Stoßstromgenerator fließt. Der Zeitpunkt für den Start des Stoßstromes ist beliebig wählbar. Besitzt der Stoßstromgenerator ausgangsseitig einen Querwiderstand, so fließt doch ein Gleichstrom und dieser Querwiderstand kann thermisch überlastet werden. Mehrere Fälle können bei diesen beiden Quellen unterschieden werden. Die Strom- und Spannungsverläufe sind in **Abb. 5.66** dargestellt.

a) Prüfobjekt stellt Kurzschluss dar ($Z_P \rightarrow 0$)

Der Strom der Gleichspannungsquelle fließt schon über den Kurzschluss und bei $t = 1$ ms entlädt sich der Stoßstromgenerator ebenfalls über den Kurzschluss. Beide Generatoren beeinflussen sich nicht, ihre Kurzschlussströme $i_1(t)$ und $i_2(t)$ addieren sich und erhöhen damit die Stromamplitude am Kurzschluss.

b) Prüfobjekt stellt Leerlauf dar ($Z_P \rightarrow \infty$) und geht dann in Kurzschluss über ($Z_P \rightarrow 0$)

In diesem Fall ist das Prüfobjekt zunächst sehr hochohmig und mit Start des Stoßstromgenerators fließt bei $t = 1$ ms ein Strom in Richtung Gleichspannungsquelle wie im folgenden Fall c). Außerdem beginnt der Strom der Gleichspannungsquelle mit Null und kann bestenfalls mit der Zeitkonstant L_G/R_G ansteigen. Bei $t = 2$ ms soll ein durchschlagartiger Vorgang am Prüfobjekt einen Kurzschluss herstellen. Dann entlädt sich der Stoßstromgenerator und $i_1(t)$ erreicht fast den Scheitelwert von Fall a). Am Prüfobjekt wird dieser Scheitelwert nicht erreicht, da der Strom $i_2(t)$ gerade noch in die Gleichspannungsquelle hineinfließt und sich durch die große Induktivität dieser Quelle nicht schnell ändern kann. Deshalb schwingt der Strom $i_P(t)$ durch das Prüfobjekt auch durch Null und steigt sehr langsam auf den Kurzschlussstrom der Gleichspannungsquelle an (in **Abb. 5.66** nicht mehr zu sehen).

Für eine kurze Zeit von ca. 1 ms bis zum Kurzschluss des Prüfobjektes tritt damit eine sehr hohe Isolationsbeanspruchung der Gleichspannungsquelle bzw. der R-L-Beschaltung an dieser Quelle auf.

c) Prüfobjekt stellt Leerlauf dar ($Z_P \rightarrow \infty$) und wird nicht niederohmig

Im Leerlauffall sind die Ströme beider Quellen gleich groß und fließen in entgegengesetzter Richtung. Der Stoßstromgenerator entlädt sich aufgrund der größeren treibenden Spannung über die Gleichspannungsquelle. Durch die große Induktivität der Gleichspannungsquelle entsteht dabei ein Schwingkreis mit der Stoßkapazität, der mit periodischer Dämpfung im Schwingfall arbeitet. Am sehr hochohmigen Prüfobjekt und damit am Eingang der Gleichspannungsquelle liegt im Zuschaltmoment die volle Ladespannung des Stoßstromgenerators. Diese Spannung $u_P(t)$ klingt langsam schwingend ab und stellt i.d.R. eine unzulässig hohe Isolationsbeanspruchung für die Gleichspannungsquelle und deren einstellbare R-L-Kombination dar.

d) Prüfobjekt besitzt Wirkwiderstand $Z_P = 1 \Omega$

Der Widerstand des Prüfobjektes wird in der Größenordnung des Dämpfungswiderstandes vom Stoßstromgenerator und des Kurzschlusswiderstandes von der Gleichspannungsquelle gewählt.

Damit fließt ein Gleichstrom $i_2(t)$, der nur noch halb so groß wie im Kurzschlussfall ist, bereits vor dem Zuschalten des Stoßstromgenerators. Der bei $t = 1$ ms auftretende Stoßstrom $i_1(t)$ wird ebenfalls nur noch halb so groß, addiert sich aber in den ersten μ s zum Gleichstrom $i_2(t)$. Über ein paar ms verringert sich der Strom $i_2(t)$ aus der Gleichspannungsquelle durch den zunächst leistungsstärkeren Stoßstromgenerator. Die Spannung am Prüfobjekt klingt zuerst von der durch R_S des Stoßstromgenerators und Z_P des Prüfobjektes aufgeteilten Ladespannung mit der Entladung ab und geht dann auf den Spannungsabfall durch den Gleichstrom wie vor dem Zuschalten des Stoßstromgenerators.

Der Spannungsabfall am Wirkwiderstand $Z_p = 1 \, \Omega$ entspricht natürlich genau dem Stromfluss durch das Prüfobjekt. Dieser Spannungsabfall am Prüfobjekt lädt dann auch die Stoßkapazität des Stoßstromgenerators langsam wieder auf. In diesem Fall bestimmen vorrangig die Wirkwiderstände der Quellen das Verhalten.

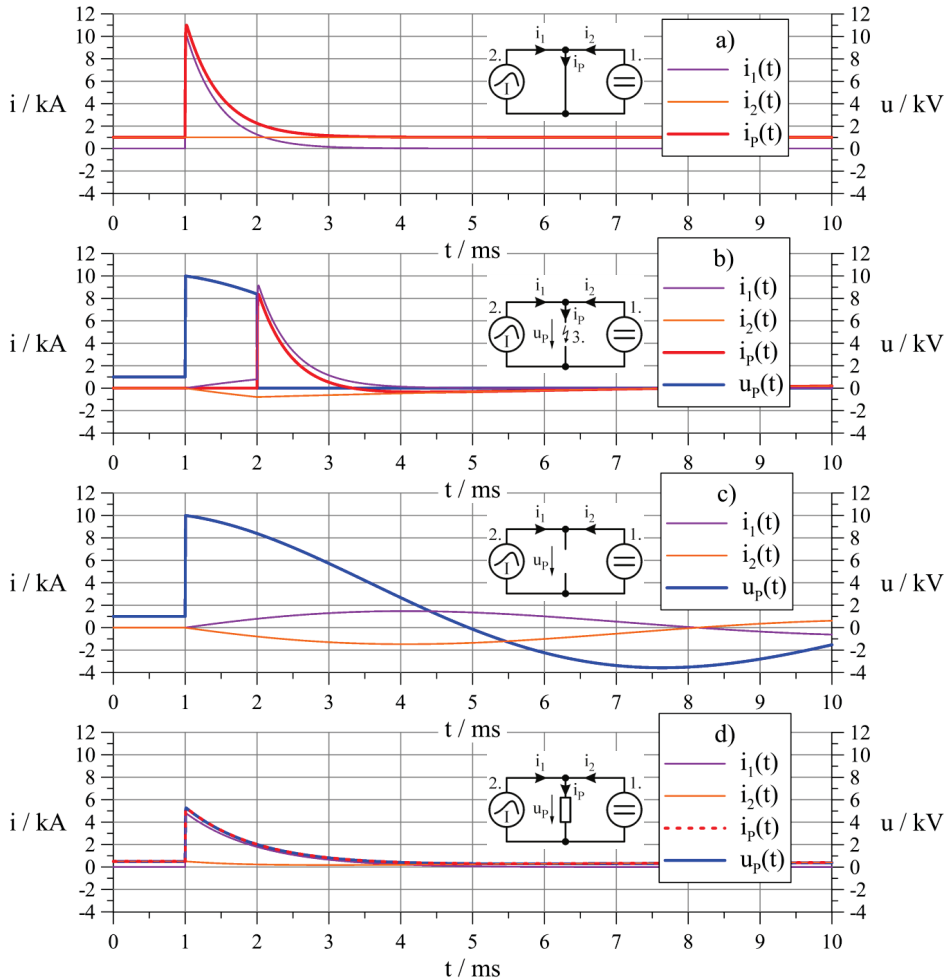


Abb. 5.66: Ströme und Spannungen der Quellen und am Prüfobjekt bei unterschiedlichen Impedanzen (Parallelschaltung von aperiodisch gedämpftem Stoßstromgenerator und Gleichspannungsquelle)

5.5.6.2 Überlagerung eines periodischen Stoßstromes mit einem Langzeitstrom

Diese Kombination von Quelle II und Quelle III soll die Überlagerung eines Langzeitstromes mit einem schwingenden Stoßstrom simulieren. In **Abb. 5.67** sind die Strom- und Spannungsverläufe für die gleichen Fälle wie bei Kapitel 5.5.6.1 dargestellt, wobei der Zeitbereich wegen des wesentlich kürzeren Impulses kleiner gewählt wurde.

Die Zuschaltung des Stoßkreises findet jeweils bei $t = 0,2$ ms statt und im Fall b) wird der Kurzschluss des sehr hochohmigen Prüfobjektes bei $t = 0,4$ ms eingeleitet. Bei der Zuschaltung fällt im Gegensatz zu Kapitel 5.5.6.1 auf, dass beim Fall c) (Prüfobjekt im Leerlauf) ein wesentlich kleinerer Strom mit höherer Frequenz in den Gleichstromkreis fließt und auch die Dämpfung dieses schwingenden Stromes geringer ist.

Auch die dabei am sehr hochohmigen Prüfobjekt auftretende Spannung schwingt ohne große Dämpfung. Die höhere Frequenz resultiert aus der wesentlich kleineren Stoßkapazität. Die geringere Dämpfung ist durch den nur etwa halb so großen Stoßkreiswiderstand bedingt.

Im Fall d) werden zwar beide Stromanteile durch den großen Wirkwiderstand des Prüfobjektes reduziert und der Stoßstrom wird aperiodisch, aber die Generatoren beeinflussen sich kaum gegenseitig.

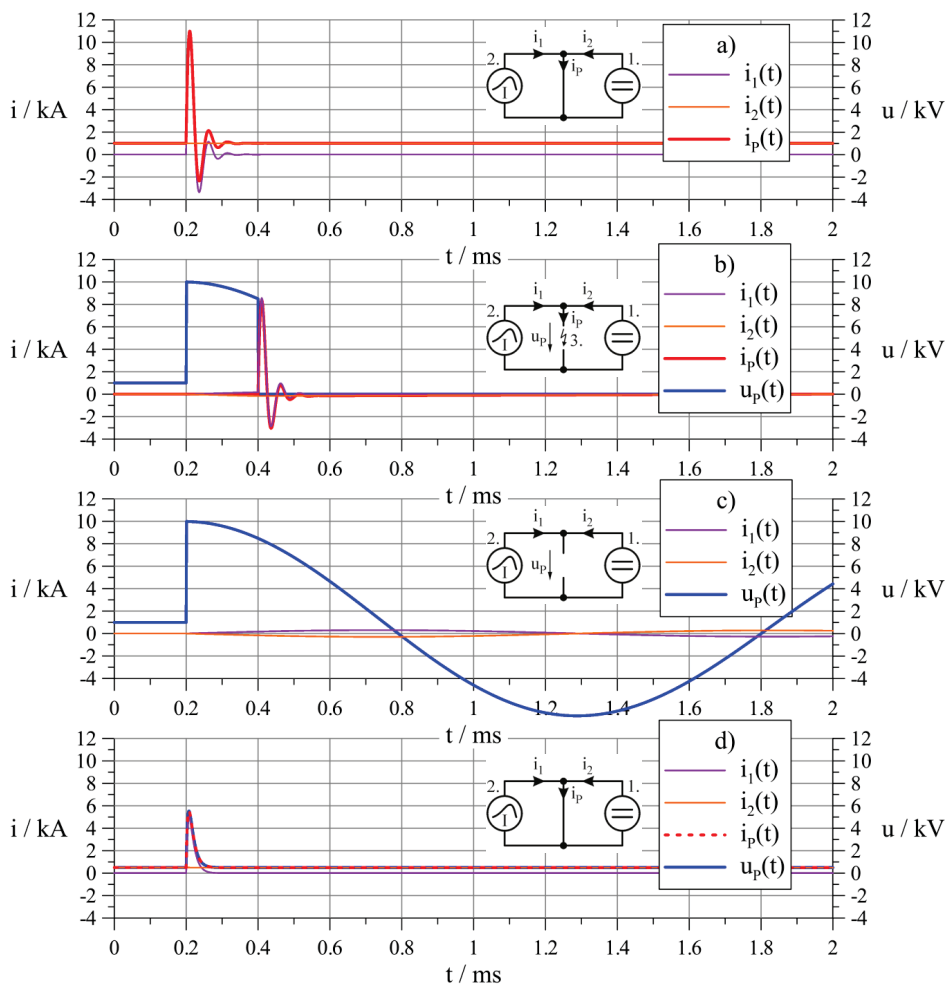


Abb. 5.67: Ströme und Spannungen der Quellen und am Prüfobjekt bei unterschiedlichen Impedanzen (Parallelschaltung von periodisch gedämpftem Stoßstromgenerator und Gleichspannungsquelle)

5.5.6.3 Überlagerung eines aperiodischen Stoßstromes mit einem Wechselstrom

Die Zusammenschaltung von Quelle I und Quelle IV zeigt die Überlagerung eines netzfreien-
quenten Wechselstromes mit einem aperiodischen Stoßstrom. In **Abb. 5.68** sind die Strom-
und Spannungsverläufe für die gleichen Fälle wie in Kapitel 5.5.6.1 dargestellt.

Die Wechselspannungsquelle besitzt einen viel kleineren Innenwiderstand und einen größeren
Kurzschlussstrom als die zuvor genutzte Gleichspannungsquelle. Die Spannungsbeanspruchung
der Gleichspannungsquelle ist in den Fällen b), c) und d) deshalb geringer und vor allem
viel kürzer als bei der Zusammenschaltung von Kapitel 5.5.6.1. Außerdem fließt im Fall d)
bei großem Wirkwiderstand des Prüfobjektes der Stoßstrom fast vollständig in die Wechsel-
spannungsquelle und nicht durch das Prüfobjekt.

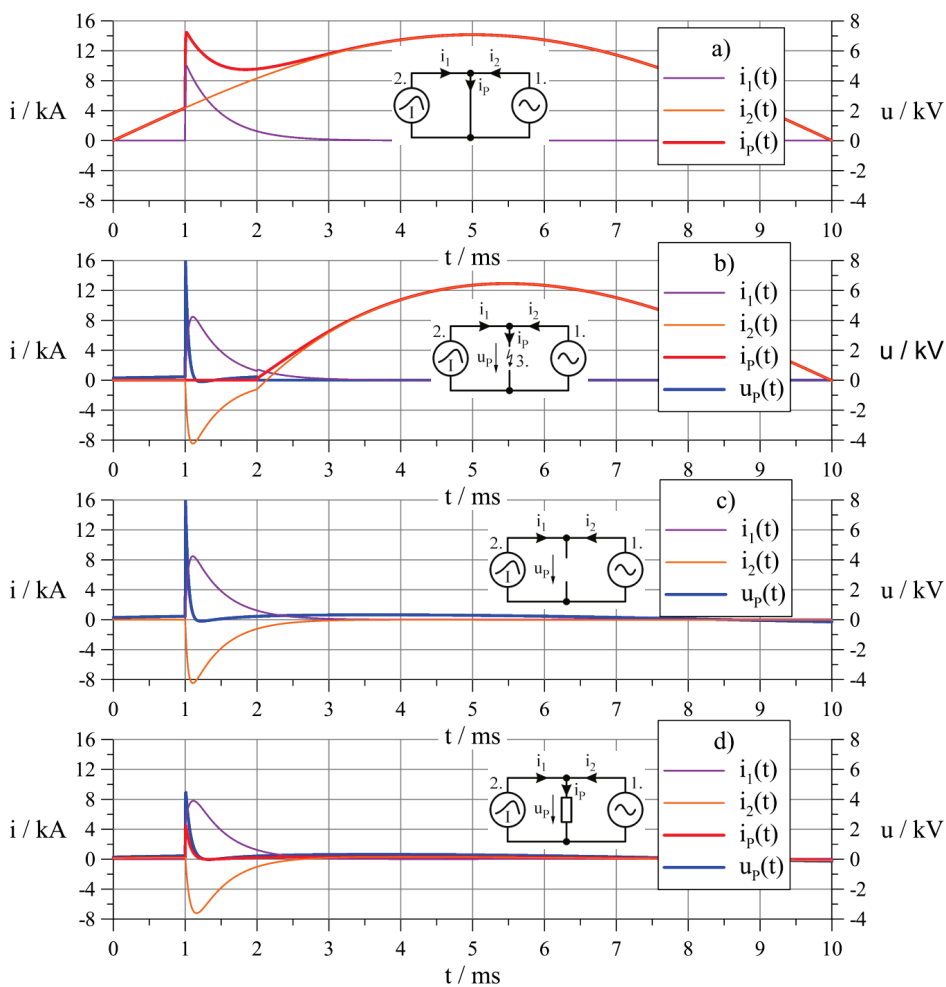


Abb. 5.68: Ströme und Spannungen der Quellen und am Prüfobjekt bei unterschiedlichen Impedanzen (Parallelschaltung von aperiodisch gedämpftem Stoßstromgenerator und Wechselspannungsquelle)

5.5.6.4 Überlagerung eines periodischen Stoßstromes mit einem Wechselstrom

Die Kombination der Quellen II und IV am Prüfobjekt bewirkt die Überlagerung eines netzfrequenten Wechselstromes mit einem periodischen Stoßstrom. In **Abb. 5.69** sind die Strom- und Spannungsverläufe wieder für die gleichen Fälle wie bei Kapitel 5.5.6.1 dargestellt, wobei der abgebildete Zeitbereich wie bei Kapitel 5.5.6.2 verkleinert wurde.

Auch hier fließt, außer bei Fall a) mit dem Prüfobjekt als Kurzschluss, ein großer Teil des Stoßstromes in die Wechselspannungsquelle. Für die Fälle b) und c) mit sehr hochohmigem Prüfobjekt wird der Stoßkreis um die Innenimpedanz der Wechselspannungsquelle so erweitert, dass die Amplitude des periodischen Stoßstromes, dessen Frequenz und die Dämpfung reduziert werden.

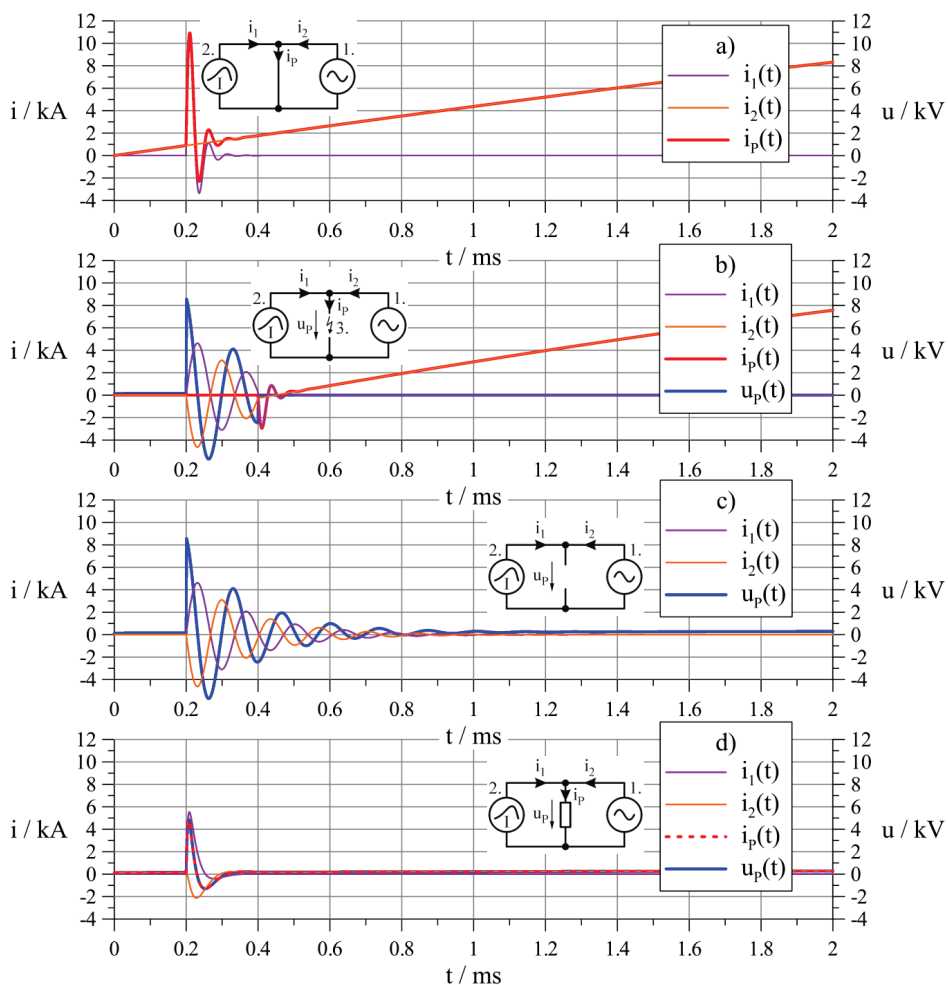


Abb. 5.69: Ströme und Spannungen der Quellen und am Prüfobjekt bei unterschiedlichen Impedanzen (Parallelschaltung von periodisch gedämpftem Stoßstromgenerator und Wechselspannungsquelle)

5.5.6.5 Überlagerung eines aperiodischen Stoßstromes und einer Stoßspannung

Die Zusammenschaltung von Quelle I und Quelle V führt zur Überlagerung eines aperiodischen Stoßstromes und einer aperiodischen Stoßspannung. Untersucht wurden hierzu wieder mehrere Fälle für die Impedanz des Prüfobjektes und den zeitlichen Ablaufes. Die Strom- und Spannungsverläufe sind in **Abb. 5.70** dargestellt.

- a) Prüfobjekt stellt Kurzschluss dar ($Z_P \rightarrow 0$), Stoßstromgenerator wird zuerst zugeschaltet
Dieser Fall besitzt wenig praktische Relevanz. Aufgrund des Kurzschlusses fließt der volle Stoßstrom von der Stoßstromquelle. Im Rücken des Stoßstromes wird der Stoßspannungsgenerator gezündet und dessen Kurzschlussstrom überlagert sich am Kurzschluss dem Stoßstrom.
- b) Prüfobjekt stellt Leerlauf dar ($Z_P \rightarrow \infty$) und wird nicht niederohmig, Stoßstromgenerator wird zuerst zugeschaltet
Im Leerlauf sind wieder die Ströme beider Quellen gleich groß und fließen in entgegengesetzter Richtung. Der zuerst zugeschaltete Stoßstromgenerator kann sich kaum entladen, da der Ausgangskreis des Stoßspannungsgenerators sehr hochohmig ist. Damit tritt am Prüfobjekt nahezu die Ladespannung des Stoßstromgenerators auf. Bei Zündung des Stoßspannungsgenerators fließt ein kleiner Entladestrom in den Stoßstromgenerator, da dieser mit seinem geringen Innenwiderstand für die Stoßspannung praktisch einen Kurzschluss darstellt. Nach schneller Entladung des Stoßspannungsgenerators tritt am Prüfobjekt wieder die fast unveränderte Spannung des Stoßstromgenerators auf.
- c) Prüfobjekt stellt Leerlauf dar ($Z_P \rightarrow \infty$) und wird nicht niederohmig, Stoßspannungsgenerator wird zuerst zugeschaltet
Die Entladung des Stoßspannungsgenerators führt nicht zum Durch- oder Überschlagn des sehr hochohmigen Prüfobjektes. Dieser Fall ist ohne Schutzmaßnahmen für den Stoßstromgenerator sehr kritisch, da die volle Stoßspannung an dessen Ausgang auftritt und ein Stoßstromgenerator i.d.R. nicht für solche hohen Spannungsbeanspruchungen ausgelegt ist. In diesem Fall wird der Stoßstromgenerator nach Abklingen der Stoßspannung gezündet, er könnte auch durch die Stoßspannung selbst unkontrolliert zünden. Dabei kann sich der Stoßstromgenerator wie im Fall b) kaum entladen und über dem Prüfobjekt liegt etwa die Ladespannung des Stoßstromgenerators an.
- d) Prüfobjekt stellt Leerlauf dar ($Z_P \rightarrow \infty$) und geht in Kurzschluss über ($Z_P \rightarrow 0$), Stoßspannungsgenerator wird zuerst zugeschaltet
In diesem Fall soll die Stoßspannung zum Durch- oder Überschlagn des sehr hochohmigen Prüfobjektes führen. Je nach dem Zeitpunkt des Durch- oder Überschlages kann am Ausgang des Stoßstromgenerators eine Spannung bis zur vollen Stoßspannungsamplitude auftreten. Dies tritt im hier gezeigten Fall beim Durch- oder Überschlagn im Stoßspannungsrücken auf. Damit ist dieser Fall in gleicher Weise wie Fall c) sehr kritisch für den Stoßstromgenerator. Wenn unmittelbar nach dem Durch- oder Überschlagn der Stoßstromgenerator gestartet werden kann, dann würde die gewünschte Spannungs-Strom-Banspruchung am Prüfobjekt erreicht werden.
Im gezeigten Bild d) wird etwa eine halbe ms nach dem Durch- oder Überschlagn der Stoßstromgenerator unter der Annahme eines noch hochleitfähigen Prüfobjektes gezündet. Damit tritt fast der volle Stoßstrom am Prüfobjekt auf. Den Stoßstromgenerator schon vorher an das hochohmige Prüfobjekt zu schalten, damit nach dem Durch- oder Überschlagn automatisch der Stoßstrom fließt, ist nach dem für Fall b) beschriebenen Verhalten so nicht realisierbar.

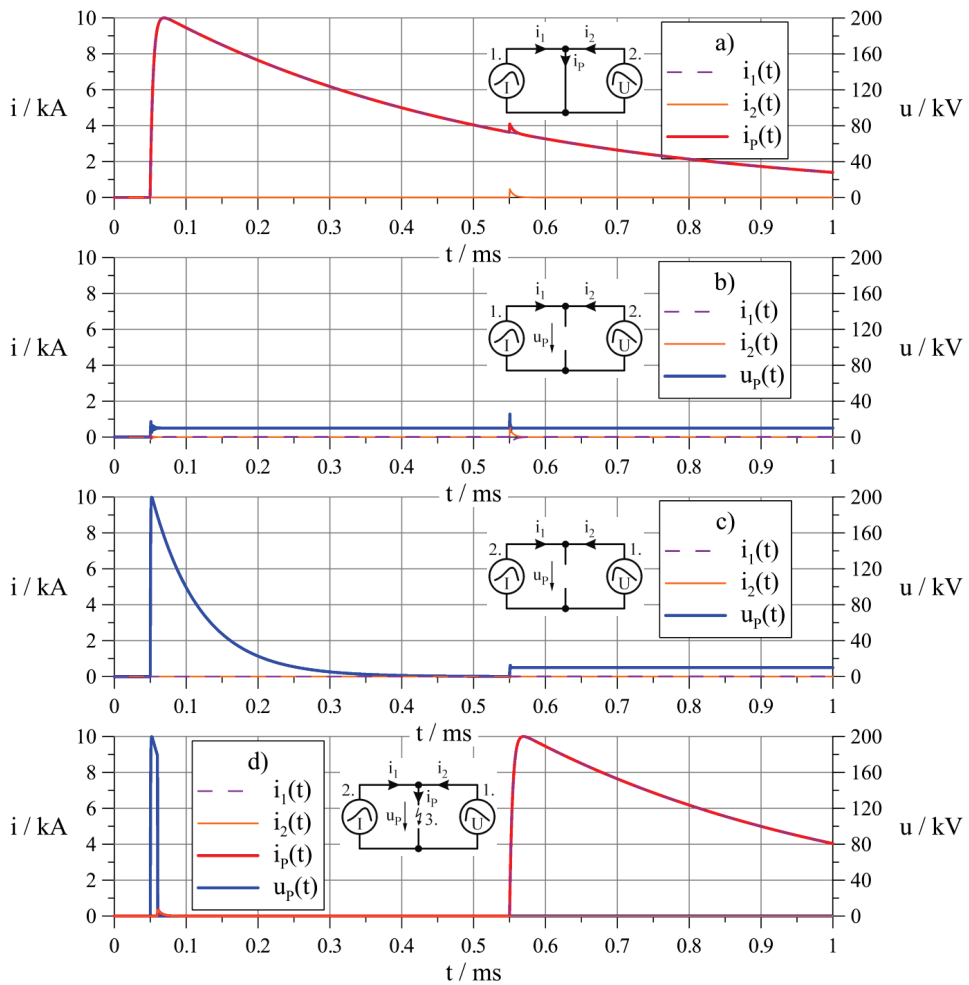


Abb. 5.70: Ströme und Spannungen der Quellen und am Prüfobjekt bei unterschiedlichen Impedanzen (Parallelschaltung von aperiodisch gedämpftem Stoßstromgenerator und Stoßspannungsgenerator)

5.5.6.6 Überlagerung eines Langzeitstromes und einer Stoßspannung

Eine Kombinationsschaltung mit Quelle III und V ergibt die Überlagerung eines Langzeitstromes mit einer aperiodischen Stoßspannung. **Abb. 5.71** zeigt die Strom- und Spannungsverläufe für die gleichen Fälle wie bei Kapitel 5.5.6.5.

Die Gleichspannungsquelle besitzt eine Kurzschluss- bzw. Innenimpedanz mit großer Induktivität. Deshalb treten im Fall b) bei sehr hochohmigem Prüfobjekt schwingende Verläufe von Strom und Spannung auf. Durch die geringe treibende Spannung der Gleichspannungsquelle sind im Fall c) die in den Ausgangskreis des Stoßspannungsgenerators fließenden Ströme sehr klein. Im Fall d) steigt nach dem Zuschaltung der Gleichspannungsquelle ($t = 0,55$ ms) aufgrund der großen Induktivität und der damit großen Zeitkonstante dieser Quelle der Strom mit geringer Steilheit an.

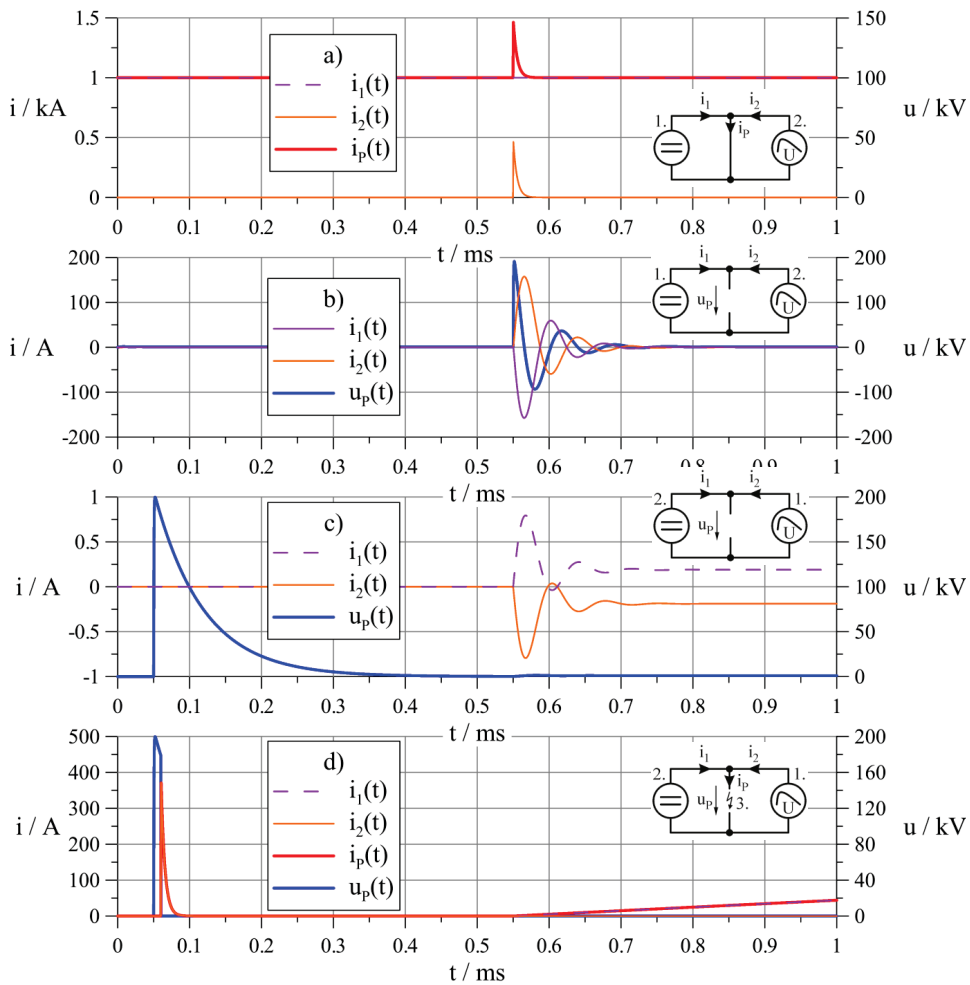


Abb. 5.71: Ströme und Spannungen der Quellen und am Prüfobjekt bei unterschiedlichen Impedanzen (Parallelschaltung von Gleichspannungsquelle und Stoßspannungsgenerator)

Auch die Gleichspannungsquelle muss geschützt oder von der Stoßspannungsquelle entkoppelt werden, um eine zu große Spannungsbeanspruchung zu verhindern.

5.5.6.7 Bewertung der Kombinationsschaltungen

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Kombination der Quellen I bis IV, die alle im Grunde niederimpedante Stromquellen darstellen, nach Kapitel 5.5.6.1 bis 5.5.6.4 befriedigend möglich ist. Wesentliche Voraussetzung ist ein möglichst niederohmiges Prüfobjekt. Wenn diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, nicht garantiert werden kann oder erst während der Beanspruchung entsteht, dann sind geeignete Entkopplungsmaßnahmen vorzunehmen. Dies betrifft jede Quelle gegenüber der anderen, insbesondere aber den Schutz der Quelle mit der kleineren treibenden Spannung und damit kleineren Spannungsfestigkeit gegenüber der Quelle mit der höheren Spannung bzw. der höheren impulsförmigen Spannung.

Die Zusammenschaltung von Strom- und Stoßspannungsquellen entsprechend Kapitel 5.5.6.5 und 5.5.6.6 ist in der vorgestellten Weise nicht sinnvoll und nicht praktikabel. Ohne spezielle Entkopplungsmaßnahmen funktionieren diese Schaltungen nicht und insbesondere die Stromquellen werden spannungsmäßig überbeansprucht. Geeignete Entkopplungsmaßnahmen müssen zeitgesteuert sein bzw. zu definierten Zeitpunkten oder bei definierten Strom-Spannungs-Werten selbsttätig arbeiten und sehr schnelle Impedanzänderungen über viele Größenordnungen realisieren.

5.6 Nachbildung von Blitzströmen im Labor

Das Beispiel eines Prüfgenerators für die Nachbildung der Spezifischen Energie des ersten Blitzstoßstroms und der Ladung des Langzeitstroms für den Gefährdungspegel I zeigt **Abb. 5.72**. Die kombinierte Schaltung besteht aus einem CLR-Stoßstromkreis mit Crowbar-Schalter und einem Langzeitstromkreis, der als speisende Quelle eine Batterieanlage, einen Gleichstromgenerator oder auch eine leistungselektronische Gleichrichteranlage haben kann (z.B. 600 V).

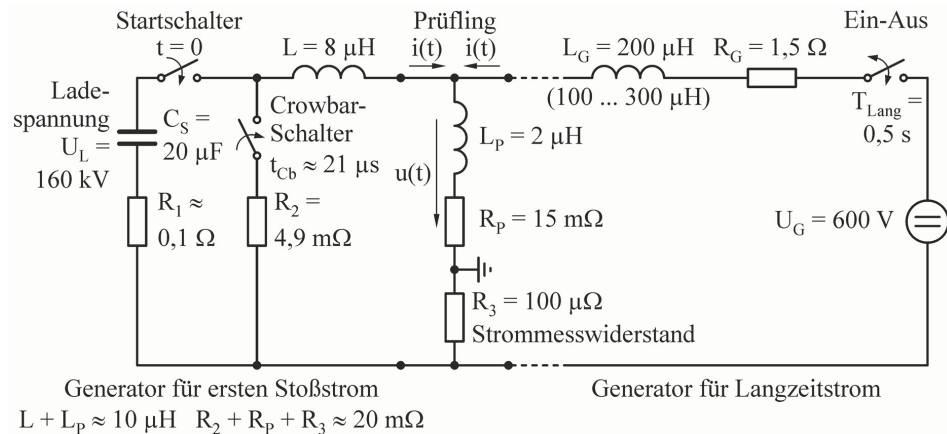


Abb. 5.72: Schaltung eines Prüfkreises für die Erzeugung von erstem Stoßstrom und Langzeitstrom [N8] ($I_{\max} = 200 \text{ kA}$ und $W/R = 10 \text{ MJ}/\Omega$, $I_{\text{Lang}} = 400 \text{ A}$ und $Q_{\text{Lang}} = 200 \text{ As}$)

Die im Folgenden beschriebenen Prüfkreise dienen ausschließlich der Erzeugung von Prüfströmen, die eine geforderte Stirnsteilheit aufweisen sollen.

Der Stromverlauf nach Erreichen des Scheitelwertes und die integralen Größen Ladung und Spezifische Energie des gesamten Stromverlaufes sind nicht von Bedeutung. Deshalb werden jeweils Prüfgeneratoren angegeben, die im periodisch gedämpften Schwingfall arbeiten, weil damit hohe Stromamplituden einfacher zu realisieren sind (keine sehr großen Stoßkapazitäten erforderlich) und die Ausnutzung der Generatoren höher ist. Es werden hohe Ladespannungen der Stoßkapazitäten von einigen 100 kV bis einige MV verwendet, damit die hohen steilen Ströme auch durch Prüfobjekte mit großen geometrischen Ausdehnungen, d.h. großen Eigeninduktivitäten, getrieben werden können.

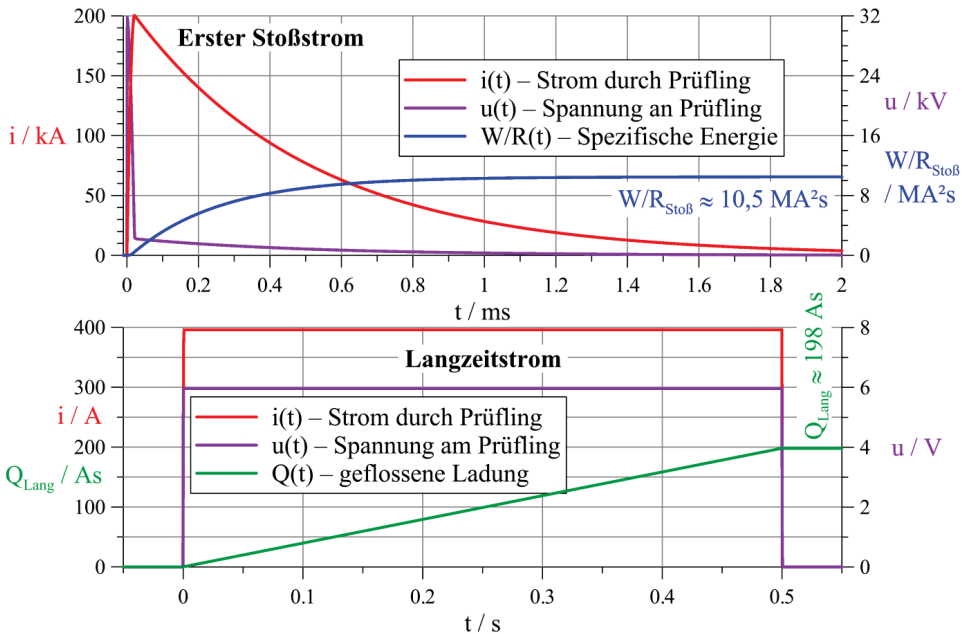


Abb. 5.73: Stoßstrom und Spannung am Prüfbjekt nach Schaltung von Abb. 5.72

Wieder als Beispiel stellt Abb. 5.74 die Ersatzschaltung eines Prüfgenerators zur Nachbildung der Stirnteilheit des ersten Blitzstoßstroms bei räumlich ausgedehnten Prüfbjekten für den Gefährdungspegel I dar ([N8]).

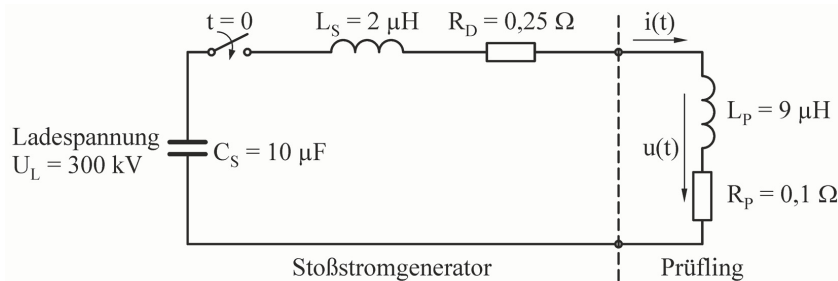


Abb. 5.74: Schaltung eines Prüfkreises für die Erzeugung von Stoßströmen mit der Steilheit des Erstblitzstroms [N8] ($T_1 = 10 \mu\text{s}$ und $\Delta i / \Delta t = I_{\text{max}} / T_1 = 20 \text{ kA} / \mu\text{s}$)

In Abb. 5.75 ist zu erkennen, dass der Stromverlauf selbst nicht ganz die gewünschte mittlere Stromsteilheit von $20 \text{ kA} / \mu\text{s}$ realisiert. Aber durch den Stoßstromschatelwert, der 12,5 % höher ausfällt (225 kA statt 200 kA), als nach Gefährdungspegel I erforderlich, wird die Stromsteilheit sogar etwa 4,5 % größer ($20,9 \text{ kA} / \mu\text{s}$ statt $20 \text{ kA} / \mu\text{s}$). Dabei wurde im unteren Diagramm von Abb. 5.75 die Stromsteilheit über Punkte auf der Stromkurve mit dem Bezug auf 200 kA als 100 % anstatt 225 kA als 100 % ermittelt. Der 10-%-Punkt liegt dann bei 20 kA anstatt $22,5 \text{ kA}$ und der 90-%-Punkt bei 180 kA anstatt $202,5 \text{ kA}$.

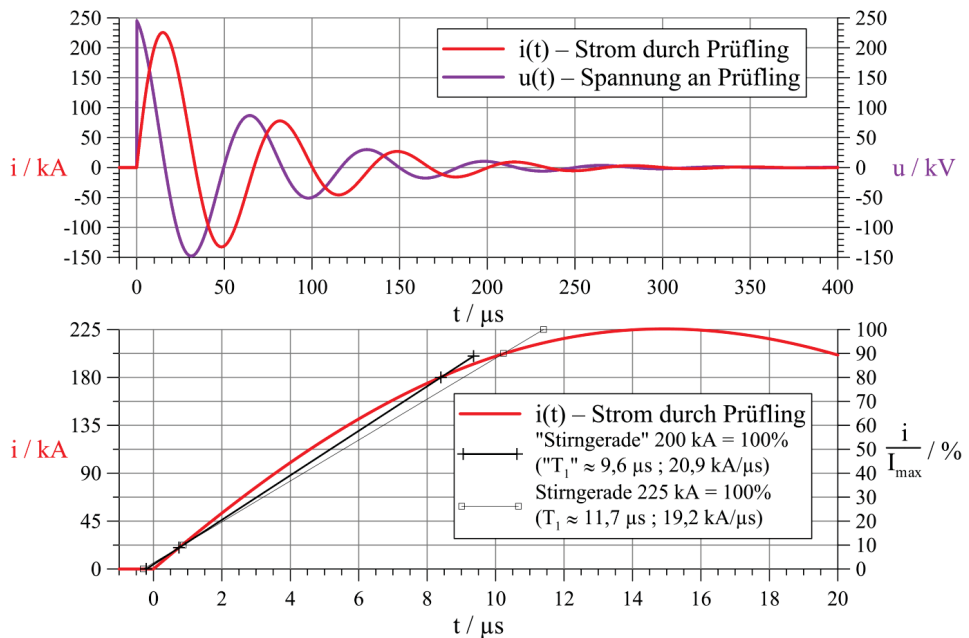


Abb. 5.75: Stoßstrom und Spannung am Prüfbjekt nach Schaltung von **Abb. 5.74**

Ein Prüfgenerator für die Nachbildung der Stirnsteilheit des Folgestoßstromes bei räumlich ausgedehnten Prüfobjekten für den Gefährdungspegel I zeigt **Abb. 5.76** ([N8]). Hier ist das zusammengefasste Ersatzschaltbild eines MARX-Generators angegeben, der eine sehr hohe Summenladespannung von 3,5 MV besitzt.

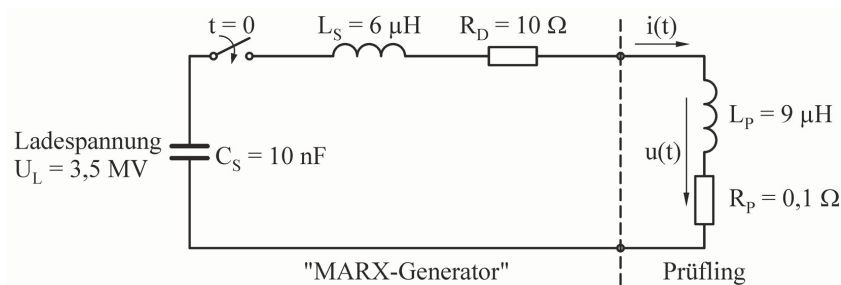


Abb. 5.76: Schaltung eines Prüfkreises für die Erzeugung von Stoßströmen mit der Steilheit des Folgeblickstromes [N8] ($T_1 = 0,25 \mu\text{s}$ und $\Delta i/\Delta t = I_{\text{max}}/T_1 = 200 \text{ kA}/\mu\text{s}$)

Das Ergebnis der Nachrechnung des angegebenen Stoßkreises in **Abb. 5.77** zeigt auch hier, dass die geforderte Stirnstromsteilheit nur bei 37,5 % größerer Stromamplitude (75 kA statt 50 kA) erreicht wird. Die erzielte Stromsteilheit ist dann mit 202 kA/ μs statt 200 kA/ μs auch wieder etwas größer (ca. +1 %).

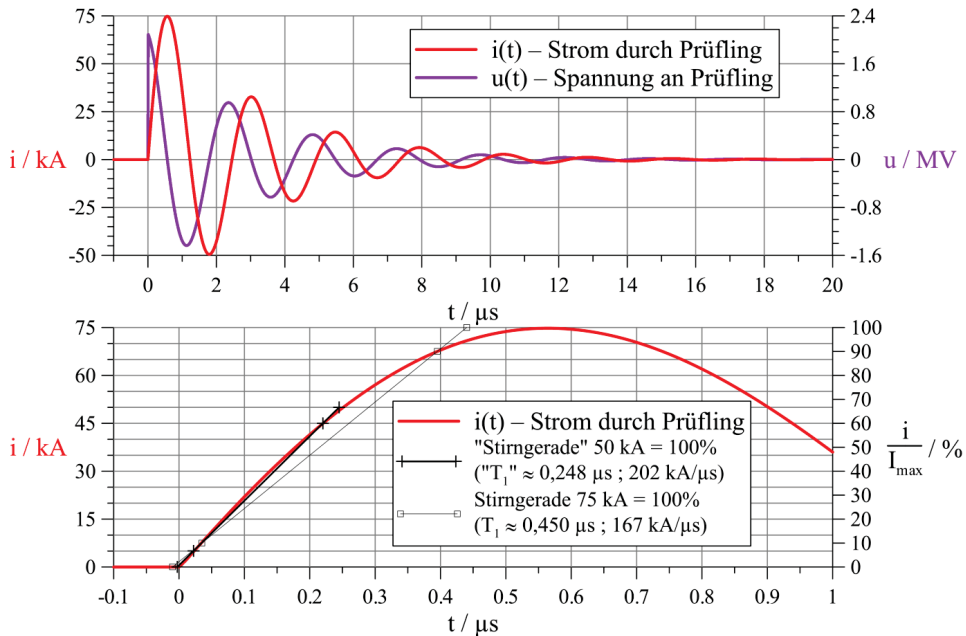


Abb. 5.77: Stoßstrom und Spannung am Prüfbjektiv nach Schaltung von Abb. 5.76

5.7 Literatur

- [41] Kurzschlussstest an großem Blitzstromgenerator, Impulsstromlabor, Technische Universität Ilmenau, 2005
- [42] Volland, H.; u.a.: Handbook of Atmospheric Electrodynamics, Vol. II, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida (USA) / London (Großbritannien) / Tokyo (Japan), 1995, ISBN: 0-8493-2520-X; Wiesinger, J.; Zischank, W.: Chapter 2 – Lightning Protection, pp. 33 – 64
- [43] Feser, K.; Modrusan, M.; Sutter, H.: Steep Front Impulse Generators, 3rd International Symposium on High Voltage Engineering (ISH), 41.06, Vol. 2, Milan, Italy, 28. – 31. August 1979, pp. 1 – 4; Feser, K.; Modrusan, M.; Sutter, H.: Steep front impulse generators for EMP-simulation, 2. Edition, High Voltage Test Systems, ASEA, Haefely, MICA FIL, September 1979, (E1–42)
- [44] White, R.A.: Lightning Simulator Circuit Parameters and Performance for Severe-Threat, High-Action-Integral Testing, International Aerospace and Ground Conference on Lightning and Static electricity, Orlando, FL, USA, 1984, pp. 40-1 – 40-14
- [45] Zischank, W.: Simulation of Fast Rate-of-Rise Lightning Currents using Exploding Wires, 5.01, 21st International Conference on Lightning Protection (ICLP), Conference Proceedings, Berlin, Germany, 21. – 25. September 1992, pp. 231 – 236
- [46] Sargent, J.G.; Koritz, H.: High-Power Pulse Steepening by Means of Exploding Wires, Review of Scientific Instruments, Vol. 30, No. 11, November 1959, pp. 1032 – 1037
- [47] Zischank, W.: Eine Crowbar-Funkenstrecke in einem kapazitiven Stoßstromgenerator zur Simulation direkter Blitzströme, 17th International Conference on Lightning Protection (ICLP), Ref. 5.2, Den Haag, Niederlande, 1983
- [48] Hasse, P.; Wiesinger, J.; Zischank, W.: Handbuch für Blitzschutz und Erdung, 5. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2006, ISBN: 3-7905-0931-0
- [49] Kurzschlussstromprüfung an Stoßstromanlage im Unternehmen DEHN + SÖHNE GmbH + Co. KG, Neumarkt, 2008

- [50] Schwartz, E.: Schwingungsfreie Stoßschaltungen mit drei, vier oder fünf Energiespeichern, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1959
- [51] Heidler, F.; Stimpfer, K.: Blitz und Blitzschutz; Grundlagen der Normenreihe VDE 0185, Entstehung von Gewittern, Blitzortungssysteme, Blitzströme und ihre Wirkungen, Schutz von Gebäuden und elektrischen Anlagen, Generatoren für die Stromprüfung; VDE-Schriftenreihe Normen verständlich 128, VDE Verlag GmbH, Berlin, Offenbach, Juli 2009, ISBN: 978-3-8007-2974-6, S. 219 – 221
- [52] Glasoe, G.N.; Lebacqz, J.V.: Pulse generators, Teil I - Pulse Generators, Teil II - The Line Type Pulsers, Teil III - Pulse Transformers, McGraw-Hill, Book Company, Inc., New York / London, 1948, pp. 179 – 221
- [53] Modrusan, M.: Langzeit-Stoßstromgenerator für die Ableiterprüfung gemäss IEC-Empfehlungen (Long-duration impulse current generator for IEC recommendations), Reprinted from Bulletin SEV/VSE, Vol. 68, No. 24, 1977, S. 1304 – 1309 (E 1–38)
- [54] Böning, W.: Die Erzeugung von Hochspannungs-Rechteckimpulsen mittels Kettenleitern, Naturwissenschaften, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, Vol. 45, No. 14, January 1958, S. 330 – 331
- [55] Böning, W.: Theorie und Anwendung der Entladung des symmetrischen homogenen LC-Kettenleiters zur Erzeugung hochgespannter Rechteckimpulse, Dissertation, Technische Hochschule Aachen, 1959
- [56] Martin, W.: Beitrag zur Untersuchung von Überspannungsableitern mit rechteckförmigen Stoßströmen, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1964
- [57] Rakov, V.A.; Uman, M.A.: Lightning, Physics and Effects, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Port Melbourne, Madrid, Cape Town, 2003, ISBN: 0-521-58327-6, p. 176, Fig. 4.52 (a) (Type I)
- [58] Küchler, A.: Hochspannungstechnik, Grundlagen – Technologie – Anwendungen, 3. Auflage, Springer-Verlag, Dordrecht / Heidelberg / London / New York, 2009, ISBN: 978-3-540-78412-8, S. 366, S. 380
- [59] González-Niño, D.A.: Die Wirkung von Blitzstrom-Lichtbögen auf Bleche, Dissertation, Technische Universität Ilmenau, Januar 2006, ISBN: 3-00-018371-X
- [60] González, D.; Berger, F.; Rock, M.: Einfluss von Wind und Wasser auf die thermische Wirkung von Langzeitstrom-Lichtbögen auf Bleche, 7. VDE/ABB-Blitzschutztagung, Neu-Ulm, 15. – 16. November 2007, VDE-Fachbericht 64, Session 3: Blitzwirkungen, S. 99 – 104
- [61] Noack, F.; Brocke, R.; Göhlsch, T.; Zahlmann, P.: Interactions between Pulse Generators and Voltage Surge Protectors for use on Low-Voltage Mains during their Pulse Tests, Paper 5.13, 21st International Conference on Lightning Protection (ICLP), Berlin, 1992, Conference Proceedings, pp. 287 – 292
- [62] Levine, M.A.; Combes, L.S.; Gallagher, C.C.: "Crowbar" Triggering Method for High Power Pulse Circuits, The Review of Scientific Instruments, Vol. 32, No. 9, September, 1961, pp. 1054 – 1055
- [63] Sundararajan, R.; Nagabhushana, G.R.; Kishore, N.K.; Soundarajan, E.: Influence of Peaking Capacitors in Reducing Rise Times of High-Voltage Nanosecond Pulses, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 41, No. 3, May/June 2005, pp. 690 – 697
- [64] Tongshu Liu; Deyan Wang; Chonglin Wang: Discussion on internal impedance of surge generator, 29th International Conference on Lightning Protection (ICLP), Paper 10-14, Session 10, Uppsala, Sweden, 23. – 26. June 2008

- [N8] DIN EN 62305-1 (VDE 0185-305-1): Blitzschutz – Teil 1: Allgemeine Grundsätze, Oktober 2006, S. 22, S. 41, Anhang C (informativ): Nachbildung des Blitzstroms für Prüfzwecke, S. 40 – 43
- [N9] DIN EN 61643-11 (VDE 0675 Teil 6-11): Überspannungsschutzgeräte für Niederspannung – Teil 11: Überspannungsschutzgeräte für den Einsatz in Niederspannungsanlagen – Anforderungen und Prüfungen, August 2007

6 Einfluss von Prüfobjekten auf Impulsform und Impulskenngößen

6.1 Rückwirkung von Prüfobjekten auf den Impulsstromverlauf

Die Rückwirkung von Prüfobjekten auf die simulierten Impulsströme kann in technischen Prüfgeneratoren nicht vollständig vermieden, sondern im Allgemeinen nur reduziert werden. Der Einfluss des Charakters und der elektrischen Kennwerte von Prüfobjekten bzw. Belastungen von Generatoren auf die realitätsnahe Prüfung soll untersucht werden.

Prüfobjekte können idealisiert als Induktivität L , ohmscher Widerstand R , als Gleich- bzw. Gegenspannung U_G oder als beliebige Kombinationen aus diesen Grundelementen betrachtet werden. Induktivität und Widerstand repräsentieren stromdurchflossene Leiter und Anordnungen oder stark vereinfacht auch Lichtbögen. Eine Gleichspannung steht für (vergleichsweise kleine Lichtbogen-)Spannungen an Funkenstrecken und an frei brennenden Lichtbögen oder auch für relativ große (Rest-)Spannungen von Metalloxidwiderständen bzw. Varistoren. Ferner stellt auch die Gegeninduktivität von Prüfaufbauten für die Beanspruchung mit magnetischen Impulsfeldern eine induktive Belastung des Stoßstromgenerators dar. Kapazitive Belastungen, wie sie bei Impulsspannungsgeneratoren anzunehmen sind, werden bei Impulsstromgeneratoren, die meist in der Nähe des Kurzschlusses bzw. mit niederohmigen Belastungen betrieben werden, meist vernachlässigt. Eine Ausnahme davon bildet der Hybridgenerator, der bei Betrieb im Leerlauf als Impulsspannungsgenerator arbeitet (siehe Kapitel 5.3 und 5.3.2).

Untersucht werden soll weiterhin der Einfluss der treibenden Generatorspannung, welche durch die Ladespannung gegeben ist, auf die Größe der Rückwirkung von Prüfobjekten.

Ausgangspunkt ist jeweils der ideale Stromverlauf, der sich für den Generator im Kurzschluss ergeben würde. Diskutiert wird die Veränderung der Impulsform aufgrund der Prüfobjektbelastung.

Wenn die Prüfobjektbelastung bzw. der Prüfobjektcharakter in etwa bekannt sind, kann eine Anpassung der Generatorelemente, des Generatöraufbaus oder der Ladespannung vorgenommen werden, so dass näherungsweise ein idealer Stromverlauf erreicht wird.

Auf alle Eigenheiten in der realen Ausführung von Generatoren oder auf die Wirkung ganz spezieller Prüfobjekte kann hier nicht eingegangen werden. Zum Beispiel ist die verbleibende Generatorrestspannung von CLR-Stoßkreisen am Ende des Stromimpulses bei Verwendung von Funkenstrecken als Draufscharter von der Prüfobjektbelastung abhängig. Dies liegt daran, dass das Löschen von Funkenstrecken bei Strömen im Bereich von ca. 100 A bis herunter zu 1 A auftreten kann.

6.1.1 Rückwirkung eines ohmsch-induktiven Prüfobjektes auf den aperiodischen Impulsstromverlauf

Die Rückwirkung der Impedanz eines ohmsch-induktiven Prüfobjektes auf den Impulsstromverlauf soll in Abhängigkeit von der treibenden Spannung bzw. von der Ladespannung untersucht werden. Zunächst wird ein einfacher CLR-Kreis für die aperiodische Impulsform 10/350 μs angenommen.

Im Kapitel 6.4 wird dann die Rückwirkung von Prüfobjekten im CLR-Stoßkreis für periodische Impulsströme der Form 8/20 μs untersucht.

Die Elemente des Kreises sollen bei festem Zeitverlauf des Impulsstromes für verschieden große Ladespannungen der Stoßkapazität auf Kurzschluss dimensioniert sein und mit dem Index '0' gekennzeichnet sein. Die Ersatzelemente des Prüfobjektes werden mit dem Index 'P' kenntlich gemacht (Abb. 6.1).

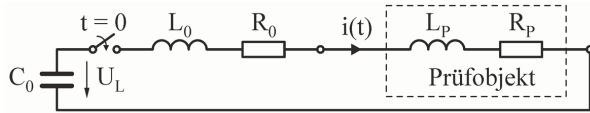


Abb. 6.1: Stoßkreis mit ohmsch-induktivem Prüfobjekt

Der aperiodisch gedämpfte Impulsstromverlauf ist dann gegeben über:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) = \frac{U_L}{\sqrt{(R_0 + R_P)^2 - 4 \cdot \frac{L_0 + L_P}{C_0}}} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (6.1)$$

$$\text{mit} \quad \tau_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot \left((R_0 + R_P) \cdot C_0 \pm \sqrt{((R_0 + R_P) \cdot C_0)^2 - 4 \cdot (L_0 + L_P) \cdot C_0} \right) \quad (6.2)$$

$$\eta = 2 \cdot \frac{\left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{x} \right)}}{1 + \frac{1}{x}} \quad \text{mit} \quad x = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R_0 + R_P} \right)^2 \cdot \frac{L_0 + L_P}{C_0}} \quad (6.3)$$

Die idealen Kreiselemente für Kurzschluss berechnen sich zu:

$$\begin{aligned} C_0 &= \hat{I}_0 \cdot \tau_{10} \cdot \left(\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}} \right)^{\frac{1}{\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}} - 1}} \cdot \frac{1}{U_L} \\ L_0 &= \frac{\tau_{20}}{\hat{I}_0} \cdot \left(\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}} \right)^{1 - \frac{\tau_{10}}{\tau_{20}}} \cdot U_L \\ R_0 &= \frac{1}{\hat{I}_0} \cdot \left(1 + \frac{\tau_{20}}{\tau_{10}} \right) \cdot \left(\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}} \right)^{1 - \frac{\tau_{10}}{\tau_{20}}} \cdot U_L \end{aligned} \quad (6.4)$$

Darin sind die idealen Zeitkonstanten für den Impulsstrom 10/350 μs :

$$\tau_{10} = 470 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_{20} = 4,06 \mu\text{s}$$

Die Kreiselemente für $\hat{I}_0 = 1 \text{ kA}$ sind damit (C_0 in μF , L_0 in μH , R_0 in Ω und U_L in kV):

$$C_0 = 490/U_L \quad , \quad L_0 = 3,9 \cdot U_L \quad , \quad R_0 = 0,97 \cdot U_L$$

Für jede Ladespannung U_L entsteht ein Stoßkreis mit neuen Elementen, der auf Kurzschluss mit $\hat{I}_0 = 1$ kA dimensioniert ist. Die Kreiselemente für $\hat{I}_0 = 1$ kA und $U_{L0} = 1$ kV lauten:

$$C_{00} = 490 \mu\text{F} \quad , \quad L_{00} = 3,9 \mu\text{H} \quad , \quad R_{00} = 0,97 \Omega$$

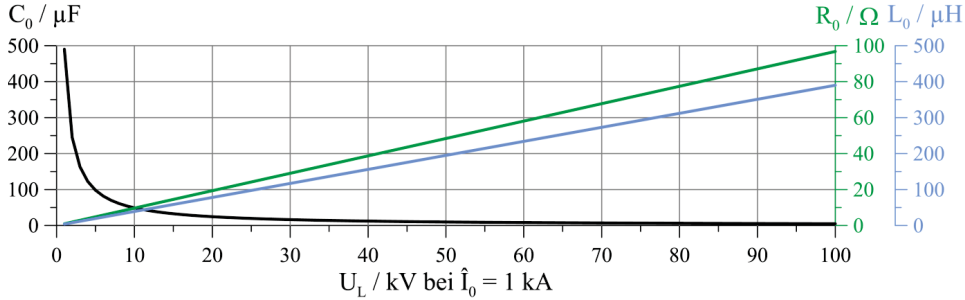


Abb. 6.2: Kreiselemente für Kurzschluss in Abhängigkeit von der Ladespannung für den Impulsstrom 10/350 μs

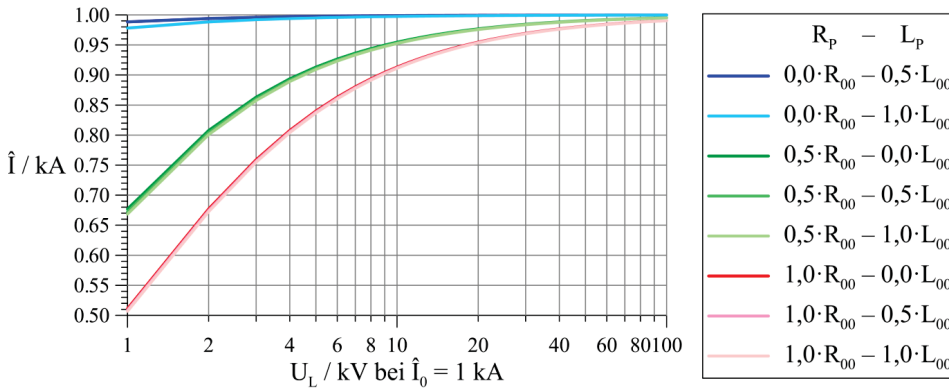


Abb. 6.3: Stromscheitelwert in Abhängigkeit von der Belastung und der Ladespannung für den Impulsstrom 10/350 μs

Das Diagramm **Abb. 6.3** zeigt, dass im Wesentlichen der Wirkwiderstand des Prüfobjektes den Scheitelwert des Impulsstromes 10/350 μs reduziert. Mit einer Abnahme des Scheitelwertes auf fast die Hälfte ist bei Wirkwiderständen in der Größe des Kreiswiderstandes (R_{00}) für \hat{I}_0 und U_{L0} zu rechnen. Der Einfluss der Prüfobjektinduktivität auf den Stromscheitelwert ist bis zu einer Größe von L_{00} vernachlässigbar.

Auf die Stirnzeit wirken sich eine größere Kreisinduktivität erhöhend und ein größerer Kreiswiderstand verringern, also gegenläufig aus. In **Abb. 6.4** wird deutlich, dass sich die Stirnzeit etwa verdoppelt, wenn die Prüfobjektinduktivität in der Größe der Kreisinduktivität (L_{00}) für \hat{I}_0 und U_{L0} liegt und $R_p = 0$ ist. Umgekehrt halbiert sich die Stirnzeit nahezu, wenn der Prüfobjektwiderstand in der Größe des Kreiswiderstandes (R_{00}) für \hat{I}_0 und U_{L0} liegt und $L_p = 0$ ist. Bei etwa gleichen relativen Erhöhungen der Kreisinduktivität und des Kreiswiderstandes durch die Prüfobjektinduktivität und den Prüfobjektwiderstand heben sich die Wirkungen auf die Stirnzeit fast auf.

Die Wirkung auf die Rückenhalfwertszeit ist etwa umgekehrt zu der auf den Stromscheitelwert (vgl. **Abb. 6.4** und **Abb. 6.3**).

Es tritt nur eine Vergrößerung der Rückenhalbwertszeit auf, die im Wesentlichen der Erhöhung des Kreiswiderstandes durch den hinzukommenden Prüfobjektwiderstand proportional ist. Dem untergeordnet führt eine Erhöhung der Kreisinduktivität aufgrund der hinzukommenden Prüfobjektinduktivität zu einer weiteren leichten Zunahme der Rückenhalbwertszeit.

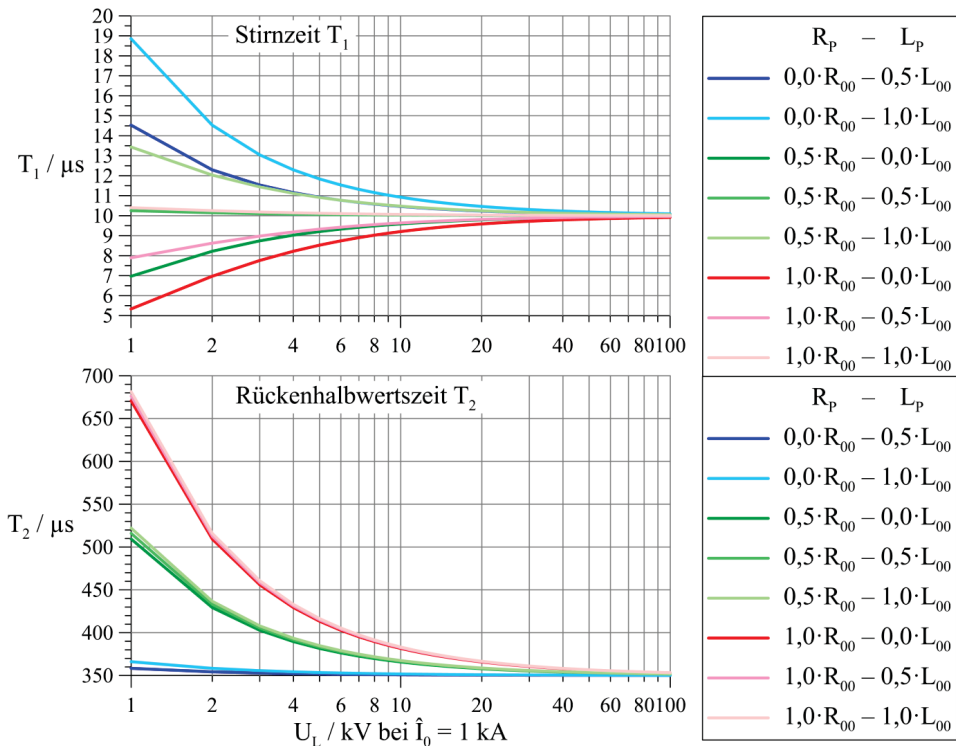


Abb. 6.4: Stirn- und Rückenhalbwertszeit in Abhängigkeit von der Belastung und der Ladespannung für den Impulsstrom 10/350 μs

6.2 Einfluss und Beschreibung nichtlinearer Prüfobjekte

Stromkreise mit nichtlinearen Elementen, bei denen eine nichtlineare Abhängigkeit von der Zeit, von der Spannung oder vom Strom vorliegt, sind analytisch sehr schwer zu behandeln. Eine abschnittsweise Linearisierung, für Zeitabschnitte oder für Spannungs- bzw. Strombereiche, kann helfen, das dynamische Verhalten abzubilden.

In den folgenden Kapiteln wird versucht, abschnittsweise linearisierte Spannungs-Strom- bzw. Widerstandskennlinien von stark nichtlinearen Elementen für die Berechnung von Zeitverläufen zu verwenden. Damit können die Eigenschaften dieser Elemente und ihr grundsätzliches Verhalten in einfachen Netzwerken gezeigt werden.

6.2.1 Nachbildung einer Varistor-Kennlinie mit Widerstandsgeraden

In einem CLR-Stoßstromkreis soll als Belastung (Prüfobjekt) ein Metalloxidvaristor (MOV, MOA, Var) eingefügt sein (**Abb. 6.5**).

Zur mathematischen Beschreibung des auftretenden Stoßstromverlaufes wird die Kennlinie eines Metalloxidvaristors durch die Approximation aus zwei Geradenabschnitten mit unterschiedlichen differentiellen Widerständen ersetzt (**Abb. 6.6**).

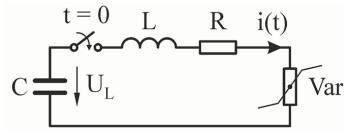


Abb. 6.5: Metalloxidvaristor (differentielle Widerstände) in CLR-Stoßstromkreis

Die Untersuchung soll anhand zweier Fälle, den aperiodisch gedämpften Kriechfall und den periodisch gedämpften Schwingfall, mit konkreten Kreisparametern erfolgen. Der differentielle Widerstand ist definiert über:

$$r = \frac{du(i)}{di} = \frac{\Delta u}{\Delta i} \quad (6.5)$$

Die Beispielvorgaben sind:

$$\begin{aligned} \text{Ladespannung:} & U_L = 1 \text{ kV} \\ \text{Stoßkreiskapazität:} & C = 1 \text{ } \mu\text{F} \\ \text{Stoßkreisinduktivität:} & L = 1 \text{ } \mu\text{H} \\ \text{Charakteristischer Stoßkreiswiderstand (für den aperiodischen Grenzfall):} & R_0 = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 2 \text{ } \Omega \\ \text{Stoßkreiswiderstand für aperiodisch gedämpften Kriechfall:} & R = R_{\text{aper}} = 4 \cdot R_0 = 8 \text{ } \Omega \\ \text{Stoßkreiswiderstand für periodisch gedämpften Schwingfall:} & R = R_{\text{per}} = 1/4 \cdot R_0 = 0,5 \text{ } \Omega \\ R_{\text{aper}}/R_{\text{per}} &= 16 \end{aligned} \quad (6.6)$$

Die Geradenapproximation der Varistor-Kennlinie ergibt sich wie folgt:

$$\begin{aligned} \text{für } 0 \leq |i(t)| < I_0 = 50 \text{ A} \text{ bzw. } 0 \leq |u(t)| < U_0 = 400 \text{ V} \\ r_1 &= 4 \cdot R_0 = 8 \text{ } \Omega \\ R_1 &= U_0/I_0 = r_1 = 8 \text{ } \Omega \\ u(i) &= r_1 \cdot i = 8 \text{ } \Omega \cdot i \\ \text{für } |i(t)| \geq I_0 = 50 \text{ A} \text{ bzw. } |u(t)| \geq U_0 = 400 \text{ V} \\ r_2 &= 1/4 \cdot R_0 = 0,5 \text{ } \Omega \\ R_2 &= r_2 + \frac{U_0 - r_2 \cdot I_0}{i} = r_2 + (r_1 - r_2) \cdot \frac{I_0}{i} \\ &= r_2 + \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right) \cdot \frac{U_0}{i} = 0,5 \text{ } \Omega + \frac{375 \text{ V}}{i} \end{aligned} \quad (6.7)$$

Entspricht zugleich der Reihenschaltung aus einem Widerstand $R_2 = r_2$ und einer Gleichspannungsquelle $U_G = (1 - r_2/r_1) \cdot U_0 = (r_1 - r_2) \cdot I_0$ im Stoßkreis.

$$\begin{aligned} R_2(I_0) &= r_1 = 8 \text{ } \Omega \\ u(i) &= r_2 \cdot (i - I_0) + U_0 = r_2 \cdot i + (r_1 - r_2) \cdot I_0 \\ &= r_2 \cdot i + \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right) \cdot U_0 = 0,5 \text{ } \Omega \cdot i + 375 \text{ V} \end{aligned} \quad (6.8)$$

In Realität sollte insbesondere r_1 viel größer und I_0 viel kleiner sein, als die Beispielwerte. Zur besseren Veranschaulichung in linearen Diagrammen und zur besseren Vergleichbarkeit wurden die speziellen Werte gewählt.

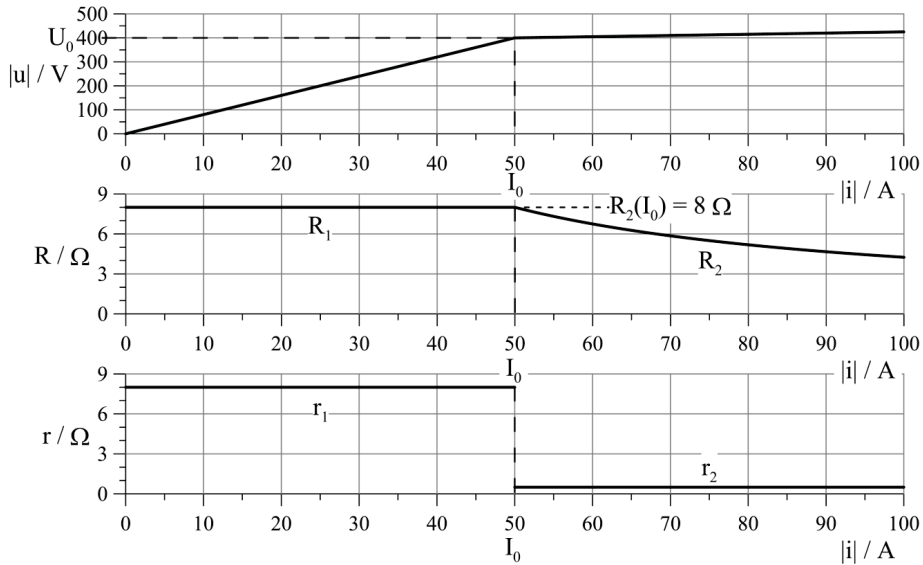


Abb. 6.6: Approximation der Kennlinie eines Metalloxidvaristors mit zwei Geradenabschnitten verschiedener differentieller Widerstände

Bei der Approximation der Belastung (Prüfobjekt), die als (nichtlinearer) Widerstand angenommen wird, beginnt der zeitliche Vorgang bei $t = 0$ immer mit dem großen Widerstand $r_1 = R_1$. Der Strom startet mit $i = 0$ ($< I_0$) (**Abb. 6.7** und **Abb. 6.8**) und im ersten Moment fällt die gesamte (Lade-)Spannung über der Stoßkreisinduktivität L ab.

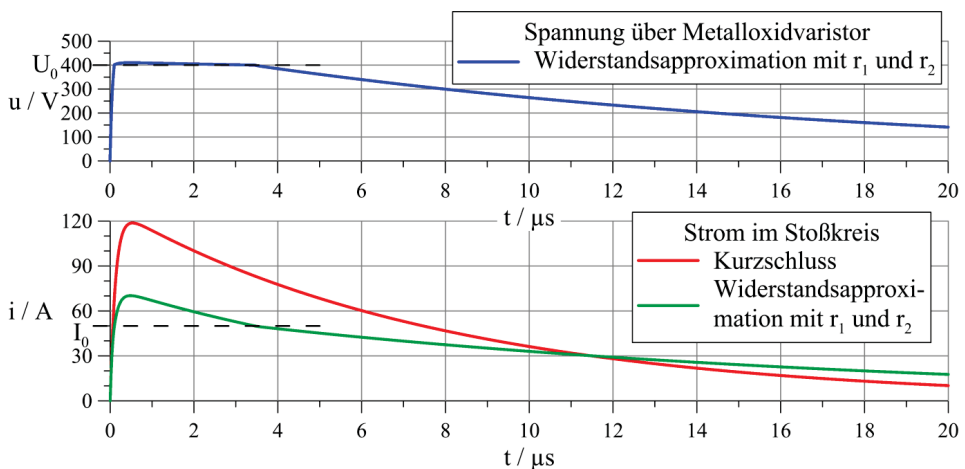


Abb. 6.7: Spannung am und Strom im Metalloxidvaristor bei Approximation mit zwei differentiellen Widerständen (aperiodisch gedämpfter Stoßkreis)

Beim periodisch gedämpften Stoßkreis erfolgt meist kurz nach dem Strombeginn der Übergang vom aperiodischen zum periodischen Fall. Wird der Umschlagpunkt dann ein weiteres Mal erreicht, führt der Übergang vom periodischen zum aperiodischen Fall dazu, dass kein Polaritätswechsel des Stromes und damit auch keine weitere Umschaltung der Stromfunktion mehr auftritt (**Abb. 6.8**).

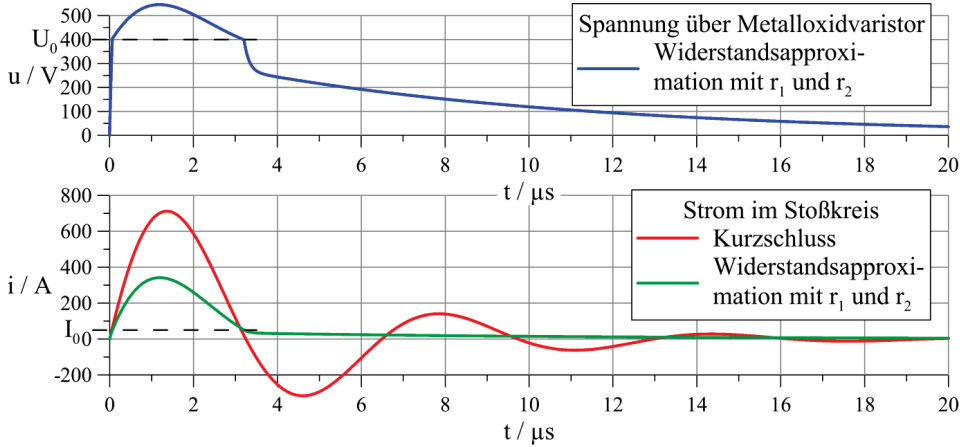


Abb. 6.8: Spannung am und Strom im Metalloxidvaristor bei Approximation mit zwei differentiellen Widerständen (periodisch gedämpfter Stoßkreis)

Problematisch ist die Feststellung der Umschaltzeitpunkte, wenn dies vor der eigentlichen Zeitverlaufsberechnung erfolgen soll. Meist ist die Bestimmung der Umschaltzeitpunkte nur numerisch iterativ möglich, da die Zeitfunktionen des Stromes nicht nach der Zeit t aufzulösen sind. Erfolgt die Zeitverlaufsberechnung punktweise, dann kann für jeden berechneten Stromwert die entsprechende Umschaltbedingung geprüft und bei Vorliegen der Bedingung auf die andere Berechnungsvorschrift für den folgenden Strombereich umgeschaltet werden.

Eine abschnittsweise Beschreibung des Stromverlaufes sieht für die Nachbildung der Kennlinie des Varistors mit zwei Geradenabschnitten folgendermaßen aus. Die Beschreibung erfolgt mit hyperbolischen Funktionen mit allgemein komplexen Argumenten, so dass der aperiodische oder der periodische Fall je nach Dämpfung abgebildet wird. Voraussetzung ist $U_L > U_0$, und die Zeitverlaufsberechnung beginnt stets mit R_1 , da $i(0) = 0$ gilt:

Abschnitt 1: $t \geq 0$ mit $0 \leq |i(t)| < I_0$ bzw. $0 \leq |u(t)| < U_0$

$$i(t) = U_L \cdot \frac{e^{-\frac{R+r_1}{2L} \cdot t}}{\sqrt{\left(\frac{R+r_1}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+r_1}{2L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t\right) \quad (6.9)$$

$$i(t_1) = I_0 \text{ bzw. } u(t_1) = U_0, \quad \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=t_1} = \frac{u_{C1} - (R+r_1) \cdot I_0}{L} \quad (6.10)$$

Abschnitt 2: $t \geq t_1$ mit $|i(t)| \geq I_0$ bzw. $|u(t)| \geq U_0$

$$i(t) = e^{-\frac{(R+r_2)}{2L} \cdot (t-t_1)} \cdot \left(\frac{u_{C1} - \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right) \cdot U_0 - \frac{R+r_2}{2} \cdot I_0}{\sqrt{\left(\frac{R+r_2}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+r_2}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_1)\right) + I_0 \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R+r_2}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_1)\right) \right) \quad (6.11)$$

$$\text{mit } u_{C1} = u_C(t_1) = U_L \cdot e^{-\frac{R+r_1}{2L} \cdot t_1} \cdot \left(\frac{\frac{R+r_1}{2}}{\sqrt{\left(\frac{R+r_1}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+r_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1\right) + \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R+r_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1\right) \right) \quad (6.12)$$

$$i(t_2) = I_0 \quad \text{bzw.} \quad u(t_2) = U_0, \quad \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=t_2} = \frac{u_{C2} - (R+r_1) \cdot I_0}{L} \quad (6.13)$$

Abschnitt 3: $t \geq t_2$ mit $|i(t)| < I_0$ bzw. $|u(t)| < U_0$

$$i(t) = e^{-\frac{R+r_1}{2L} \cdot (t-t_2)} \cdot \left(\frac{u_{C2} - \frac{R+r_1}{2} \cdot I_0}{\sqrt{\left(\frac{R+r_1}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+r_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_2)\right) + I_0 \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R+r_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_2)\right) \right) \quad (6.14)$$

mit

$$u_{C2} = u_C(t_2) = \left(1 - \frac{r_2}{r_1} \right) \cdot U_0 + e^{-\frac{R+r_2}{2L} \cdot (t_2-t_1)} \cdot \left(\frac{\frac{R+r_2}{2} \cdot \left(u_{C1} - \left(1 - \frac{r_2}{r_1} \right) \cdot U_0 \right) - \frac{L}{C} \cdot I_0}{\sqrt{\left(\frac{R+r_2}{2} \right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh \left(\sqrt{\left(\frac{R+r_2}{2 \cdot L} \right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t_2 - t_1) \right) + \left(u_{C1} - \left(1 - \frac{r_2}{r_1} \right) \cdot U_0 \right) \cdot \cosh \left(\sqrt{\left(\frac{R+r_2}{2 \cdot L} \right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t_2 - t_1) \right) \right) \quad (6.15)$$

usw.

6.2.2 Nachbildung einer Funkenstrecken-Kennlinie mit zwei Widerstandsgeraden

Im CLR-Stoßstromkreis soll jetzt als Belastung (Prüfobjekt) eine Funkenstrecke (FS) vorhanden sein (**Abb. 6.9**). Zur mathematischen Beschreibung des Stoßstromverlaufes wird die Kennlinie der Funkenstrecke mit zwei Widerstandsgeraden approximiert.

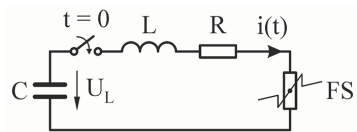


Abb. 6.9: Funkenstrecke (Kennlinie mit Widerstandsgeraden) in CLR-Stoßstromkreis

Die Untersuchung wird wieder für zwei Fälle, den aperiodisch gedämpften Kriechfall und den periodisch gedämpften Schwingfall, mit konkreten Kreisparametern durchgeführt. Dazu gelten die Vorgaben, die beim Metalloxidvaristor (Kapitel 6.2.1) gemacht wurden. Eine Widerstandsapproximation mit konstanten Widerständen R wird verwendet (**Abb. 6.10**).

Die Geradenapproximation der Funkenstrecke lautet mit Beispielwerten:

$$\text{für } 0 \leq |i(t)| < I_0 = 50 \text{ A} \quad \text{bzw.} \quad 0 \leq |u(t)| < U_0 = 400 \text{ V}$$

$$R_1 = 4 \cdot R_0 = 8 \, \Omega$$

$$r_1 = U_0/I_0 = R_1 = 8 \, \Omega$$

$$u(i) = R_1 \cdot i = 8 \, \Omega \cdot i$$

$$\text{für } |i(t)| \geq I_0 = 50 \text{ A} \quad \text{bzw.} \quad |u(t)| \geq U_0 = 400 \text{ V}$$

$$R_2 = 1/4 \cdot R_0 = 0,5 \, \Omega$$

$$r_2 = R_2 = 0,5 \, \Omega$$

$$u(i) = R_2 \cdot i = 0,5 \, \Omega \cdot i$$

Die Größenverhältnisse der Widerstände sind im Beispiel nicht real, sondern zur Verdeutlichung der Zusammenhänge und besseren Darstellung in den Diagrammen angepasst. Insbesondere sollte R_1 viel größer sein ($R_1 \rightarrow \infty$).

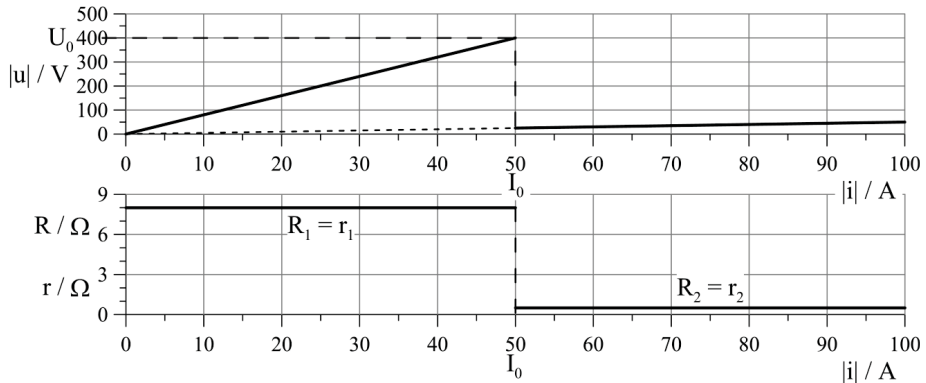


Abb. 6.10: Approximation der Kennlinie einer Funkenstrecke mit zwei konstanten Widerständen

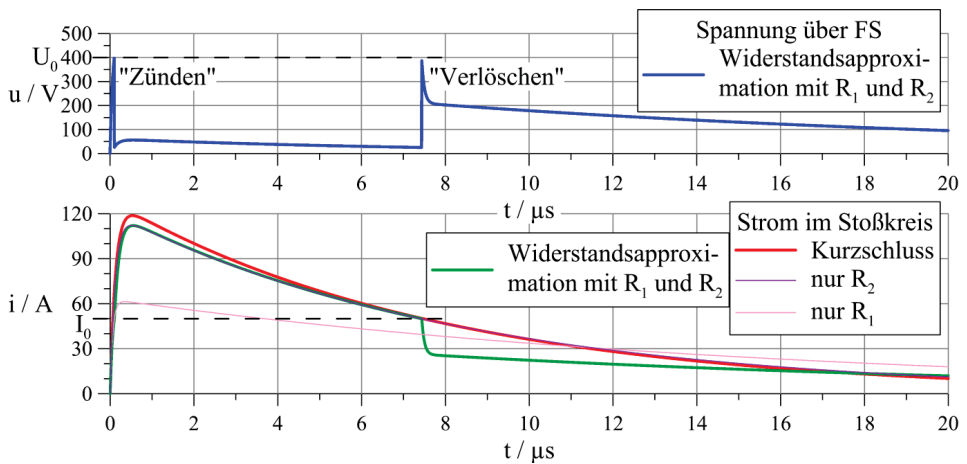


Abb. 6.11: Spannung an und Strom in der Funkenstrecke bei Widerstandsapproximation (aperiodisch gedämpfter Stoßkreis)

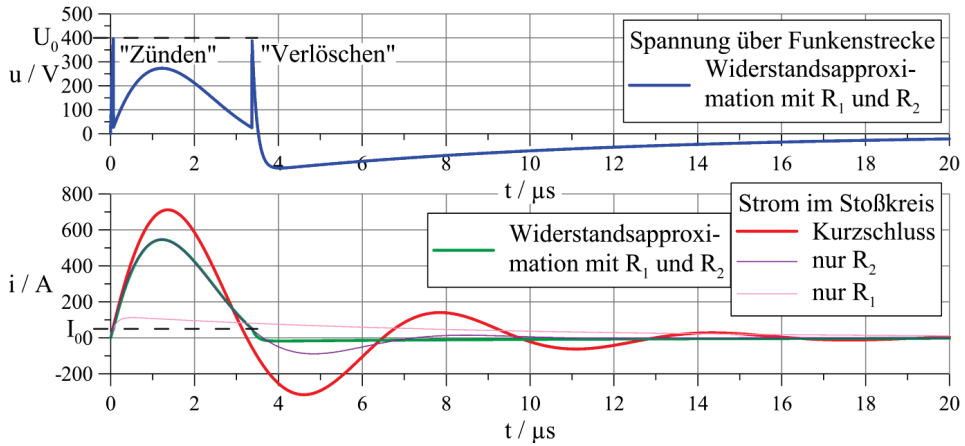


Abb. 6.12: Spannung an und Strom in der Funkenstrecke bei Widerstandsapproximation (periodisch gedämpfter Stoßkreis)

Die abschnittsweise Beschreibung des Stromverlaufes soll wieder angegeben werden. Vorausgesetzt wird wieder $U_L > U_0$. Die abschnittsweise Berechnung beginnt stets mit R_1 , da $i(0) = 0$:

Abschnitt 1: $t \geq 0$ mit $0 \leq |i(t)| < I_0$ bzw. $0 \leq |u(t)| < U_0$

$$i(t) = U_L \cdot \frac{e^{-\frac{R+R_1}{2L}t}}{\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t\right) \quad (6.16)$$

$$i(t_1) = I_0 \quad \text{bzw.} \quad u(t_1) = U_0 \quad \frac{di(t)}{dt} \Big|_{t=t_1} = \frac{u_{C1} - (R+R_2) \cdot I_0}{L} \quad (6.17)$$

Abschnitt 2: $t \geq t_1$ mit $|i(t)| \geq I_0$ bzw. $|u(t)| \geq U_0$

$$i(t) = e^{-\frac{R+R_2}{2L}(t-t_1)} \cdot \left[\frac{u_{C1} - \frac{R+R_2}{2} \cdot I_0}{\sqrt{\left(\frac{R+R_2}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_2}{2L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_1)\right) + I_0 \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_2}{2L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_1)\right) \right] \quad (6.18)$$

$$\text{mit } u_{C1} = u_C(t_1) = U_L \cdot e^{-\frac{R+R_1}{2L} \cdot t_1} \cdot \left(\frac{\frac{R+R_1}{2}}{\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1\right) + \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1\right) \right) \quad (6.19)$$

$$i(t_2) = I_0 \quad \text{bzw.} \quad u(t_2) = U_0 \quad , \quad \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=t_2} = \frac{u_{C2} - (R+R_1) \cdot I_0}{L} \quad (6.20)$$

Abschnitt 3: $t \geq t_2$ mit $|i(t)| < I_0$ bzw. $|u(t)| < U_0$

$$i(t) = e^{-\frac{R+R_1}{2L} \cdot (t-t_2)} \cdot \left(\frac{u_{C2} - \frac{R+R_1}{2} \cdot I_0}{\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_2)\right) + I_0 \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_2)\right) \right) \quad (6.21)$$

mit

$$u_{C2} = u_C(t_2) = e^{-\frac{R+R_2}{2L} \cdot (t_2-t_1)} \cdot \left(\frac{\frac{R+R_2}{2} \cdot u_{C1} - \frac{L}{C} \cdot I_0}{\sqrt{\left(\frac{R+R_2}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_2}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t_2-t_1)\right) + u_{C1} \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_2}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t_2-t_1)\right) \right) \quad (6.22)$$

usw.

6.2.3 Nachbildung einer Funkenstrecken-Kennlinie mit Widerstandsgerade und Konstantspannung

Im CLR-Stoßstromkreis wird als Belastung (Prüfobjekt) wieder eine Funkenstrecke (FS) eingesetzt (**Abb. 6.13**). Zur mathematischen Beschreibung des Stoßstromverlaufes soll die Kennlinie einer Funkenstrecke aber jetzt mit einer Widerstandsgerade und einer konstanten Spannung approximiert werden.

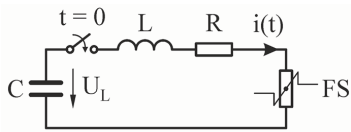


Abb. 6.13: Funkenstrecke (Widerstand und Lichtbogenspannung) in CLR-Stoßstromkreis

Die Untersuchung soll auch wieder für zwei Fälle, den aperiodisch gedämpften Kriechfall und den periodisch gedämpften Schwingfall, mit gegebenen Kreisparametern durchgeführt werden. Es gelten wieder die Vorgaben, die beim Metalloxidvaristor im Kapitel 6.2.1 genannt wurden. Die andere Approximation für die Funkenstrecke erfordert die Einführung der konstanten Lichtbogenspannung U_{LB} (Abb. 6.14).

Eine Geradenapproximation der Kennlinie einer Funkenstrecke ergibt dafür im Beispiel:

$$\text{für } 0 \leq |i(t)| < I_0 = 50 \text{ A} \quad \text{bzw.} \quad 0 \leq |u(t)| < U_0 = 400 \text{ V}$$

$$R_1 = 4 \cdot R_0 = 8 \, \Omega$$

$$r_1 = U_0/I_0 = R_1 = 8 \, \Omega$$

$$u(i) = R_1 \cdot i = 8 \, \Omega \cdot i$$

$$\text{für } |i(t)| \geq I_0 = 50 \text{ A} \quad \text{bzw.} \quad |u(t)| \geq U_0 = 400 \text{ V}$$

$$u(i) = U_{LB} = 25 \text{ V} = \text{konst}$$

$$R_2 = U_{LB}/i = 25 \text{ V}/i, \quad R_2(I_0) = U_{LB}/I_0 = 0,5 \, \Omega$$

$$r_2 = 0$$

Die Größe des Widerstandes R_1 ist hier im Beispiel ebenfalls nicht real, R_1 muss für konkrete Funkenstrecken viel größer angenommen werden ($R_1 \rightarrow \infty$).

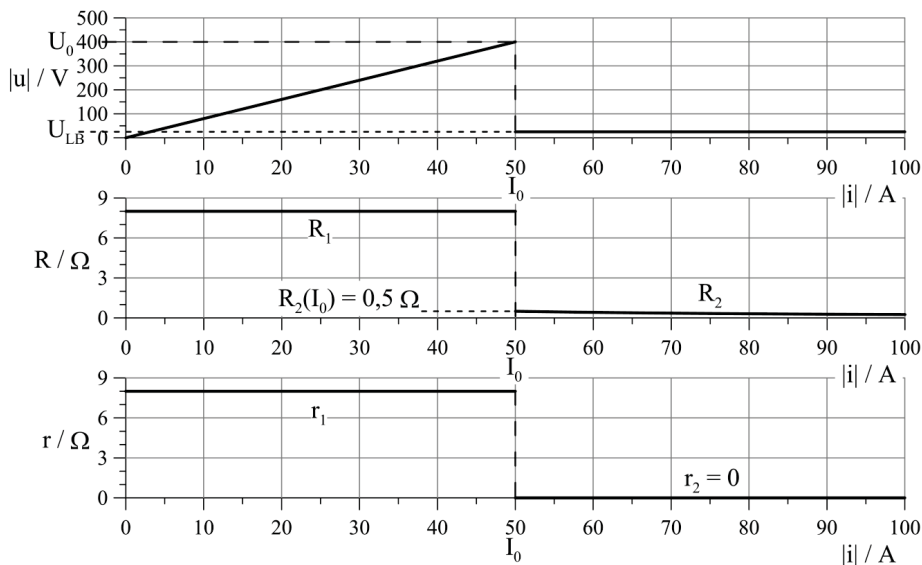


Abb. 6.14: Approximation der Kennlinie einer Funkenstrecke mit einem konstanten Widerstand und einer konstanten Lichtbogenspannung

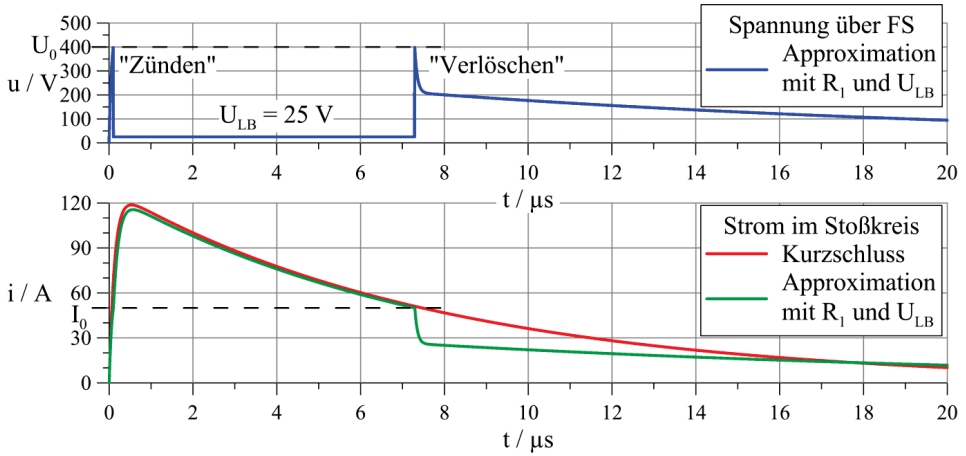


Abb. 6.15: Spannung an und Strom in einer Funkenstrecke bei Approximation mit einem konstanten Widerstand und einer konstanten Lichtbogenspannung (aperiodisch gedämpfter Stoßkreis)

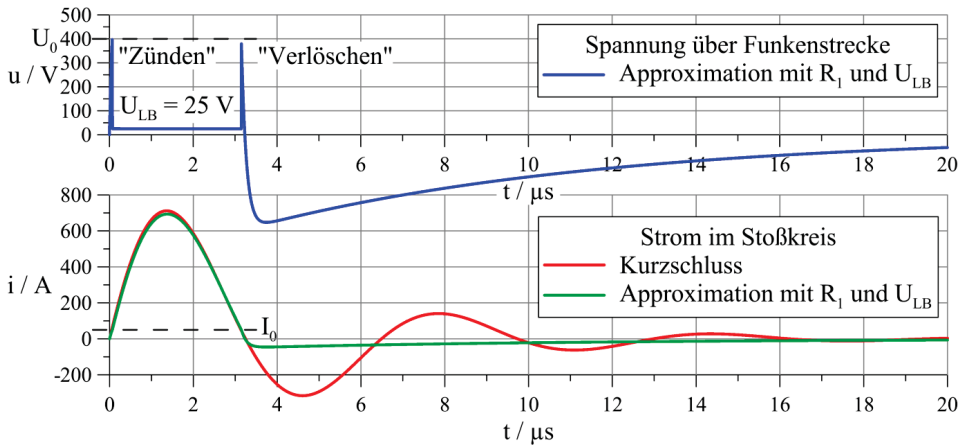


Abb. 6.16: Spannung an und Strom in einer Funkenstrecke bei Approximation mit einem konstanten Widerstand und einer konstanten Lichtbogenspannung (periodisch gedämpfter Stoßkreis)

Eine abschnittsweise Beschreibung des Stromverlaufes erfolgt unter der Voraussetzung, dass $U_L > U_0$ und $U_L > U_{LB}$ sowie dass der Berechnungsbeginn stets mit R_1 startet, da $i(0) = 0$ gelten muss:

Abschnitt 1: $t \geq 0$ mit $0 \leq |i(t)| < I_0$ bzw. $0 \leq |u(t)| < U_0$

$$i(t) = U_L \cdot \frac{e^{-\frac{R+R_1}{2L} \cdot t}}{\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}}\right) \cdot t\right) \quad (6.23)$$

$$i(t_1) = I_0 \quad \text{bzw.} \quad u(t_1) = U_0 \quad , \quad \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=t_1} = \frac{u_{C1} - U_{LB} - R \cdot I_0}{L} \quad (6.24)$$

Abschnitt 2: $t \geq t_1$ mit $|i(t)| \geq I_0$ bzw. $|u(t)| \geq U_0$

$$i(t) = e^{-\frac{R}{2L} \cdot (t-t_1)} \cdot \left(\frac{u_{C1} - U_{LB} - \frac{R}{2} \cdot I_0}{\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_1)\right) + I_0 \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_1)\right) \right) \quad (6.25)$$

$$\text{mit } u_{C1} = u_C(t_1) = U_L \cdot e^{-\frac{R+R_1}{2L} \cdot t_1} \cdot \left(\frac{\frac{R+R_1}{2}}{\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1\right) + \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1\right) \right) \quad (6.26)$$

$$i(t_2) = I_0 \quad \text{bzw.} \quad u(t_2) = U_0 \quad , \quad \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=t_2} = \frac{u_{C2} - (R+R_1) \cdot I_0}{L} \quad (6.27)$$

Abschnitt 3: $t \geq t_2$ mit $|i(t)| < I_0$ bzw. $|u(t)| < U_0$

$$i(t) = e^{-\frac{R+R_1}{2L} \cdot (t-t_2)} \cdot \left(\frac{u_{C2} - \frac{R+R_1}{2} \cdot I_0}{\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_2)\right) + I_0 \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R+R_1}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_2)\right) \right) \quad (6.28)$$

mit

$$u_{C2} = u_C(t_2) = U_{LB} + e^{-\frac{R}{2L} \cdot (t_2 - t_1)} \cdot \left(\frac{\frac{R}{2} \cdot (u_{C1} - U_{LB}) - \frac{L}{C} \cdot I_0}{\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t_2 - t_1)\right) + (u_{C1} - U_{LB}) \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t_2 - t_1)\right) \right) \quad (6.29)$$

usw.

6.2.4 Nachbildung einer idealen Überspannungsschutzeinrichtung

Im CLR-Stoßstromkreis soll noch das Verhalten einer idealen Überspannungsschutzeinrichtung (ÜSE) als Belastung (Prüfobjekt) betrachtet werden (**Abb. 6.17**). Ideal bedeutet, dass eine sprungförmige zum Ursprung zentrosymmetrische Spannungs-Strom-Kennlinie der Überspannungsschutzeinrichtung vorliegt. Der Betrag einer anliegenden Spannung kann unabhängig vom Strom einen konstanten vorgegebenen Wert nicht überschreiten.

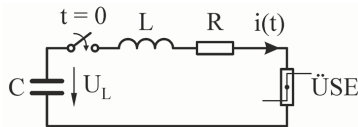


Abb. 6.17: Ideale Überspannungsschutzeinrichtung im CLR-Stoßstromkreis

Die Untersuchung wird wieder für die zwei Fälle, den aperiodisch gedämpften Kriechfall und den periodisch gedämpften Schwingfall, mit konkreten Kreisparametern durchgeführt. Dazu gelten auch wieder die Vorgaben, die beim Metalloxidvaristor im Kapitel 6.2.1 gemacht wurden. Zur mathematischen Beschreibung wird eine Sprungfunktion für die Spannung mit dem Wert der Begrenzungsspannung U_B verwendet (**Abb. 6.18**).

Folgende Geradenapproximation der idealen Überspannungsschutzeinrichtung mit Beispielwerten wird verwendet:

$$\begin{aligned} \text{für } |i(t)| = I_0 = 0 \quad \text{bzw.} \quad 0 \leq |u(t)| < U_0 = U_B = 400 \text{ V} \quad (100 \text{ V}) \\ R_1 \rightarrow \infty, \quad r_1 = R_1 \rightarrow \infty \\ \text{für } |i(t)| > I_0 = 0 \quad \text{bzw.} \quad |u(t)| \geq U_0 = U_B = 400 \text{ V} \quad (100 \text{ V}) \\ R_2 = U_0/i = U_B/i = 400 \text{ V/i} \quad (= 100 \text{ V/i}), \quad r_2 = 0 \\ u = U_0 = U_B = 400 \text{ V} = \text{konst} \neq u(i) \quad (100 \text{ V}) \end{aligned}$$

Für die Überspannungsschutzeinrichtung im periodisch gedämpften Stoßkreis wird das Verhalten bei zwei verschiedenen Begrenzungsspannungen untersucht, zusätzlich zu $U_B = 400 \text{ V}$ wird die in Klammern angegebene Spannung $U_B = 100 \text{ V}$ verwendet. Die Überspannungsschutzeinrichtung wirkt wie eine Lichtbogen- bzw. Gegenspannung im Kreis, die idealisiert als Gleichspannungsquelle angesehen werden kann. Diese wirkt praktisch der Ladespannung der Kapazität entgegen und man würde den gleichen Stromfluss auch erhalten, wenn man im Kurzschluss (ohne ÜSE im Kreis) die Ladespannung um die Begrenzungsspannung reduziert.

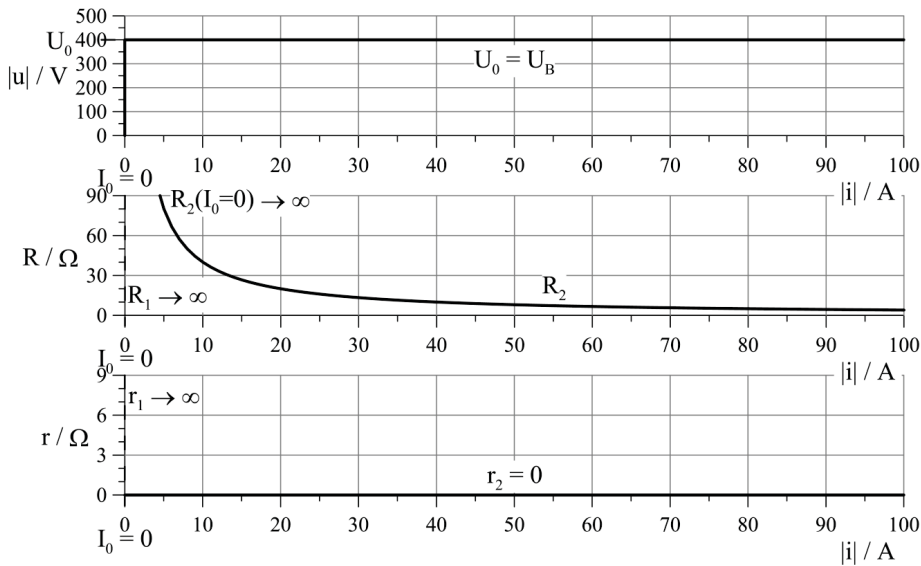


Abb. 6.18: Ideale Überspannungsschutzeinrichtung mit Begrenzungsspannung

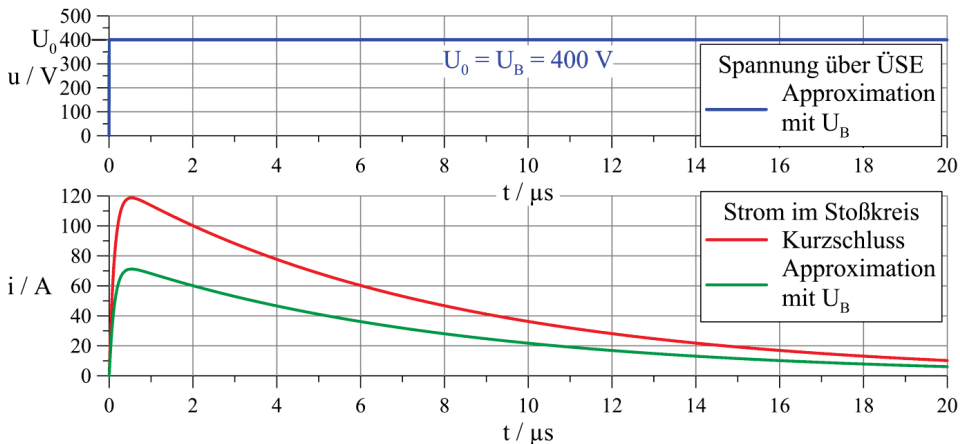


Abb. 6.19: Spannung an und Strom in einer idealen Überspannungsschutzeinrichtung (aperiodisch gedämpfter Stoßkreis)

Eine solche Gleichspannungsquelle im aperiodisch gedämpften Stoßkreis führt dazu, dass die Stoßkapazität bis auf den Wert dieser Gleichspannungsquelle entladen wird (Abb. 6.19). Dieser Vorgang ist theoretisch erst bei $t \rightarrow \infty$ abgeschlossen und demzufolge wird der Strom auch erst dann zu Null. Die ideale Überspannungsschutzeinrichtung geht zu einer endlichen Zeit nicht wieder in den hochohmigen Zustand mit $r_1 = R_1 \rightarrow \infty$ über.

Im Fall des periodisch gedämpften Stoßkreises muss diese idealisierte Gleichspannungsquelle beim Polaritätswechsel des Stromes ebenfalls ihr Vorzeichen wechseln. Dies wird aber immer nur dann erforderlich, wenn der Betrag der Spannung über der Überspannungsschutzeinrichtung nach Stromnull wieder den Wert der Begrenzungsspannung überschreitet. Ansonsten kommt es zu keinem erneuten Stromfluss (Abb. 6.20).

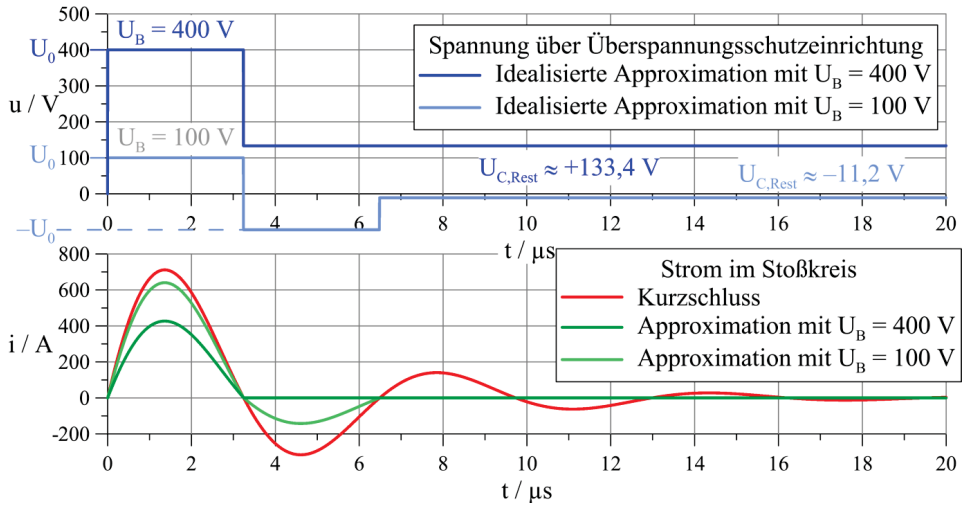


Abb. 6.20: Spannung an und Strom in einer idealen Überspannungsschutzeinrichtung (periodisch gedämpfter Stoßkreis)

Beim periodisch gedämpften Stoßkreis kommt es nach **Abb. 6.20** nicht zu einer Umkehrung des Stromflusses, da die Spannung -400 V an der Überspannungsschutzeinrichtung nicht unterschreitet. Damit bleibt dort die Restspannung $U_{C,Rest}$, die bei Stromnull an der Stoßkapazität vorlag, erhalten. Bei $U_B = 100\text{ V}$ findet eine Stromumkehr statt, aber keine weitere, danach bleibt ebenfalls eine Restspannung $U_{C,Rest}$, kleiner als U_B , bestehen.

Die abschnittsweise Beschreibung des Stromverlaufes wird mit der Voraussetzung $U_L > U_B$ durchgeführt. Der Beginn der Berechnung erfolgt stets mit $u(t) = U_B$, da $i(0) = 0$, wobei $U_B > 0$ angenommen wird.

Abschnitt 1: $t \geq 0$ mit $i(t) > 0$

$$i(t) = (U_L - U_B) \cdot \frac{e^{-\frac{R}{2L} \cdot t}}{\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t\right) \quad (6.30)$$

$i(t_1) = 0$ wenn t_1 reell, sonst $t_1 \rightarrow \infty$

Abschnitt 2: $t \geq t_1$ mit $i(t) < 0$ wenn $|u_{C1}| > U_B$, sonst $i(t) = 0$

$$t_1 = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2}} \quad (6.31)$$

$$i(t) = (u_{C1} + U_B) \cdot \frac{e^{-\frac{R}{2L} \cdot (t-t_1)}}{\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t-t_1)\right) \quad (6.32)$$

$$\text{mit } u_{C1} = u_C(t_1) = U_B - (U_L - U_B) \cdot e^{-\frac{\pi}{\sqrt{4\frac{L}{C} - R^2}}} \quad (6.33)$$

$$i(t_2) = 0 \quad (\text{wenn } t_2 \text{ reell, sonst } t_2 \rightarrow \infty)$$

Abschnitt 3: $t \geq t_2$ mit $i(t) > 0$ wenn $|u_{C2}| > U_B$, sonst $i(t) = 0$

$$t_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2}} \quad (6.34)$$

$$i(t) = (u_{C2} - U_B) \cdot \frac{e^{-\frac{R}{2L} \cdot (t-t_2)}}{\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot (t - t_2)\right) \quad (6.35)$$

$$\text{mit } u_{C2} = u_C(t_2) = -U_B - 2 \cdot U_B \cdot e^{-\frac{\pi}{\sqrt{4\frac{L}{C} - R^2}}} + (U_L - U_B) \cdot e^{-\frac{2\pi}{\sqrt{4\frac{L}{C} - R^2}}} \quad (6.36)$$

usw.

6.3 Vergleich von CLR-Stoßkreis und Crowbar-Stoßkreis

Der Vergleich von CLR-Stoßkreis (CLR) und CLR-Crowbar-Stoßkreis (CB) ist nur für aperiodische Impulsströme sinnvoll, wenn man von der Erzeugung sinusförmiger Ströme oder von Sinushalbwellenströmen absieht (Kapitel 7.7). Genau so erfolgt hier die Auslegung der Generatoren nur für aperiodische Stoßströme, insbesondere für den 10/350- μ s-Erstblitzstoßstrom ([N10]).

Beide Schaltungen bzw. Generatoren sind niederohmige Stromquellen, die für niederimpedante (ohmsch-induktive) Belastungen bzw. Prüfobjekte geeignet sind. Der einfache CLR-Reihenkreis kann auch mit Prüfobjekten belastet werden, die einen relativ großen ohmschen Widerstand aufweisen. Wenn die Größe des Widerstandes bekannt ist, dann kann dieser bei der Dimensionierung des Kreises eingerechnet werden. In Abhängigkeit von gewünschter Stromform, Stromamplitude und Ladespannung liegt dabei eine Grenze im Wesentlichen für die ohmsche Belastung vor. Im Gegensatz dazu kann der CLR-Crowbar-Kreis mit Prüfobjekten belastet werden, die eine relativ große Induktivität aufweisen. Auch diese muss von ihrer Größe bekannt sein und kann so bei der Dimensionierung des Kreises berücksichtigt werden. Die gewünschte Stromform, Stromamplitude und Ladespannung legt hierbei die Grenze dieser induktiven Belastung fest.

Für den Crowbar-Kreis wird die Anordnung des Wirkwiderstandes festgelegt. In der Stoßkreisschaltung mit Crowbar-Schalter soll wie beim einfachen CLR-Stoßkreis nur ein Wirkwiderstand vorhanden sein. Da der Wirkwiderstand R_{Cq} im Crowbar-Querzweig kleiner als der Wirkwiderstand R_p im Prüfobjektzweig ist, soll R_{Cq} vernachlässigt werden und vereinfachend der zusammengefasste Widerstand R bzw. R_s des Crowbar-Kreises im Prüfobjektzweig (Längszweig) angeordnet werden ($R_{Cq} \approx R_p/3$ [65], [N10]).

Für den Vergleich ergeben sich beim Crowbar-Stoßkreis zwei Zusatzannahmen, da im Gegensatz zum aperiodischen CLR-Stoßkreis im Zeitverlauf ein weiterer Schaltvorgang auftritt. Die Annahmen, dass der Crowbar-Schalter immer zum Zeitpunkt, wo die Spannung an der Stoßkapazität Null ist ($t_{uc=0}$), oder immer zur gleichen idealen Zeit für den theoretischen Kurzschlussfall (t_{uc0KS}) geschlossen wird, sind denkbar.

6.3.1 Definition der Bezugsgrößen für den Vergleich

Als charakteristischer Stoßkreiswiderstand R_c wird das Verhältnis von Ladespannung U_L der Stoßkapazität C_s zum Stoßstromscheitelwert \hat{I}_{KS} für den idealen Kurzschlussfall (KS) eingeführt:

$$R_c = \frac{U_L}{\hat{I}_{KS}} \quad , \quad R_c = R_f = \frac{\hat{U}_{LL}}{\hat{I}_{KS}} \quad (6.37)$$

Der charakteristische Stoßkreiswiderstand R_c entspricht dem bei Hybridgeneratoren angegebenen fiktiven Innenwiderstand R_f , da im Leerlauf (LL) von CLR-Reihenkreis oder im Leerlauf von CLR-Crowbarkreis als Scheitelwert der Impulsspannung \hat{U}_{LL} (Spannungssprung) die Ladespannung U_L der Stoßkapazität auftritt. Analog wird die charakteristische Stoßkreisinduktivität L_c das Produkt aus charakteristischem Stoßkreiswiderstand R_c und Scheitelzeit t_{iKS} für den idealen Kurzschlussfall angegeben:

$$L_c = R_c \cdot t_{iKS} = \frac{U_L}{\hat{I}_{KS}} \cdot t_{iKS} \quad (6.38)$$

Als Bezugsgröße für Spannungen wird die Ladespannung U_L selbst herangezogen. Die gewählten Bezugsgrößen sind unabhängig davon, ob ein einfacher CLR-Stoßkreis oder ein Stoßkreis mit Crowbar-Schalter zur Stoßstromerzeugung eingesetzt wird.

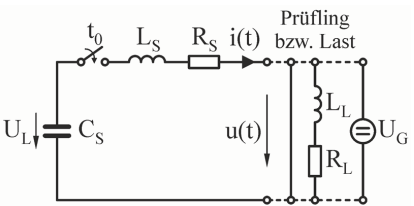
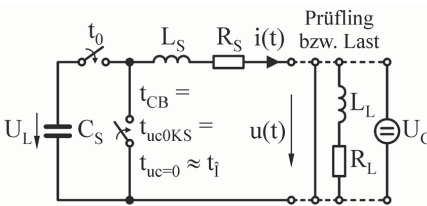
Anzumerken ist, dass bei vielen realisierten Generatoren zur Blitzstromerzeugung beim CLR-Stoßkreis relativ kleine Ladespannungen von meist nur wenigen 10 kV bei großer Stoßkapazität (einige 100 μF) und für Crowbar-Stoßkreise relativ große Ladespannungen von typisch 100 kV und darüber bei relativ kleiner Stoßkapazität (wenige 10 μF) genutzt werden.

6.3.2 Vergleichende Gegenüberstellung von CLR-Kreis und Crowbar-Kreis

Die Abhängigkeiten der 5 Stoßstromkenngrößen Stromscheitelwert \hat{I} , Ladung Q , Spezifische Energie SE sowie Stirnzeit T_1 und Rückenhalbwertszeit T_2 vom Lastwiderstand R_L und von der Lastinduktivität L_L oder einer Gegenspannung U_G (konstante Spannung als Last) sollen betrachtet werden. Dabei werden die Stoßstromkenngrößen auf die Nennwerte im Generator-kurzschluss bezogen und heißen dann \hat{I}/\hat{I}_{KS} , Q/Q_{KS} , SE/SE_{KS} , T_1/T_{1KS} und T_2/T_{2KS} . Es wird stets angenommen, dass die Stoßströme in gesamter zeitlicher Länge auftreten ($i \rightarrow 0$ bei $t \rightarrow \infty$). Die Elemente oder Kenngrößen der Belastung am Generator werden ebenfalls bezogen verwendet, wobei sich die Größen R_L/R_c , L_L/L_c und U_G/U_L ergeben. Die Kenngrößen für die Stromform τ_1 und τ_2 oder τ und ω sollen ohne Kennzeichnung für den idealen Kurzschlussfall gelten und werden bei der Berechnung entsprechend angepasst. Die Darstellung des Vergleiches erfolgt nur für aperiodische Stoßströme und dabei nur für eine spezielle Stromform.

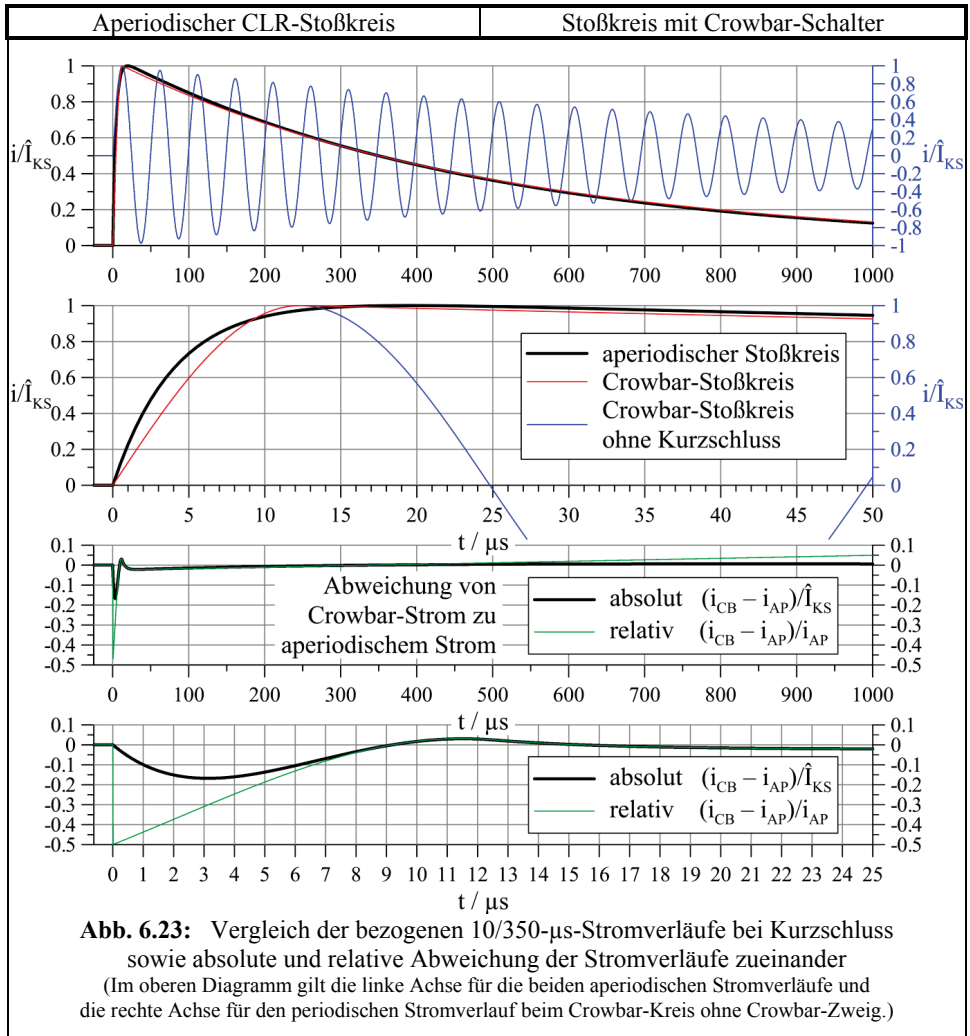
Dies gilt insbesondere, weil die Crowbar-Schaltung dazu dient, einen periodisch gedämpften Stoßstrom in einen aperiodischen Strom zu überführen und somit keine gedämpft schwingenden Ströme erzeugt werden. Damit dürfen Veränderungen im aperiodisch gedämpften CLR-Stoßkreis auch nur bis zum aperiodischen Grenzfall (aper. GF) und nicht zum Schwingfall führen. Gewählt wurde die Stromform 10/350 μs für die Abbildung des Erstblitzstoßstromes mit einer Stirnzeit $T_1 = t_s = 10 \mu\text{s}$ und einer Rückenhalfwertszeit $T_2 = t_r = 350 \mu\text{s}$.

Der Vergleich wird anhand einer tabellarischen Gegenüberstellung von Gleichungen und Diagrammen vorgenommen.

Aperiodisch gedämpfter CLR-Stoßkreis (CLR)	Periodisch gedämpfter Stoßkreis mit Crowbar-Schalter (CB)
Vereinfachte Stoßkreisschaltungen mit Belastungen	
	
Abb. 6.21: Aperiodischer CLR-Stoßkreis Aperiodischer Fall mit starker Dämpfung $R_S > 2 \cdot \sqrt{L_S/C_S}$ $R > 2 \cdot \sqrt{L/C_S} \quad R = R_S + R_L \quad L = L_S + L_L$	Abb. 6.22: CLR-Crowbar-Stoßkreis Schwingfall mit schwacher Dämpfung $R_S < 2 \cdot \sqrt{L_S/C_S}$ $R < 2 \cdot \sqrt{L/C_S} \quad R = R_S + R_L \quad L = L_S + L_L$

6.3.2.1 Stromverlauf bei Kurzschluss

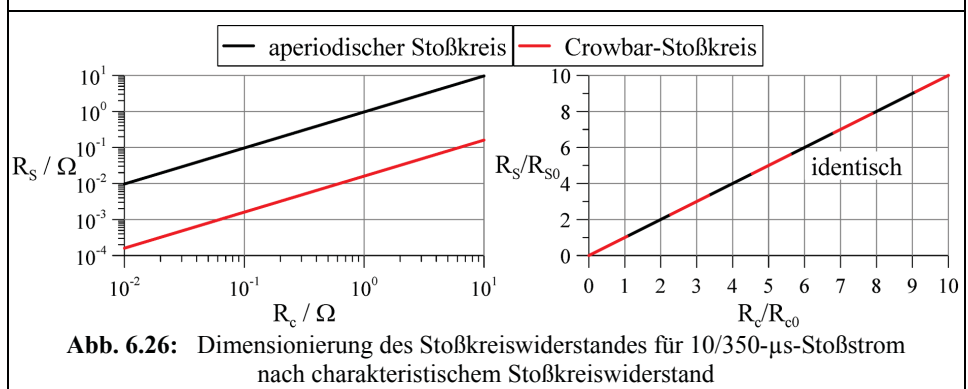
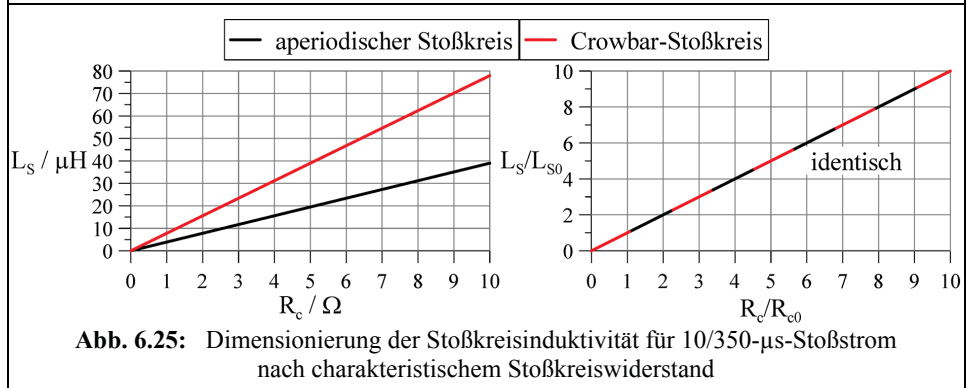
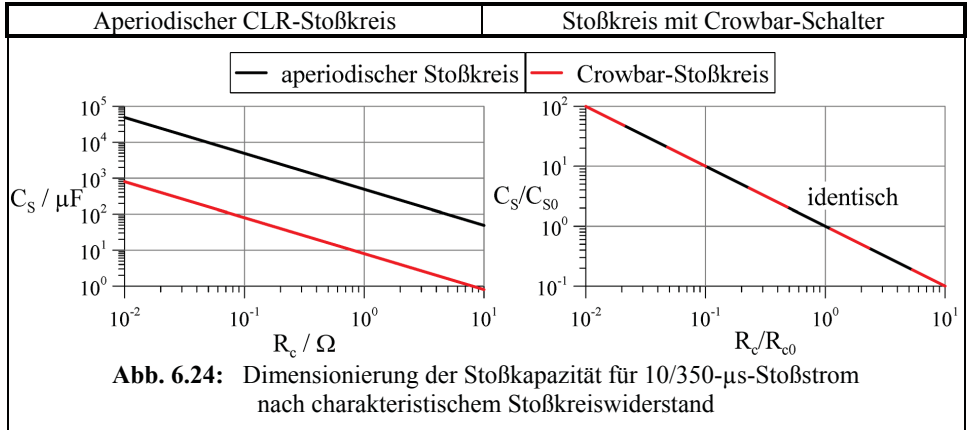
Aperiodischer CLR-Stoßkreis	Stoßkreis mit Crowbar-Schalter
Zeitverlauf	
für $t \geq t_0 = 0$ bis $t \rightarrow \infty$ $i(t) = \hat{I}_{KS} / \eta_{KS} \cdot (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2})$ $i(t) = U_L / \sqrt{R_S^2 - 4 \cdot L_S / C_S} \cdot (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2})$	für $t \geq t_0 = 0$ bis $t_{CB} = t_{uc0KS} = t_{uc=0}$ $i(t) = \hat{I}_{KS} / \eta_{KS} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot e^{-t/\tau}$ $i(t) = U_L / (\omega \cdot L_S) \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot e^{-t/\tau}$ für $t \geq t_{CB} = t_{uc0KS} = t_{uc=0}$ bis $t \rightarrow \infty$ $i(t) = \hat{I}_{KS} \cdot e^{-2/\tau(t-t_{uc0KS})} / e^{(\pi - 2 \arctan(\omega \cdot \tau)) / (\omega \cdot \tau)}$ $= \hat{I}_{KS} \cdot e^{-2t/\tau + \pi / (\omega \cdot \tau)}$ mit $t_{uc=0} = (\pi - \arctan(\omega \cdot \tau)) / \omega$
Stromausnutzungsfaktor = Scheitelfaktor	
$\eta_{KS} = (\tau_1 / \tau_2)^{1/(1-\tau_1/\tau_2)} \cdot (1 - 1/(\tau_1 / \tau_2))$	$\eta_{KS} = e^{-\arctan(\omega \cdot \tau) / (\omega \cdot \tau)} / \sqrt{1 + 1/(\omega \cdot \tau)^2}$
Zeitkonstanten	
$\tau_{1,2} = R_S \cdot C_S / 2 \pm \sqrt{(R_S \cdot C_S / 2)^2 - L_S \cdot C_S}$	Kreisfrequenz und Zeitkonstante $\omega = \sqrt{1/(L_S \cdot C_S) - 1/\tau^2} \quad \tau = 2 \cdot L_S / R_S$
Zeitkonstanten-Verhältnis	
$F = \tau_1 / \tau_2 = (R_S^2 \cdot C_S) / (2 \cdot L_S) \cdot \left(1 + \sqrt{1 - (4 \cdot L_S) / (R_S^2 \cdot C_S)}\right) - 1$	Kreisfrequenz-Zeitkonstanten-Produkt $F = \omega \cdot \tau = \sqrt{(2/R_S)^2 \cdot L_S / C_S - 1}$



6.3.2.2 Dimensionierung der Kreiselemente auf Kurzschluss

Aperiodischer CLR-Stoßkreis	Stoßkreis mit Crowbar-Schalter
Bezugsgröße: $R_{c0} = 1 \Omega$ ($U_L = 1 \text{ kV}$, $\hat{I}_{KS} = 1 \text{ kA}$)	
$\tau_{10} \approx 470 \mu\text{s}$, $\tau_{20} \approx 4,06 \mu\text{s}$ $R_{S0} = (1 + \tau_{20}/\tau_{10}) \cdot (\tau_{10}/\tau_{20})^{1/(1-\tau_{10}/\tau_{20})} \cdot R_{c0}$ $R_{S0} \approx 968 \text{ m}\Omega$ $C_{S0} = \tau_{10} \cdot (\tau_{10}/\tau_{20})^{1/(\tau_{10}/\tau_{20}-1)} \cdot 1/R_{c0}$ $C_{S0} \approx 490 \mu\text{F}$ $L_{S0} = \tau_{20} \cdot (\tau_{10}/\tau_{20})^{1/(1-\tau_{10}/\tau_{20})} \cdot R_{c0}$ $L_{S0} \approx 3,9 \mu\text{H}$	$\tau_0 \approx 973,5 \mu\text{s}$, $\omega_0 \approx 0,13 (\mu\text{s})^{-1}$ $R_{S0} = 2 \cdot e^{-\arctan(\omega_0 \cdot \tau_0)/(\omega_0 \cdot \tau_0)} / \sqrt{1 + (\omega_0 \cdot \tau_0)^2} \cdot R_{c0}$ $R_{S0} \approx 16 \text{ m}\Omega$ $C_{S0} = 1 / \left(\sqrt{\omega_0^2 + 1/\tau_0^2} \cdot e^{-\arctan(\omega_0 \cdot \tau_0)/(\omega_0 \cdot \tau_0)} \right) \cdot 1/R_{c0}$ $C_{S0} \approx 8 \mu\text{F}$ $L_{S0} = e^{-\arctan(\omega_0 \cdot \tau_0)/(\omega_0 \cdot \tau_0)} / \sqrt{\omega_0^2 + 1/\tau_0^2} \cdot R_{c0}$ $L_{S0} \approx 7,8 \mu\text{H}$

Aperiodischer CLR-Stoßkreis	Stoßkreis mit Crowbar-Schalter
Stoßkreiskapazität	
$C_S = (\tau_1 - \tau_2) / \eta_{KS} \cdot 1/R_c$	$C_S = (\omega / \eta_{KS}) / (\omega^2 + 1/\tau^2) \cdot 1/R_c$
$C_S = \tau_1 \cdot (\tau_1 / \tau_2)^{1/(\tau_1/\tau_2 - 1)} \cdot 1/R_c$	$C_S = e^{\arctan(\omega\tau)/(\omega\tau)} / \sqrt{\omega^2 + 1/\tau^2} \cdot 1/R_c$
Verhältnisdarstellung: $C_S/C_{S0} = 1/(R_c/R_{c0})$ umgekehrte Proportionalität	
Stoßkreisinduktivität	
$L_S = \eta_{KS} / (1/\tau_2 - 1/\tau_1) \cdot R_c$	$L_S = \eta_{KS} / \omega \cdot R_c$
$L_S = \tau_2 \cdot (\tau_1 / \tau_2)^{1/(1-\tau_1/\tau_2)} \cdot R_c$	$L_S = e^{-\arctan(\omega\tau)/(\omega\tau)} / \sqrt{\omega^2 + 1/\tau^2} \cdot R_c$
Verhältnisdarstellung: $L_S/L_{S0} = R_c/R_{c0}$ direkte Proportionalität	
Stoßkreiswiderstand	
$R_S = (1 + 2/(\tau_1/\tau_2 - 1)) \cdot \eta_{KS} \cdot R_c$	$R_S = 2 \cdot \eta_{KS} / (\omega \cdot \tau) \cdot R_c$
$R_S = (1 + \tau_2/\tau_1) \cdot (\tau_1/\tau_2)^{1/(1-\tau_1/\tau_2)} \cdot R_c$	$R_S = 2 \cdot e^{-\arctan(\omega\tau)/(\omega\tau)} / \sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2} \cdot R_c$
Verhältnisdarstellung: $R_S/R_{S0} = R_c/R_{c0}$ direkte Proportionalität	
Verhältnis von charakteristischer Stoßkreisinduktivität zu Stoßkreisinduktivität	
$L_c/L_S = \ln(\tau_1/\tau_2) \cdot (\tau_1/\tau_2)^{1/(\tau_1/\tau_2 - 1)} / (1 - \tau_2/\tau_1)$	$L_c/L_S = \arctan(\omega\tau) \cdot e^{\arctan(\omega\tau)/(\omega\tau)} \cdot \sqrt{1 + 1/(\omega\tau)^2}$
Verhältnis von charakteristischem Stoßkreiswiderstand zu Stoßkreiswiderstand	
$R_c/R_S = (\tau_1/\tau_2)^{1/(\tau_1/\tau_2 - 1)} / (1 + \tau_2/\tau_1)$	$R_c/R_S = e^{\arctan(\omega\tau)/(\omega\tau)} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2} / 2$
Ersatzgröße	
$K = R_S^2 \cdot C_S / L_S = \tau_1/\tau_2 + \tau_2/\tau_1 + 2$	$K = R_S^2 \cdot C_S / L_S = 4/(1 + \omega^2 \cdot \tau^2)$
Kenngrößen für 10/350-µs-Stoßstrom ($T_1/T_2 = 10/350$ µs):	
$\tau_1 \approx 470$ µs , $\tau_2 \approx 4,06$ µs	$\tau \approx 973$ µs , $\omega \approx 0,13$ (µs) ⁻¹
$\tau_1/\tau_2 \approx 115,7$, $\eta_{KS} \approx 0,951$	$\omega \cdot \tau \approx 123$, $\eta_{KS} \approx 0,987$
$t_{iKS} \approx 19,5$ µs	$t_{iKS} \approx 12,3$ µs , $t_{uc0KS} = t_{uc=0} \approx 12,5$ µs
$C_S \approx 490 \cdot \hat{I}_{KS} / U_L$	$i_{uc0KS} \approx 0,9999 \cdot \hat{I}_{KS}$
$L_S \approx 3,9 \cdot U_L / \hat{I}_{KS}$	$C_S \approx 8 \cdot \hat{I}_{KS} / U_L$
$R_S \approx 968 \cdot U_L / \hat{I}_{KS}$	$L_S \approx 7,8 \cdot U_L / \hat{I}_{KS}$
$R_c/R_S \approx 1,03$, $L_c/L_S \approx 4,9$	$R_S \approx 16 \cdot U_L / \hat{I}_{KS}$
$K \approx 118$	$R_c/R_S \approx 62,4$, $L_c/L_S \approx 1,58$
$Q_{KS} \approx 0,49 \cdot \hat{I}_{KS}$, $SE_{KS} \approx 0,25 \cdot \hat{I}_{KS}^2$	$K \approx 2,63 \cdot 10^{-4}$
mit C_S in µF, L_S in µH, R_S in mΩ, \hat{I}_{KS} in kA, U_L in kV, Q_{KS} in As und SE_{KS} in kA ² s	
Zusammenfassung zu den Stoßkreiselementen bei Kurzschluss (KS): (gleiche Stromform und gleiches Verhältnis Scheitelwert zu Ladespannung R_c)	
<ul style="list-style-type: none"> - aperiodischer Stoßkreis benötigt größere Stoßkreiskapazität als Crowbar-Stoßkreis - aperiodischer Stoßkreis erfordert kleinere Stoßkreisinduktivität als Crowbar-Stoßkreis - aperiodischer Stoßkreis benötigt größeren Stoßkreiswiderstand als Crowbar-Stoßkreis 	
Ausgangssenergie der Stoßkreise $W = C_S/2 \cdot U_L^2$ für 10/350-µs-Stoßstrom:	
$W = \tau_1/2 \cdot (\tau_1/\tau_2)^{1/(\tau_1/\tau_2 - 1)} \cdot \hat{I}_{KS} \cdot U_L$	$W = 1/2 \cdot e^{\arctan(\omega\tau)/(\omega\tau)} / \sqrt{\omega^2 + 1/\tau^2} \cdot \hat{I}_{KS} \cdot U_L$
$W \approx 245 \cdot \hat{I}_{KS} \cdot U_L$	$W \approx 4 \cdot \hat{I}_{KS} \cdot U_L$
mit \hat{I}_{KS} in kA, U_L in kV und W in Ws = J	
<ul style="list-style-type: none"> - aperiodischer Stoßkreis benötigt größere Ausgangssenergie als Crowbar-Stoßkreis: ca. Faktor 61 bei gleichem Scheitelwert und gleicher Ladespannung; für Crowbar-Kreis auch bei höherer Ladespannung (z.B. Faktor 10) geringere Ausgangssenergie nötig 	



Zeitpunkt des Strommaximums (Scheitelzeit) und Stromscheitelwert bei Kurzschluss:

$$t_{\text{IKS}} = \ln(\tau_1/\tau_2)/(1/\tau_2 - 1/\tau_1)$$

$$\hat{I}_{\text{KS}} = U_L / \sqrt{R_S^2 - 4 \cdot L_S / C_S \cdot \eta_{\text{KS}}}$$

$$\hat{I}_{\text{KS}} = 2 \cdot U_L / \left(R_S + \sqrt{R_S^2 - 4 \cdot L_S / C_S} \right) \cdot (\tau_1/\tau_2)^{1/(1-\tau_1/\tau_2)}$$

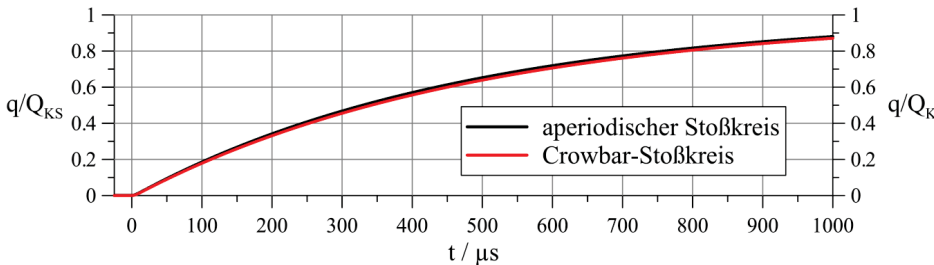
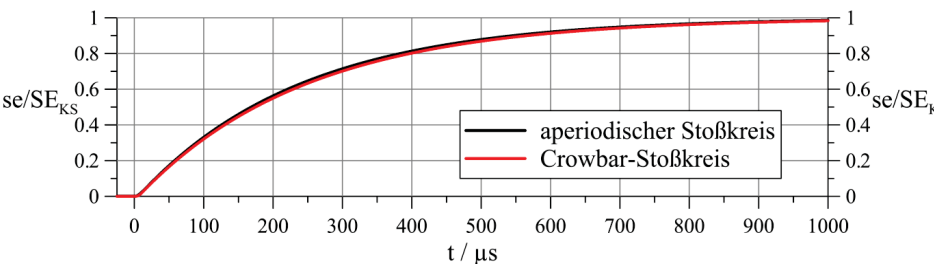
$$t_{\text{IKS}} = \arctan(\omega \cdot \tau) / \omega$$

$$t_{\text{CB}} = t_{\text{uc0KS}} = (\pi - \arctan(\omega \cdot \tau)) / \omega$$

$$\hat{I}_{\text{KS}} = U_L / (\omega \cdot L_S) \cdot \eta_{\text{KS}}$$

$$\hat{I}_{\text{KS}} = U_L / L_S \cdot e^{-\arctan(\omega \tau) / (\omega \tau)} / \sqrt{\omega^2 + 1/\tau^2}$$

$$i_{\text{uc0KS}} = \hat{I}_{\text{KS}} \cdot e^{(2 \arctan(\omega \tau) - \pi) / (\omega \tau)}$$

Aperiodischer CLR-Stoßkreis	Stoßkreis mit Crowbar-Schalter
Elektrische Ladung des gesamten Stromimpulses:	
$Q_{KS} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \hat{I}_{KS} / \eta_{KS} \cdot (\tau_1 - \tau_2)$ $= U_L / \sqrt{R_S^2 - 4 \cdot L_S / C_S} \cdot (\tau_1 - \tau_2)$ $= U_L \cdot C_S$	$Q_{KS} = \int_0^{\infty} i(t) dt$ $= \hat{I}_{KS} \cdot \tau \cdot \left(\frac{e^{\arctan(\omega\tau)/(\omega\tau)} / \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}{+ e^{(2\arctan(\omega\tau) - \pi)/(\omega\tau)} / 2} \right)$ $= U_L \cdot C_S \cdot \left(1 + 1/R_S \sqrt{L_S/C_S} \cdot e^{(\arctan(\omega\tau) - \pi)/(\omega\tau)} \right)$ $\gg U_L \cdot C_S$
	
Abb. 6.27: Vergleich der bezogenen Ladungen bei 10/350-μs-Strom und Kurzschluss	
Stromquadratintegral des gesamten Stromimpulses:	
$SE_{KS} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt$ $= \hat{I}_{KS}^2 / \eta_{KS}^2 \cdot 1/2 \cdot (\tau_1 - \tau_2)^2 / (\tau_1 + \tau_2)$ $= U_L^2 / 2 \cdot 1 / (R_S^2 - 4 L_S / C_S) \cdot (\tau_1 - \tau_2)^2 / (\tau_1 + \tau_2)$ $= U_L^2 / 2 \cdot C_S / R_S$	$SE_{KS} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt =$ $= \hat{I}_{KS}^2 / \eta_{KS}^2 \cdot \tau / 4 \cdot 1 / (1 + 1/(\omega \cdot \tau)^2)$ $= U_L^2 / 2 \cdot C_S / R_S$
	
Abb. 6.28: Vergleich der bezogenen Spezifischen Energien bei 10/350-μs-Strom und Kurzschluss	
Zusammenfassung des Verhaltens bei Kurzschluss (KS): (gleicher Stromscheitelwert und gleiche Stromform)	
<ul style="list-style-type: none">- breiteres Plateau beim Stromscheitel- etwas höhere Rückensteilheit- etwas geringere Impulsladung	<ul style="list-style-type: none">- geringere Anfangsteilheit (t = 0)- Scheitelwert wird früher erreicht- etwas geringere Spezifische Impulsenergie

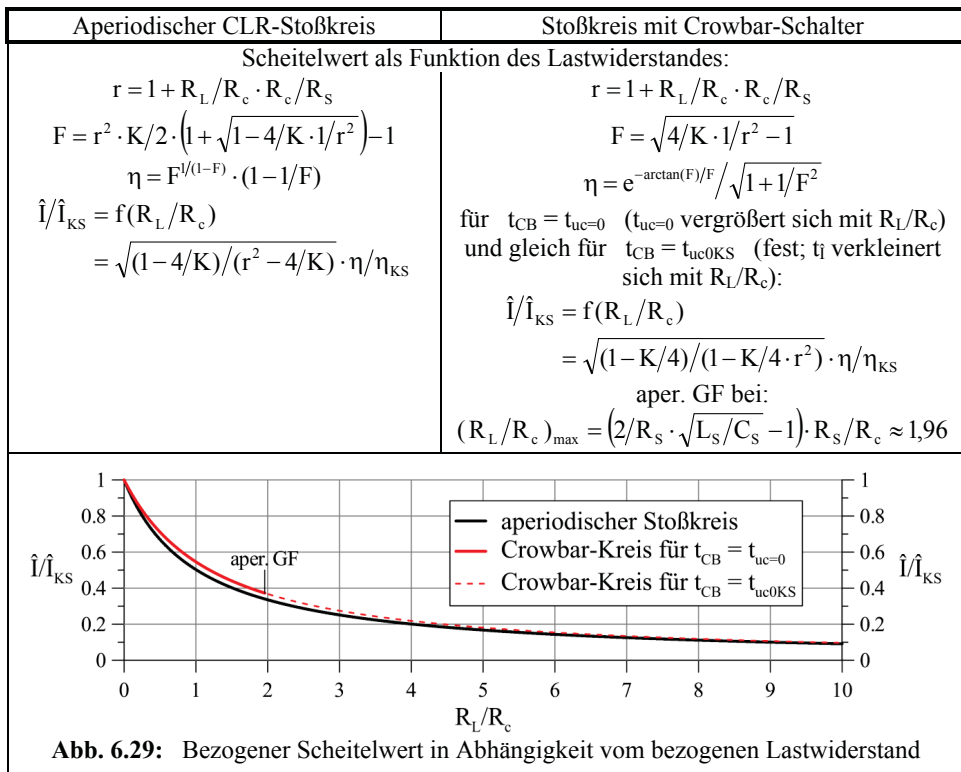
6.3.2.3 Stoßkreise auf Kurzschluss ausgelegt – Einfluss von Prüfobjekten als ohmsch-induktive Last oder als Konstantspannungslast

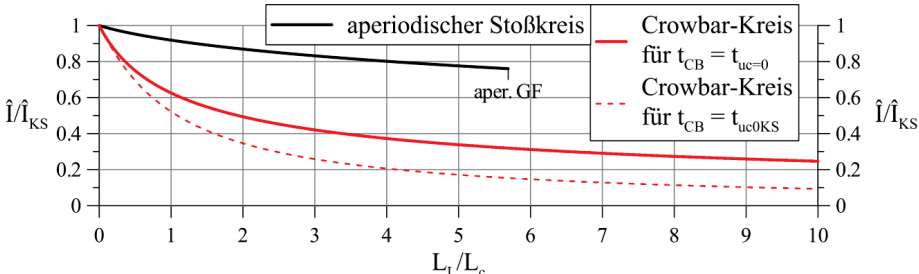
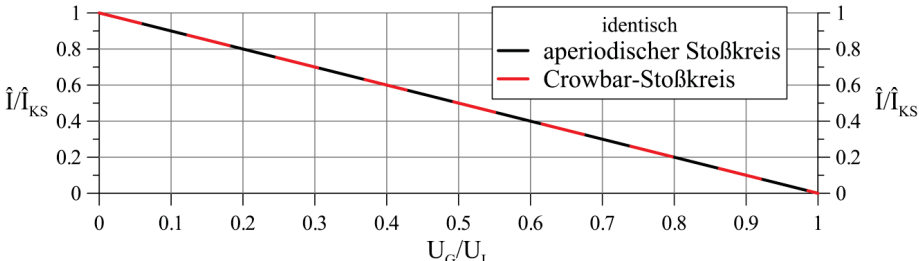
Die Abhängigkeiten von R_L , L_L und U_G werden einzeln betrachtet:

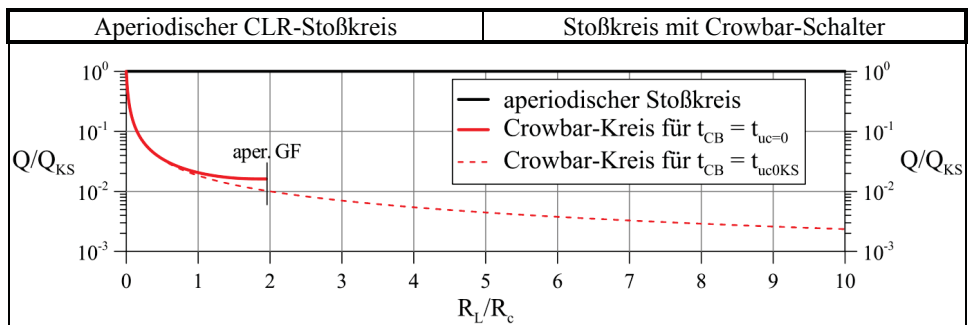
$$\begin{aligned} R_L > 0 \quad , \quad R_{\text{Ges}} &= R_S + R_L > R_S \\ L_L > 0 \quad , \quad L_{\text{Ges}} &= L_S + L_L > L_S \\ 0 \leq U_G &\leq U_L \end{aligned}$$

Die ohmsch-induktive Last aus R_L und L_L steht für stromdurchflossene Leiter und Kreise. Die konstante Spannung U_G repräsentiert z.B. einen Lichtbogen, eine Funkenstrecke, einen nicht-linearen Widerstand/Varistor, o.a. Beim Crowbar-Stoßkreis befindet sich diese Gegenspannung U_G im bei t_{CB} kurzgeschlossenen Kreis. Die Spannung verändert den Zeitpunkt nicht, an dem die Spannung über der Stoßkapazität Null wird, es wird deshalb für die Abhängigkeiten von U_G immer $t_{\text{CB}} = t_{\text{uc}=0} = t_{\text{uc0KS}}$ gesetzt.

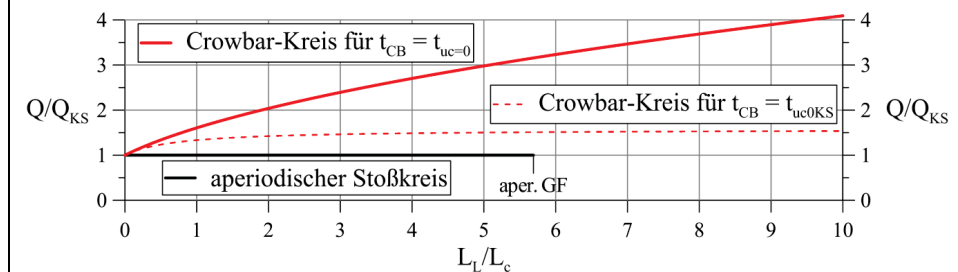
In den Diagrammen wird jeweils der aperiodische Grenzfall (= aper. GF) gekennzeichnet. Dieser tritt für den aperiodischen CLR-Stoßkreis bei einer bestimmten Lastinduktivität $(L_L/L_C)_{\text{max}}$ in Richtung Schwingfall und für den Crowbar-Stoßkreis bei einem bestimmten Lastwiderstand $(R_L/R_C)_{\text{max}}$ in Richtung Kriechfall auf. Für den aperiodischen CLR-Stoßkreis wird beim aperiodischen Grenzfall die Berechnung beendet. Für den Crowbar-Stoßkreis wird für $t_{\text{CB}} = t_{\text{uc}=0}$ beim aperiodischen Grenzfall die Berechnung beendet, da hierbei $t_{\text{uc}=0} \rightarrow \infty$ ist. Der aperiodische Grenzfall ist für $t_{\text{CB}} = t_{\text{uc0KS}}$ nicht relevant, da der Crowbar-Schalter immer beim festen t_{uc0KS} schließt, auch wenn im Kreis vorher der Kriechfall vorlag.



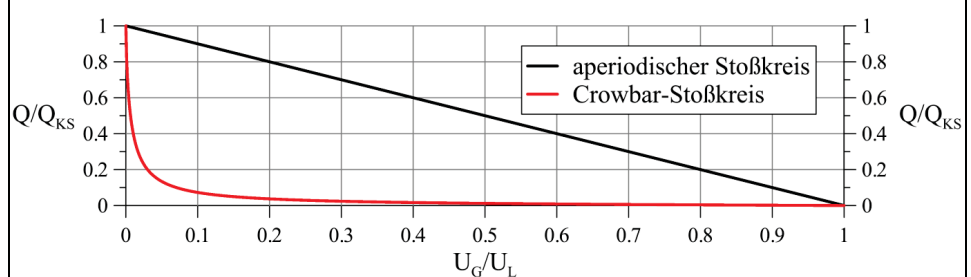
Aperiodischer CLR-Stoßkreis	Stoßkreis mit Crowbar-Schalter
<p style="text-align: center;">Scheitelwert als Funktion der Lastinduktivität:</p> $\ell = 1 + L_L/L_c \cdot L_c/L_S$ $G = 1/\ell \cdot K/2 \cdot \left(1 + \sqrt{1 - 4/K \cdot \ell}\right) - 1$ $\eta = G^{1/(1-G)} \cdot (1 - 1/G)$ $\hat{I}/\hat{I}_{KS} = f(L_L/L_c)$ $= \sqrt{(1 - 4/K)/(1 - 4/K \cdot \ell)} \cdot \eta/\eta_{KS}$ <p style="text-align: center;">aper. GF bei:</p> $(L_L/L_c)_{\max} = (R_S^2/4 \cdot C_S/L_S - 1) \cdot L_S/L_c$ $\approx 5,69$	<p style="text-align: center;">Scheitelwert als Funktion der Lastinduktivität:</p> <p>für $t_{CB} = t_{uc=0}$ (vergrößert sich mit L_L/L_c):</p> $\ell = 1 + L_L/L_c \cdot L_c/L_S$ $G = \sqrt{4/K \cdot \ell - 1}$ $\eta = e^{-\arctan(G)/G} / \sqrt{1 + 1/G^2}$ $\hat{I}/\hat{I}_{KS} = f(L_L/L_c)$ $= \sqrt{(1 - K/4)/(\ell - K/4)} \cdot \eta/\eta_{KS}$ <p>für $t_{CB} = t_{uc0KS}$ (fest; \hat{I} unterscheidet sich ab $t_i > t_{uc0KS}$, \hat{I} ist der Stromwert bei t_{uc0KS}):</p> $\tau_\ell = 2 \cdot L_S/R_S \cdot \ell \quad \omega_\ell = \sqrt{1/(L_S \cdot C_S) \cdot \ell - 1/\tau_\ell^2}$ $\hat{I}/\hat{I}_{KS} = f(L_L/L_c) = \sqrt{(1 - K/4)/(\ell - K/4)}$ $\cdot \sin(\omega_\ell \cdot t_{uc0KS}) \cdot e^{-t_{uc0KS}/\tau} / \eta_{KS}$ <p style="text-align: center;">$t_i = t_{uc0KS}$ bei $L_L/L_c \approx 0,013$</p>
 <p style="text-align: center;">Abb. 6.30: Bezogener Scheitelwert in Abhängigkeit von der bezogenen Lastinduktivität</p>	
<p style="text-align: center;">Scheitelwert als Funktion der Gegenspannung:</p> $\hat{I}/\hat{I}_{KS} = f(U_G/U_L) = (U_L - U_G/U_L \cdot U_L)/U_L$ $= f(U_G/U_L) = 1 - U_G/U_L$	<p style="text-align: center;">Scheitelwert als Funktion der Gegenspannung:</p> $\hat{I}/\hat{I}_{KS} = f(U_G/U_L) = (U_L - U_G/U_L \cdot U_L)/U_L$ $= f(U_G/U_L) = 1 - U_G/U_L$ <p style="text-align: center;">mit $t_{CB} = t_{uc=0} = t_{uc0KS}$</p>
 <p style="text-align: center;">Abb. 6.31: Bezogener Scheitelwert in Abhängigkeit von der bezogenen Lastspannung</p>	
<p style="text-align: center;">Ladung als Funktion des Lastwiderstandes:</p> $Q/Q_{KS} = f(R_L/R_c) = 1$	<p style="text-align: center;">Ladung als Funktion des Lastwiderstandes:</p> $Q/Q_{KS} = f(R_L/R_c)$ <p style="text-align: center;">(numerische Berechnung)</p> <p>für $t_{CB} = t_{uc=0}$ bzw. für $t_{CB} = t_{uc0KS}$</p> <p style="text-align: center;">aper. GF bei: $(R_L/R_c)_{\max} \approx 1,96$</p>

**Abb. 6.32:** Bezogene Ladung in Abhängigkeit vom bezogenen Lastwiderstand

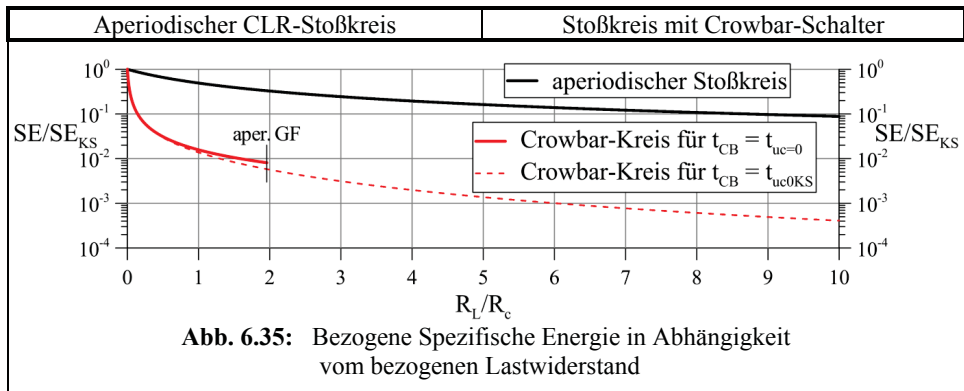
Ladung als Funktion der Lastinduktivität:	
$Q/Q_{KS} = f(L_L/L_c) = 1$ <p>aper. GF bei: $(L_L/L_c)_{\max} \approx 5,69$</p>	$Q/Q_{KS} = f(L_L/L_c)$ <p>(numerische Berechnung) für $t_{CB} = t_{uc=0}$ bzw. für $t_{CB} = t_{uc0KS}$</p>

**Abb. 6.33:** Bezogene Ladung in Abhängigkeit von der bezogenen Lastinduktivität

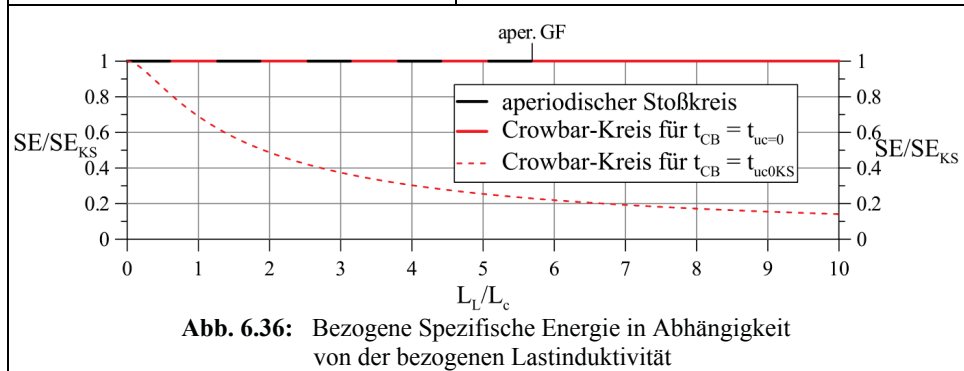
Ladung als Funktion der Gegenspannung:	
$Q/Q_{KS} = f(U_G/U_L) = 1 - U_G/U_L$	$Q/Q_{KS} = f(U_G/U_L)$ <p>(numerische Berechnung) für $t_{CB} = t_{uc=0} = t_{uc0KS}$</p>

**Abb. 6.34:** Bezogene Ladung in Abhängigkeit von der bezogenen Lastspannung

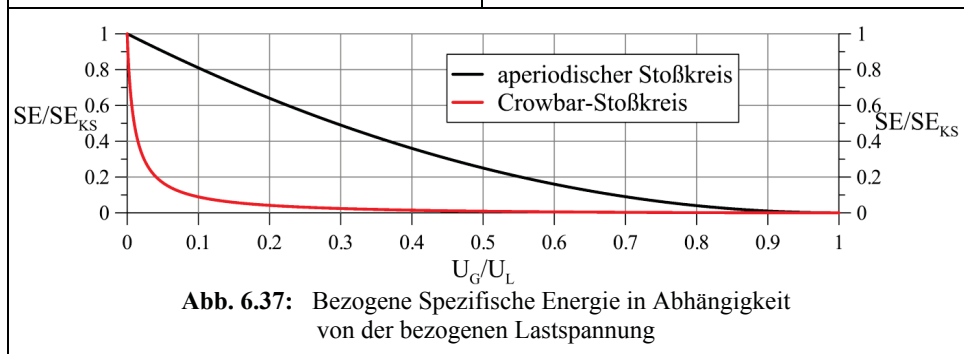
Spezifische Energie als Funktion des Lastwiderstandes:	
$SE/SE_{KS} = f(R_L/R_c)$ $= R_S/(R_L/R_c \cdot R_c + R_S)$ $= 1/(R_L/R_c \cdot R_c/R_S + 1)$	<p>für $t_{CB} = t_{uc=0}$:</p> $SE/SE_{KS} = f(R_L/R_c) = 1/(R_L/R_c \cdot R_c/R_S + 1)$ <p>für $t_{CB} = t_{uc0KS}$: (numerische Berechnung) aper. GF bei: $(R_L/R_c)_{\max} \approx 1,96$</p>

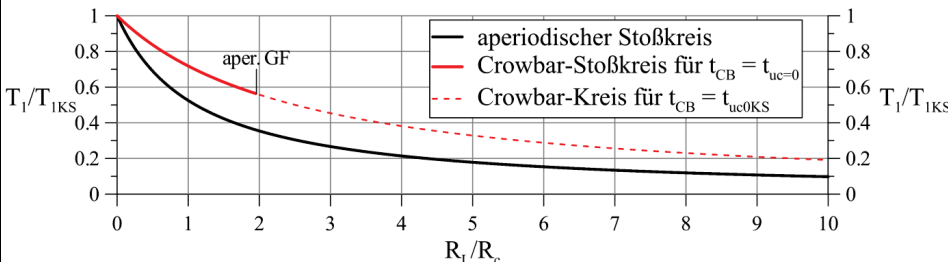
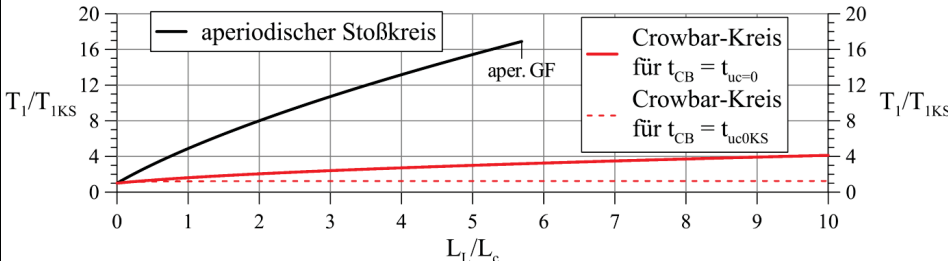


Spezifische Energie als Funktion der Lastinduktivität:	
$SE/SE_{KS} = f(L_L/L_c) = 1$ <p>aper. GF bei: $(L_L/L_c)_{\max} \approx 5,69$</p>	<p style="text-align: center;">für $t_{CB} = t_{uc=0}$:</p> $SE/SE_{KS} = f(L_L/L_c) = 1$ <p style="text-align: center;">für $t_{CB} = t_{uc0KS}$: (numerische Berechnung)</p>



Spezifische Energie als Funktion der Gegenspannung:	
$SE/SE_{KS} = f(U_G/U_L)$ $= ((U_L - U_G/U_L \cdot U_L)/U_L)^2$ $= (1 - U_G/U_L)^2$	<p style="text-align: center;">$SE/SE_{KS} = f(U_G/U_L)$ (numerische Berechnung)</p> <p style="text-align: center;">für $t_{CB} = t_{uc=0} = t_{uc0KS}$</p>



Aperiodischer CLR-Stoßkreis	Stoßkreis mit Crowbar-Schalter
<p>Stirnzeit als Funktion des Lastwiderstandes:</p> $T_i/T_{iKS} = f(R_L/R_c)$ <p>(numerische Berechnung)</p>	
	<p>$T_i/T_{iKS} = f(R_L/R_c)$</p> <p>(numerische Berechnung)</p> <p>für $t_{CB} = t_{uc=0}$ bzw. für $t_{CB} = t_{uc0KS}$</p> <p>Die Stirnzeit ist unabhängig von $t_{CB} > t_i$, da sich mit R_L die Scheitelzeit t_i verringert.</p> <p>aper. GF bei: $(R_L/R_c)_{max} \approx 1,96$</p>
 <p>Abb. 6.38: Bezogene Stirnzeit in Abhängigkeit vom bezogenen Lastwiderstand</p>	
<p>Stirnzeit als Funktion der Lastinduktivität:</p> $T_i/T_{iKS} = f(L_L/L_c)$ <p>(numerische Berechnung)</p> <p>aper. GF bei: $(L_L/L_c)_{max} \approx 5,69$</p>	
	<p>$T_i/T_{iKS} = f(L_L/L_c)$</p> <p>(numerische Berechnung)</p> <p>für $t_{CB} = t_{uc=0}$ bzw. für $t_{CB} = t_{uc0KS}$</p>
 <p>Abb. 6.39: Bezogene Stirnzeit in Abhängigkeit von der bezogenen Lastinduktivität</p>	
<p>Stirnzeit als Funktion der Gegenspannung:</p> $T_i/T_{iKS} = f(U_G/U_L) = 1$	
	<p>$T_i/T_{iKS} = f(U_G/U_L) = 1$</p> <p>für $t_{CB} = t_{uc=0} = t_{uc0KS}$</p>
<p>Rückenhalfwertszeit als Funktion des Lastwiderstandes:</p> $T_2/T_{2KS} = f(R_L/R_c)$ <p>(numerische Berechnung)</p>	
	<p>$T_2/T_{2KS} = f(R_L/R_c)$</p> <p>(numerische Berechnung)</p> <p>für $t_{CB} = t_{uc=0}$ bzw. für $t_{CB} = t_{uc0KS}$</p> <p>Das Ansteigen von T_2 nach $R_L/R_c \approx 1$ für $t_{CB} = t_{uc=0}$ resultiert daraus, dass ab da $t_{uc=0}$ erst nach $t(i = \hat{I}/2)$ im Stromrücken auftritt.</p> <p>aper. GF bei: $(R_L/R_c)_{max} \approx 1,96$</p>

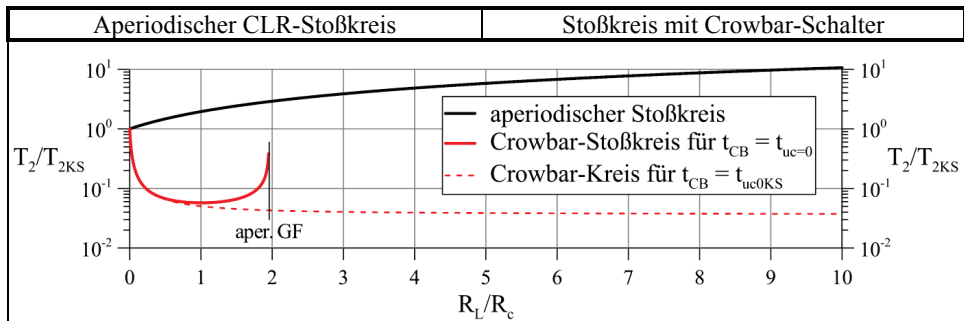


Abb. 6.40: Bezogene Rückenhalbwertszeit in Abhängigkeit vom bezogenen Lastwiderstand

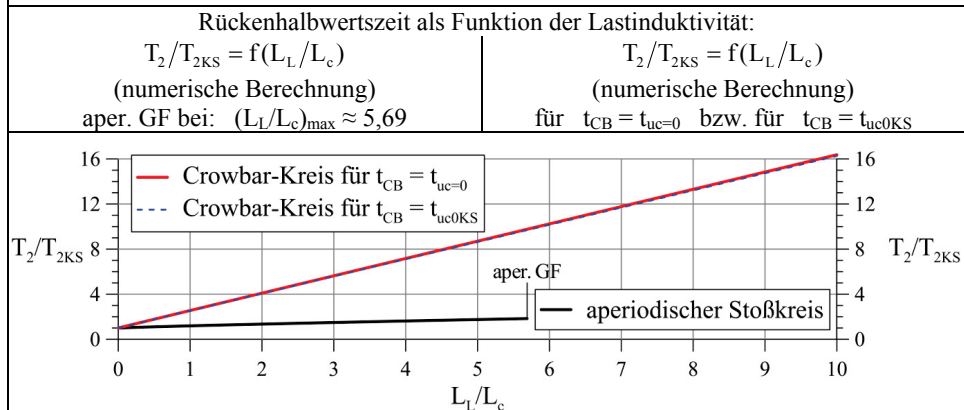


Abb. 6.41: Bezogene Rückenhalbwertszeit in Abhängigkeit von bezogener Lastinduktivität

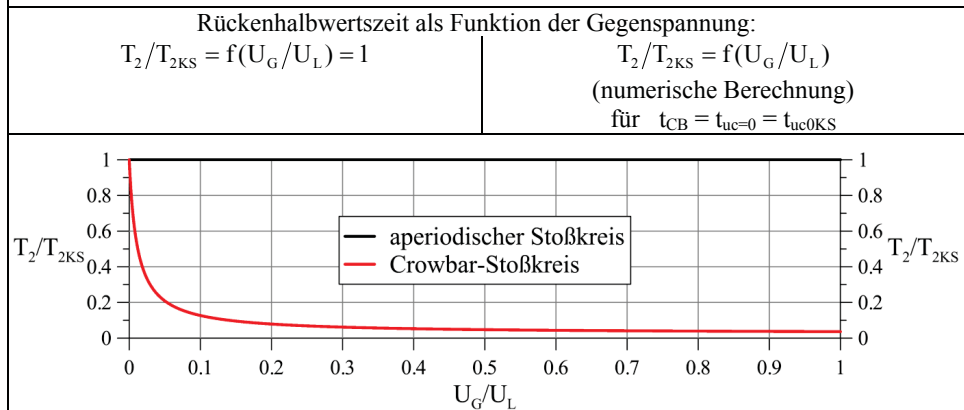


Abb. 6.42: Bezogene Rückenhalbwertszeit in Abhängigkeit von bezogener Lastspannung

Zusammenfassung des Verhaltens bei ohmschem Widerstand als Last (R_L):	
<ul style="list-style-type: none"> - $R_L \uparrow \rightarrow \hat{I} \downarrow$ (stärker als bei CB) - $Q = \text{konst} \neq f(R_L)$ - $R_L \uparrow \rightarrow SE \downarrow$ - $R_L \uparrow \rightarrow T_1 \downarrow$ (stärker als bei CB) - $R_L \uparrow \rightarrow T_2 \uparrow \uparrow$ 	<ul style="list-style-type: none"> - R_L muss sehr klein sein - $R_L \uparrow \rightarrow$ aperiodischer Grenzfall und Kriechfall möglich - $R_L \uparrow \rightarrow \hat{I} \downarrow$ (weniger als bei CLR) - $R_L \uparrow \rightarrow Q \downarrow \downarrow$ und $SE \downarrow \downarrow$ - $R_L \uparrow \rightarrow T_1 \downarrow$ (weniger als bei CLR) - $R_L \uparrow \rightarrow T_2 \uparrow \downarrow$

Aperiodischer CLR-Stoßkreis	Stoßkreis mit Crowbar-Schalter
Zusammenfassung des Verhaltens bei Induktivität als Last (L_L):	
<ul style="list-style-type: none"> - $L_L \uparrow \rightarrow$ aperiodischer Grenzfall und Schwingfall möglich - $L_L \uparrow \rightarrow \hat{I} \downarrow$ - $Q = \text{konst} \neq f(L_L)$ und $SE = \text{konst} \neq f(L_L)$ - $L_L \uparrow \rightarrow T_1 \uparrow \uparrow$ - $L_L \uparrow \rightarrow T_2 \uparrow$ (geringe lineare Zunahme) 	<ul style="list-style-type: none"> - $L_L \uparrow \rightarrow \hat{I} \downarrow \downarrow$ - $L_L \uparrow \rightarrow Q \uparrow \uparrow$ - $L_L \uparrow \rightarrow SE \downarrow$ oder $SE = \text{konst} \neq f(L_L)$ - $L_L \uparrow \rightarrow T_1 \uparrow$ - $L_L \uparrow \rightarrow T_2 \uparrow \uparrow$ (starke lineare Zunahme)
Zusammenfassung des Verhaltens bei Gegenspannung als Last (U_G):	
<ul style="list-style-type: none"> - Stromnull erst bei $t \rightarrow \infty$ - $U_G \uparrow \rightarrow \hat{I} \downarrow$ (lineare Abnahme) - $U_G \uparrow \rightarrow Q \downarrow$ (lineare Abnahme) - $U_G \uparrow \rightarrow SE \downarrow$ (quadratische Abnahme) - $T_1 = \text{konst} \neq f(U_G)$ - $T_2 = \text{konst} \neq f(U_G)$ 	<ul style="list-style-type: none"> - Stromnull bei $t < \infty$ (schon bei kleinen U_G Stromflussdauer stark reduziert) - $U_G \uparrow \rightarrow \hat{I} \downarrow$ (lineare Abnahme) - $U_G \uparrow \rightarrow Q \downarrow \downarrow$ und $SE \downarrow \downarrow$ - $T_1 = \text{konst} \neq f(U_G)$ - $U_G \uparrow \rightarrow T_2 \downarrow \downarrow$
- Rückwirkung von R_L , L_L sowie U_G auf den Stoßstromverlauf und damit auf \hat{I} , Q , SE , T_1 sowie T_2	- stärkere Rückwirkung von R_L , L_L sowie U_G auf den Stoßstromverlauf und damit auf \hat{I} , Q , SE , T_1 sowie T_2 als beim aperiodisch gedämpften CLR-Stoßkreis

6.3.2.4 Stoßkreis auf Last des Prüfobjektes abgestimmt – Maximale Größe der ohmsch-induktiven Last oder der Konstantspannungslast

Folgende Beziehungen gelten in gleicher Weise für beide Stoßkreise:

$$R_L \leq R_S \text{ oder/und } L_L \leq L_S$$

Die reduzierten Elemente ($_{red}$) im eigentlichen Stoßkreis sind:

$$R_{Sred} = R_S - R_L \text{ oder/und } L_{Sred} = L_S - L_L$$

Eine Gegenspannung U_G als Last erfordert eine erhöhte Ladespannung ($_{erh}$):

$$U_G \geq 0, \quad U_{Lerh} \geq U_L, \quad U_{Lerh} = U_L + U_G$$

6.3.2.5 Einfluss des Durchschlagvorganges in einer Entladungsstrecke auf den Impulsstromverlauf

Der Durchschlag soll als Belastungswiderstand berücksichtigt werden. Die Zündung der Entladungsstrecke erfolgt bei hoher Spannung und nachfolgend kommt es zu einem Rückgang auf Lichtbogenbrennspannung (Kapitel 6.3.2.6). Der Durchschlag- bzw. Durchbruchvorgang wird insbesondere bei numerischen Berechnungen meist mit dem Funkengesetz von TOEPLER untersucht [66], [67], [68]:

$$r_f = \frac{1}{g_f} = \frac{u_f}{i_f} = \frac{k_T \cdot s}{\int_0^t i_f dt} \quad \text{oder} \quad \frac{d \ln(g_f)}{dt} = \frac{1}{g_f} \cdot \frac{dg_f}{dt} = \frac{1}{i_f} \cdot \frac{di_f}{dt} - \frac{1}{u_f} \cdot \frac{du_f}{dt} = \frac{u_f}{k_T \cdot s} \quad (6.39)$$

r_f – zeitabhängiger Funkenwiderstand beim Durchschlag $r_f(t)$

g_f – Funkenleitwert $g_f(t) = i_f(t)/u_f(t)$

u_f – Funkenspannung $u_f(t)$

i_f – Funkenstrom $i_f(t)$

s – Schlagweite/Elektrodenabstand/Funkenkanallänge (z.B.: $s = 0,1 \text{ m}$)

k_T – Toepler-Konstante, Durchschlag in Luft, $k_T = (5 \dots 6) \cdot 10^{-3} \text{ Vs/m}$

(z.B.: $k_T = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ Vs/m}$)

Bei den Berechnungen wurde davon ausgegangen, dass die angenommene Schlagweite s beim Auftreten der Ladespannung U_L an der Elektrodenstrecke durchschlagen wird.

In den Berechnungen wird beim Crowbar-Stoßkreis der Crowbar-Schalter immer zum gleichen festen Zeitpunkt $t_{CB} = t_{uc0KS}$ ($t_{CB} = 12,5 \mu s$) geschlossen.

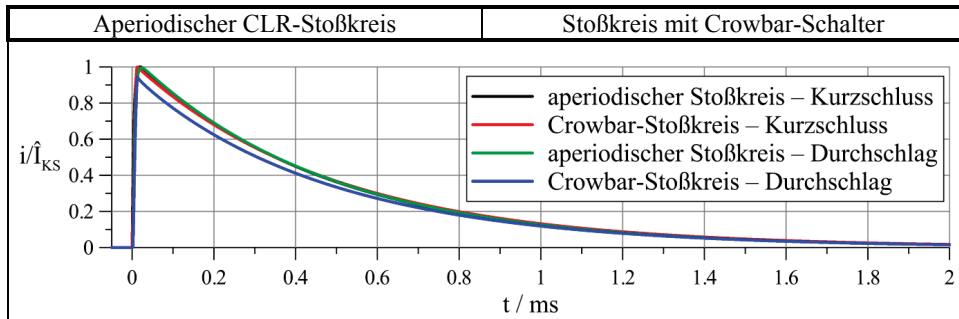


Abb. 6.43: Stromverläufe mit Berücksichtigung des Durchschlagvorganges in den auf Kurzschluss dimensionierten Stoßkreisen

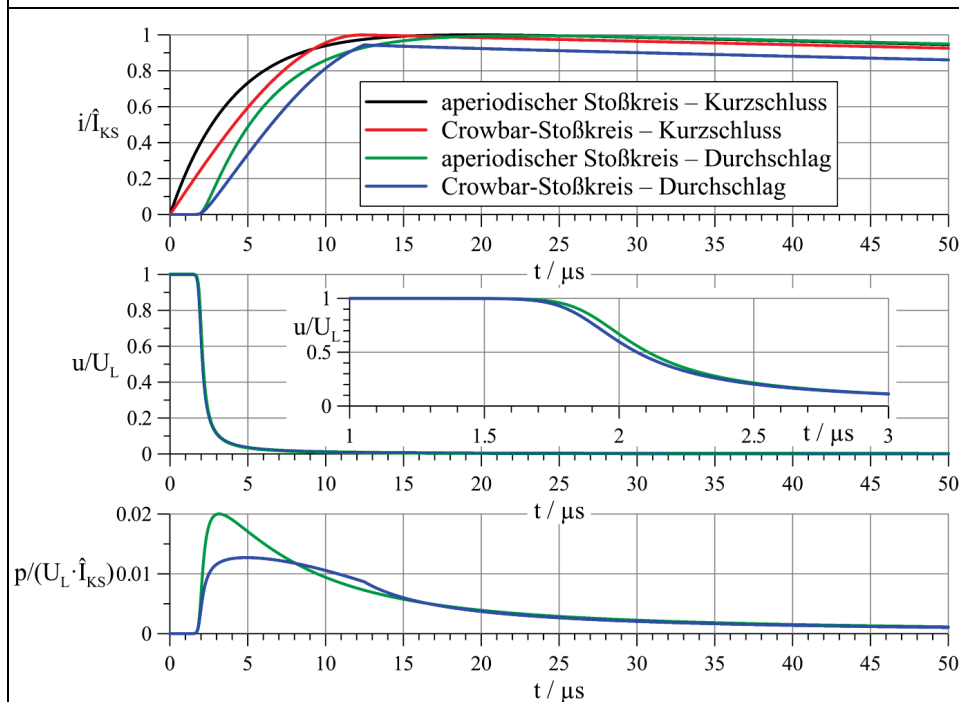


Abb. 6.44: Einfluss des Durchschlagvorganges auf charakteristische Anfangsverläufe in den auf Kurzschluss dimensionierten Stoßkreisen

Aperiodischer CLR-Stoßkreis	Stoßkreis mit Crowbar-Schalter
<p style="text-align: center;">Zusammenfassung:</p> <p>Einfluss des Durchschlagvorganges auf die charakteristischen Verläufe in den Stoßkreisen</p> <ul style="list-style-type: none"> - das Durchschlagmodell verzögert den Strombeginn, die Spannung muss erst zusammenbrechen (ab $t = 0$ bis ca. $t = 2 \mu\text{s}$ fließt im Beispiel ein sehr kleiner Strom von $< 1 \% \cdot \hat{I}_{\text{KS}}$) - Stoßstromverlauf (zeitlich um $t = 2 \mu\text{s}$ verschoben) wird bei aperiodischem Stoßkreis kaum beeinflusst, beim Crowbar-Stoßkreis ist der Scheitelwert erkennbar reduziert - die unterschiedlichen Stoßstromverläufe haben die entsprechenden Auswirkung auf Impulsladung und Spezifische Impulsenergie (nicht dargestellt) - der aperiodische Stoßkreis kann momentan beim Spannungszusammenbruch mehr Leistung zur Verfügung stellen (Kurzschluss-Stromscheitelwert wird fast erreicht) als der Crowbar-Stoßkreis (kleinere Stoßkreiskapazität und höhere Stoßkreisinduktivität) 	

6.3.2.6 Einfluss des Lichtbogens in einer Entladungsstrecke auf den Impulsstromverlauf

Jetzt soll der Lichtbogen als Belastungswiderstand berücksichtigt werden. Im Allgemeinen werden zwei Lichtbogenmodelle verwendet, das Modell nach MAYR ([69], [70]) und das Modell nach CASSIE ([72], [73]). Meist werden diese Modelle modifiziert, erweitert oder gekoppelt [71], [72], [73].

Die Lichtbogendifferentialgleichung nach MAYR lautet:

$$\frac{d \ln(g)}{dt} = \frac{1}{g} \cdot \frac{dg}{dt} = \frac{1}{i} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dt} = \frac{1}{\tau} \cdot \left(\frac{u \cdot i}{P} - 1 \right) \quad (6.40)$$

g – Lichtbogenleitwert $g(t) = i(t)/u(t)$

u – Lichtbogenspannung $u(t)$

i – Lichtbogenstrom $i(t)$

τ – Lichtbogenzeitkonstante (z.B.: für Luft $\tau = 80 \mu\text{s}$)

P – Lichtbogenverlustleistung, Kühlleistung (z.B.: $P = 1000 \text{ kW}$)

Die Lichtbogendifferentialgleichung nach CASSIE ist zu beschreiben mit:

$$\frac{d \ln(g)}{dt} = \frac{1}{g} \cdot \frac{dg}{dt} = \frac{1}{i} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dt} = \frac{1}{\tau} \cdot \left(\frac{u^2}{U_c^2} - 1 \right) \quad (6.41)$$

g – Lichtbogenleitwert $g(t) = i(t)/u(t)$

u – Lichtbogenspannung $u(t)$

i – Lichtbogenstrom $i(t)$

τ – Lichtbogenzeitkonstante (z.B.: für Luft $\tau = 80 \mu\text{s}$)

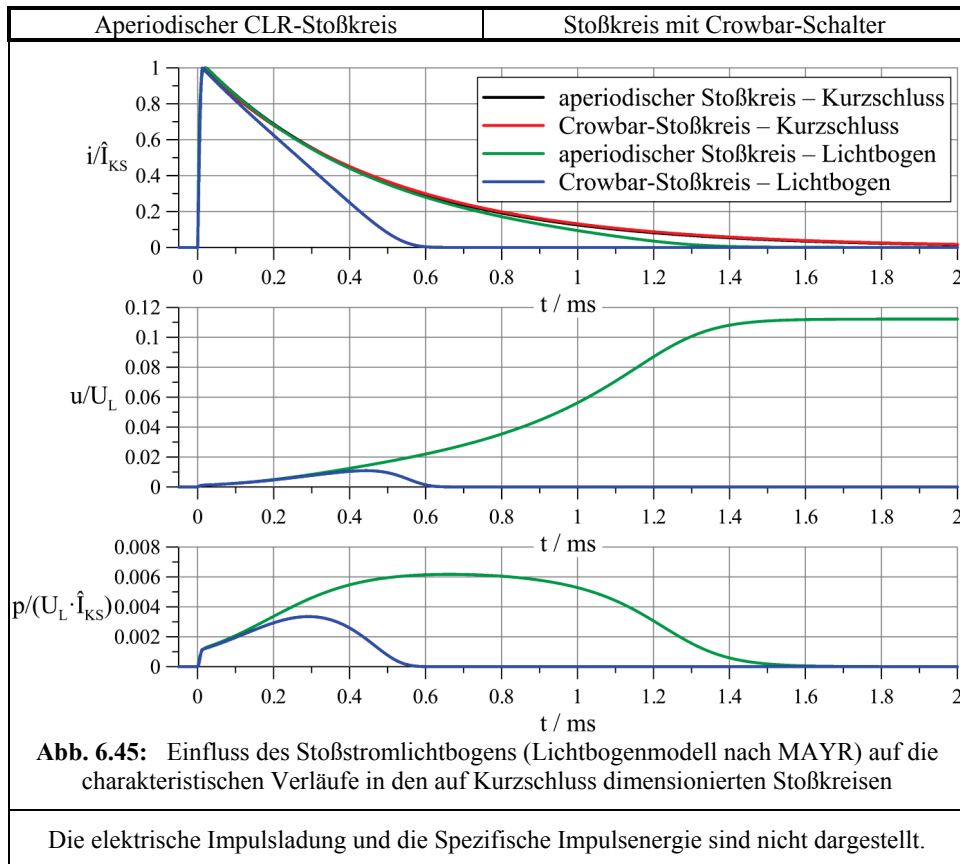
U_c – konstante Lichtbogenspannung (z.B.: $U_c = 500 \text{ V}$)

Beide Lichtbogendifferentialgleichungen besitzen eine starke Nichtlinearität, was schon in einfachen Netzwerken zu stark nichtlinearen Systemen führt. Diese Systeme sind in der Regel nicht geschlossen analytisch lösbar. Aus diesem Grund sollen auch hier nur Ergebnisse von numerischen Berechnungen gezeigt werden.

Im Allgemeinen wird das Modell nach MAYR für Lichtbögen bei kleinen Strömen (kurz vor dem netzfrequenten Stromnulldurchgang) verwendet. Es besitzt bei Simulationsrechnungen die Eigenschaft nach dem Nullwerden des Stromes bei wiederkehrender Spannung nicht selbständig "wiederzuzünden".

Das Modell nach CASSIE wird meist für große Ströme (Hochstromphase) verwendet und führt in Simulationsrechnungen bei geeigneten Parametern zum "Wiederzünden" nach Stromnull. In den Simulationsrechnungen wird angenommen, dass der Lichtbogen unmittelbar zum Simulationsbeginn bei $t = 0$ entsteht bzw. vorhanden ist.

Die folgenden Bilder zeigen, dass zur Nachbildung von Lichtbögen das Modell nach MAYR auch für große Impulsströme insgesamt besser geeignet ist. Beim aperiodischen Stoßkreis tritt nach **Abb. 6.46** zwar eine konstante Lichtbogenspannung mit dem Modell nach CASSIE auf, aber ein Verlöschen des Lichtbogens wie beim Crowbar-Stoßkreis kann nicht in die Strom- und Spannungsverläufe interpretiert werden (konstante Spannung und exponentiell abklingender Strom). Mit dem Modell nach MAYR erhält man in **Abb. 6.45** für den aperiodischen Stoßkreis und für den Crowbar-Stoßkreis ein Verlöschen des Lichtbogens.



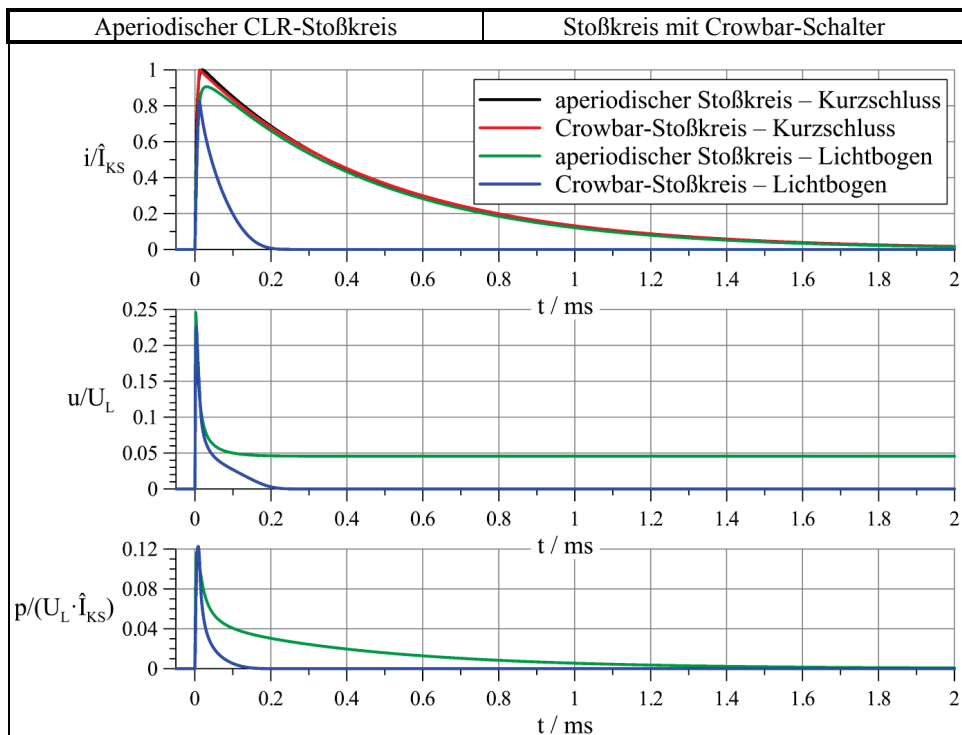


Abb. 6.46: Einfluss des Stoßstromlichtbogens (Lichtbogenmodell nach CASSIE) auf charakteristische Verläufe in den auf Kurzschluss dimensionierten Stoßkreisen

Zusammenfassung:

Einfluss des Stoßstromlichtbogens auf die charakteristischen Verläufe in den Stoßkreisen

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> - mit Modell nach MAYR steigt Lichtbogenspannung mit sinkendem Stoßstrom an und nach Verlöschen des Lichtbogens bleibt Restspannung an Stoßkreiskapazität stehen - Stromverlauf wird nur am Impulsende durch den Lichtbogen beeinflusst und nimmt etwa exponentiell gegen Null ab - Scheitelwert des Stoßstromes bei Modell nach MAYR kaum und bei Modell nach CASSIE erkennbar (auf 90 %) reduziert - großer Leistungsumsatz im Lichtbogen und lange Lichtbogendauer - verringerte Impulsladung und Spezifische Impulsenergie entsprechend dem reduzierten Strom (Rücken bei MAYR oder Scheitelwert bei CASSIE) | <ul style="list-style-type: none"> - mit Modell nach MAYR tritt nur relativ kleine Lichtbogenspannung mit einem Maximum auf und nach Verlöschen des Lichtbogens bleibt keine Restspannung bestehen (nach Crowbar-Zeit wirkt die Induktivität als Spannungsquelle) - Strom wird im gesamten Impulsrücken wesentlich durch den Lichtbogen reduziert, nimmt etwa linear gegen Null ab und Impulsrücken ist stark verkürzt - Scheitelwert des Stoßstromes bei Modell nach MAYR kaum und bei Modell nach CASSIE stärker (auf 80 %) reduziert - kleiner Leistungsumsatz im Lichtbogen und kurze Lichtbogendauer - Impulsladung und Spezifische Impulsenergie steigen nach Stromnull nicht weiter und sind wesentlich reduziert |
|--|---|

6.3.2.7 Stoßkreis mit Varistor als Prüfobjekt

Die stetige nichtlineare u-i-Kennlinie eines Varistors wird häufig mit einer exponentiellen Funktion für den normalen Arbeitsbereich oder mit einer logarithmischen Summe, die den Leck-, den Arbeits- und den Hochstrombereich erfasst, approximiert [66], [74], [75].

Die Anpassung mit exponentieller Kennlinie ergibt [77]:

$$u/U_{\text{ref}} = (i/I_{\text{ref}})^{1/\alpha} \quad \text{oder} \quad i/I_{\text{ref}} = (u/U_{\text{ref}})^{\alpha} \quad (6.42)$$

α – Nichtlinearitätsexponent (z.B.: $\alpha = 35$)

U_{ref} – Referenzspannung (z.B.: $U_{\text{ref}} = 300 \text{ V}$)

I_{ref} – Referenzstrom (z.B.: $I_{\text{ref}} = 0,5 \text{ A}$)

Die Kennlinienanpassung mit logarithmischer Summe lautet [66] (Log-Sum mit dekadischem Logarithmus):

$$\lg(u/U_{\text{ref}}) = \sum_{n=1}^k a_n \cdot \lg^n(i/I_{\text{ref}}) \quad \text{oder} \quad u/U_{\text{ref}} = 10^{\sum_{n=1}^k a_n \cdot \lg^n(i/I_{\text{ref}})} \quad (6.43)$$

Tab. 6.1: An Niederspannungs-Varistor Typ B40 K275 gemessene und gerundete Strom-Spannungs-Werte (1-mA-Punkt grau hinterlegt)

$i_{\text{Var}} / \text{A}$	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	$4 \cdot 10^4$
$u_{\text{Var}} / \text{V}$	257	346	395	430	458	487	516	552	605	715	1010	1500

$U_{\text{ref}} = 518,8 \text{ V}$, $I_{\text{ref}} = 1,0 \text{ A}$, $k = 5$ (ausreichend)

$a_1 \approx 2,7 \cdot 10^{-2}$, $a_2 \approx -9,81 \cdot 10^{-5}$, $a_3 \approx 4,923 \cdot 10^{-4}$, $a_4 \approx 3,53 \cdot 10^{-4}$, $a_5 \approx 6,28 \cdot 10^{-5}$

$\lg(u/U_{\text{ref}}) = a_1 \cdot \lg(i/I_{\text{ref}}) + a_2 \cdot \lg^2(i/I_{\text{ref}}) + a_3 \cdot \lg^3(i/I_{\text{ref}}) + a_4 \cdot \lg^4(i/I_{\text{ref}}) + a_5 \cdot \lg^5(i/I_{\text{ref}})$

In einer doppelt-logarithmischen Darstellung verschiebt U_{ref} die Kennlinien parallel in Richtung der Spannung und I_{ref} die Kennlinien parallel in Richtung des Stromes.

Die Log-Sum-Anpassung zeigt gegenüber der exponentiellen Anpassung eine bessere Nachbildung insbesondere bei kleinen Strömen (Leckstrombereich). Für relativ große Ströme (Arbeitsbereich) weichen die Ergebnisse von Simulationsrechnungen beider Anpassungen bei gleichen Parametern (U_{ref} , I_{ref}) kaum voneinander ab. Die Nachbildungen der nichtlinearen u-i-Kennlinien von Varistoren geben im Modell nur einen nichtlinearen Widerstand wider. Anschlussinduktivitäten, Eigeninduktivitäten aufgrund des geometrischen Aufbaus und Eigenkapazitäten müssen separat hinzugefügt werden. Aber auch diese parasitären Elemente bestimmen die Wechselwirkung zwischen Stoßkreis und Prüfobjekt mit [78].

Unabhängig von der Wahl der Kennlinienanpassung ist aufgrund der starken Nichtlinearität der u-i-Kennlinie eine analytische Behandlung von Varistoren in Stoßkreisen schwierig. Hier werden deshalb Ergebnisse von numerischen Berechnungen, die anhand der genannten Beispielwerte erzielt wurden, dargestellt und weitestgehend verallgemeinert (**Abb. 6.47** bis **Abb. 6.52**).

In den Berechnungen wird beim Crowbar-Stoßkreis der Kurzschluss des Crowbar-Zweiges immer zum gleichen festen Zeitpunkt $t_{\text{CB}} = t_{\text{ucOKS}}$ ($t_{\text{CB}} = 12,5 \mu\text{s}$) hergestellt.

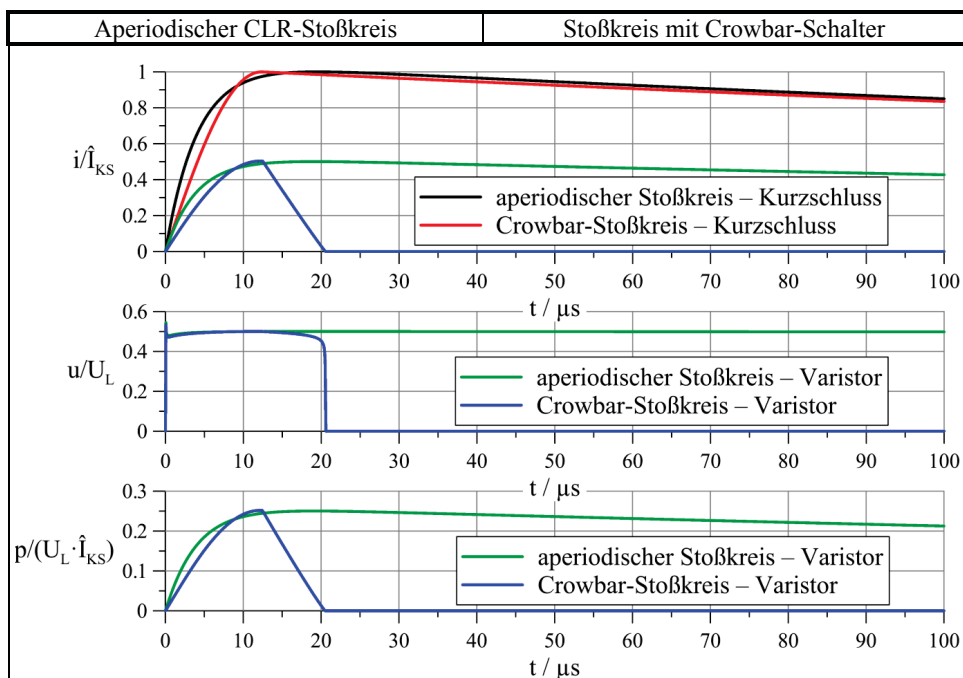


Abb. 6.47: Charakteristische Verläufe der Ströme, Spannungen und Leistungen für den Varistor als Prüfobjekt (Varistormodell mit exponentieller Kennlinie) in auf Kurzschluss dimensionierten Stoßkreisen

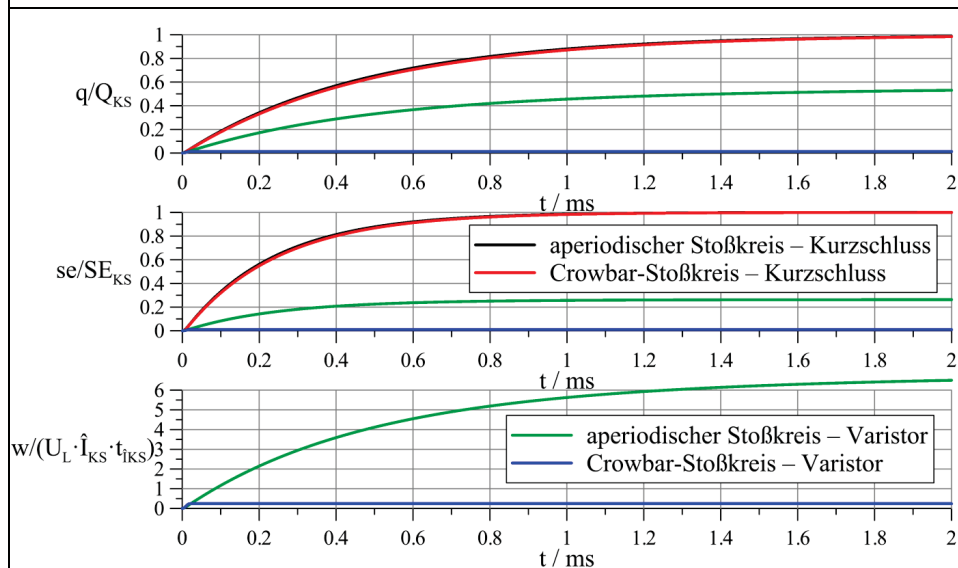


Abb. 6.48: Charakteristische Verläufe der Ladung, der Spezifischen Energie und des Energieumsatzes für den Varistor als Prüfobjekt (Varistormodell mit exponentieller Kennlinie) in auf Kurzschluss dimensionierten Stoßkreisen

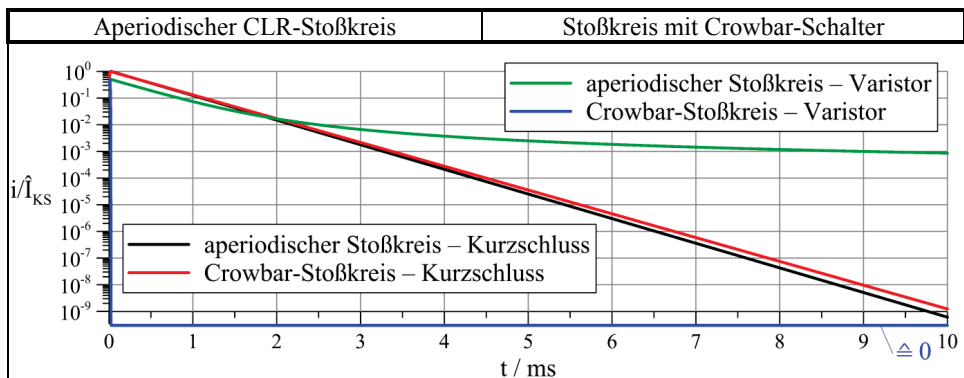


Abb. 6.49: Stromverläufe im Varistor (logarithmische Darstellung; Varistormodell mit exponentieller Kennlinie; Stoßkreise auf Kurzschluss dimensioniert)

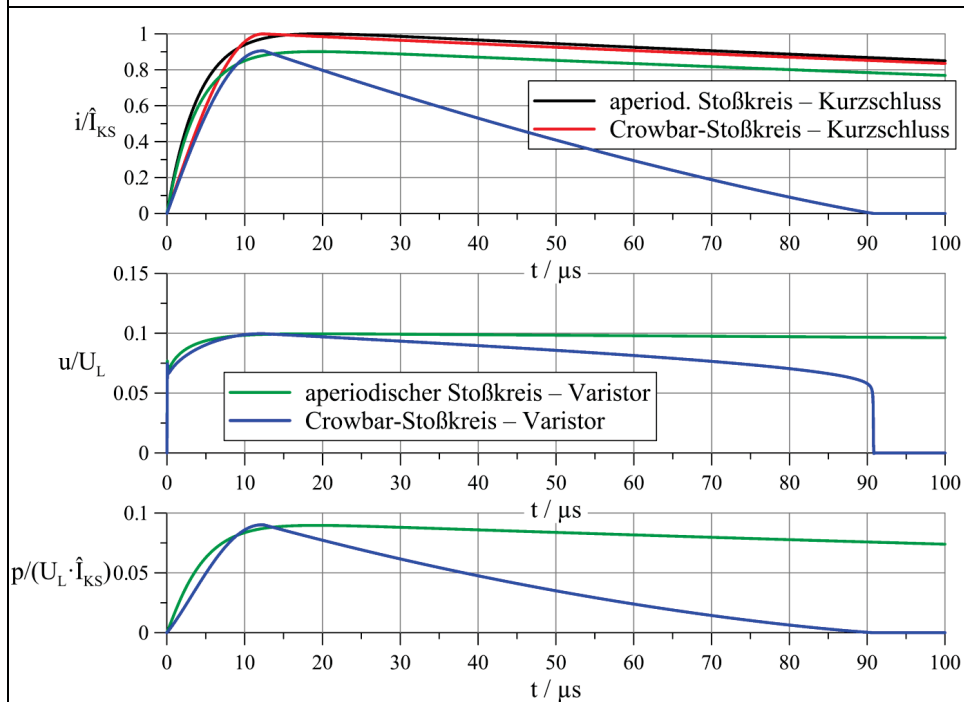


Abb. 6.50: Charakteristische Verläufe der Ströme, Spannungen und Leistungen für den Varistor als Prüfobjekt (Varistormodell mit Log-Sum-Kennlinie; Stoßkreise auf Kurzschluss dimensioniert; Andere Parameter U_{ref} und I_{ref} als für **Abb. 6.47.**)

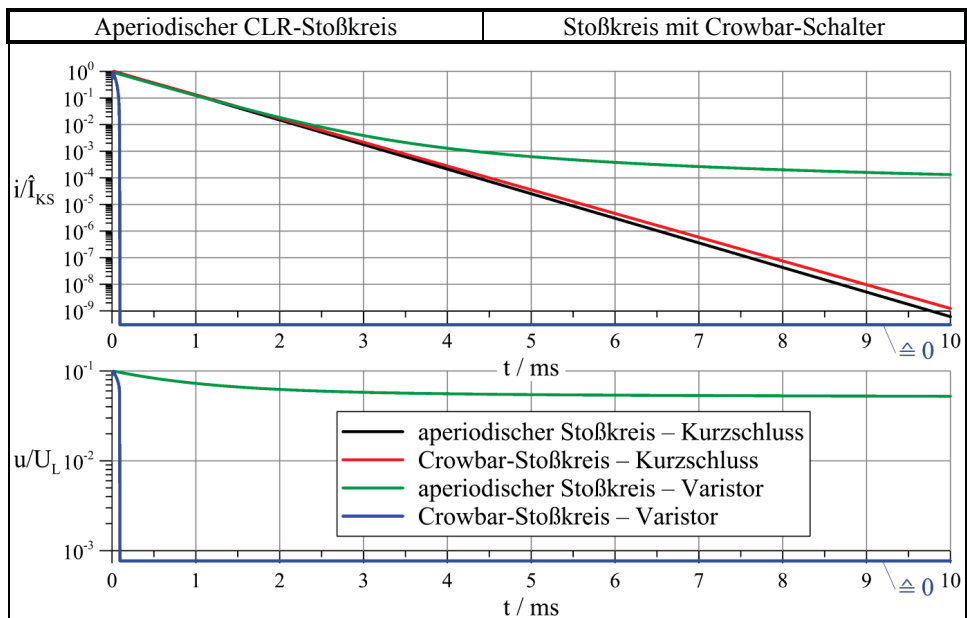


Abb. 6.51: Charakteristische Verläufe der Ströme, Spannungen und Leistungen für den Varistor als Prüfobjekt (Varistormodell mit Log-Sum-Kennlinie; Stoßkreise auf Kurzschluss dimensioniert; Andere Parameter U_{ref} und I_{ref} als für **Abb. 6.49**.)

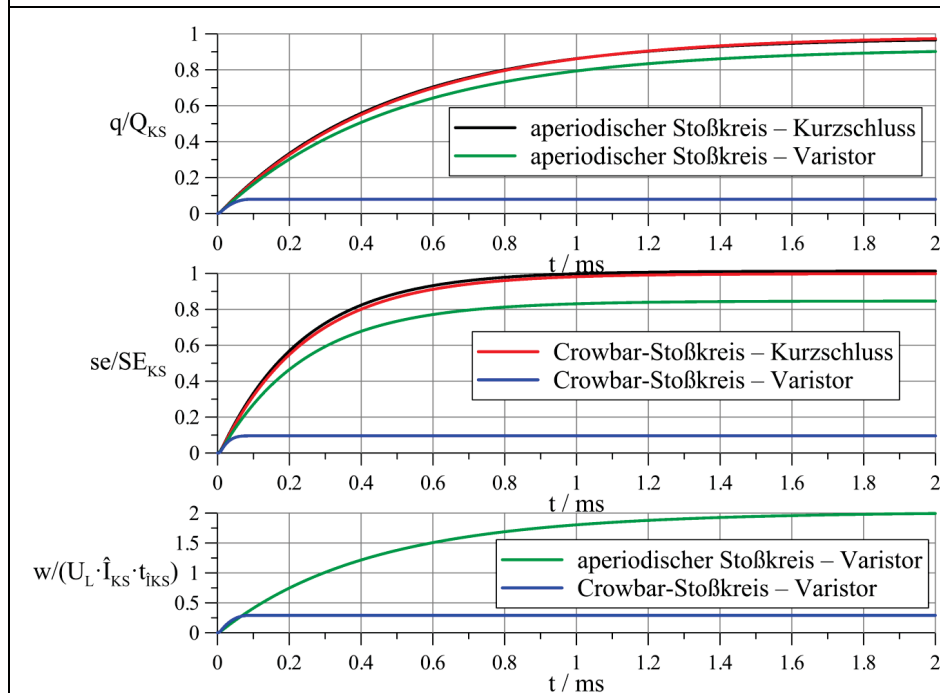


Abb. 6.52: Charakteristische Verläufe der Ladung, der Spezifischen Energie und des Energieumsatzes für den Varistor als Prüfobjekt (Varistormodell mit Log-Sum-Kennlinie; Stoßkreise auf Kurzschluss dimensioniert; Andere Parameter U_{ref} und I_{ref} als für **Abb. 6.48**.)

Aperiodischer CLR-Stoßkreis	Stoßkreis mit Crowbar-Schalter
<p>Zusammenfassung: Charakteristische</p> <ul style="list-style-type: none"> - Stromscheitelwert entsprechend Varistor-restspannung (Gegenspannung) reduziert - Stromform bleibt im Wesentlichen erhalten - Spannung fällt nach dem Stromscheitel mit abnehmender Steilheit gering ab - durch lange anliegende Spannung fließt lange kleiner Reststrom mit stetig wachsender Energie; diese lange Zeitdauer nach dem Scheitel ergibt wesentlichen Anteil für Energieeintrag in den Varistor - Leistungsverlauf am Varistor entspricht etwa dem Stromverlauf - verringerte Impulsladung und Spezifische Impulsenergie entsprechend dem reduzierten Strom 	<p>Kenngrößen bei Varistor als Prüfobjekt</p> <ul style="list-style-type: none"> - Stromscheitelwert entsprechend Varistor-restspannung (Gegenspannung) reduziert - nach Crowbar-Zeitpunkt fällt Strom etwa linear ab, was wesentlich verkürzte Stromflussdauer bedeutet - Stoßstrom wird beeinflusst, wie ein in Schleifen eingekoppelter bzw. induzierter Strom ([76]) - Spannung am Varistor fällt nach Crowbar-Zeit ab und geht bei Stromnull steil zu Null - kein Reststrom durch frühes Zunullgehen der Spannung; der Energieeintrag in den Varistor ist abgeschlossen - Leistungsverlauf am Varistor entspricht etwa dem Stromverlauf - Impulsladung und Spezifische Impulsenergie steigen nach Stromnull nicht weiter an und sind deshalb wesentlich reduziert

Der aperiodische CLR-Stoßkreis weist eine Ähnlichkeit zum natürlichen Entladekreis mit Gewitterwolke auf. Der Blitzstromkanal zwischen Wolke und Erde stellt mit einigen $100\ \Omega$ bis einige $k\Omega$ einen relativ großen Widerstand im Vergleich zu häufig am Einschlagpunkt anzutreffenden Widerständen von einigen $10\ \Omega$ (Erdung) dar. Damit ist die Rückwirkung der Widerstände am Erdboden auf den Blitzstrom gering. Genauso ist im aperiodischen CLR-Stoßkreis ein relativ großer Dämpfungswiderstand im Vergleich zum Prüfobjektwiderstand eingeschaltet. Deshalb ist auch hier die Rückwirkung auf den Stoßstrom durch den Widerstand oder die Gegenspannung des Prüfobjektes klein. Dies gilt gegenüber dem Stoßkreis mit Crowbar-Schalter, in dem der Kreiswiderstand sehr klein sein muss.

6.3.3 Verhalten des Crowbar-Stoßstromgenerators bei Belastung mit einer Gegenspannung durch das Prüfobjekt

In diesem Kapitel soll nach der vergleichenden Gegenüberstellung noch einmal näher auf den Crowbar-Stoßkreis, in dem eine Gegenspannung vorhanden ist, eingegangen werden. **Abb. 6.53** zeigt den mit einer Gegen- bzw. Gleichspannung belasteten einfachen CLR-Stoßkreis mit Crowbar-Querzweig.

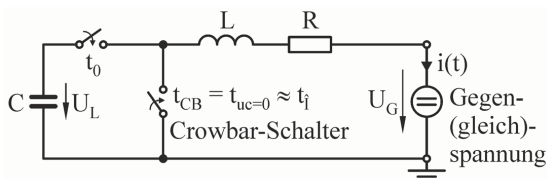


Abb. 6.53: Crowbar-Generator mit Gegenspannung als Belastung durch das Prüfobjekt

Der Zeitverlauf des Stromes $i(t)$ setzt sich, wie für die Crowbar-Schaltung bekannt, wieder aus zwei Abschnitten zusammen:

$$i(t) = i_1 = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{für } 0 \leq t < t_{CB} \quad (6.44)$$

$$i(t) = i_2 = i(t_{CB}) \cdot e^{-2 \cdot \frac{t-t_{CB}}{\tau}} + \frac{U_G}{R} \cdot \left(e^{-2 \cdot \frac{t-t_{CB}}{\tau}} - 1 \right) \quad \text{für } t_{CB} \leq t \leq t_{i=0}$$

$$\text{mit } \eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} \quad , \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L^2}} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{2 \cdot L}{R} \quad (6.45)$$

Aufgrund der eingefügten konstanten Gleichspannungsquelle ergibt sich ein anderes Verhältnis aus Scheitelwert und Ausnutzungsfaktor und der Strom im Kreis erreicht in endlicher Zeit $t_{i=0}$ den Wert $i = 0$:

$$\frac{\hat{I}}{\eta} = \frac{U_L - U_G}{\omega \cdot L} \quad , \quad i(t_{CB}) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t_{CB}}{\tau}} \cdot \sin(\omega t_{CB}) \quad (6.46)$$

$$\begin{aligned} t_{i=0} &= \frac{\tau}{2} \cdot \ln \left(\frac{R}{U_G} \cdot i(t_{CB}) + 1 \right) + t_{CB} \\ &= \frac{\tau}{2} \cdot \ln \left(\left(\frac{U_L}{U_G} - 1 \right) \cdot \frac{R}{\omega \cdot L} \cdot e^{-\frac{t_{CB}}{\tau}} \cdot \sin(\omega t_{CB}) + 1 \right) + t_{CB} \end{aligned} \quad (6.47)$$

Der zweite Strombereich soll bis zum auftretenden Stromnulldurchgang bei $t_{i=0}$ gehen (z.B. verlöscht ein Lichtbogen oder ein Ableiter wird hochohmig). Ansonsten würde die "Gegenspannungsquelle" einen negativen Strom durch R und L treiben. Dies bedeutet also, dass der Strom nicht erst bei $t \rightarrow \infty$ zu Null geht, sondern dass der "Stromnulldurchgang" mit der Höhe der Gegenspannung bei immer kleineren Zeiten liegt (**Abb. 6.54**). Der optimale Crowbar-Zeitpunkt und die Scheitelzeit sind für den Crowbar-Kreis unverändert definiert:

$$\text{Ideale Crowbar-Zeit:} \quad t_{CB} = t_{uc=0} = \frac{1}{\omega} \cdot (\pi - \arctan(\omega \cdot \tau)) = \frac{\pi}{\omega} - t_i \quad (6.48)$$

$$\text{Scheitelzeit:} \quad t_i = \frac{1}{\omega} \cdot \arctan(\omega \cdot \tau) \quad \text{bei } t_i < t_{CB}$$

Die Gesamtladung und die Spezifische Gesamtenergie werden durch eine Gegenspannung verringert:

$$Q_{CB} = \int_0^{t_{CB}} i(t) dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \tau \cdot \left(\frac{\omega \cdot \tau}{\omega^2 \tau^2 + 1} - \sin(\omega \cdot t_{CB} + \arctan(\omega \cdot \tau)) \cdot \frac{e^{-\frac{t_{CB}}{\tau}}}{\sqrt{\omega^2 \tau^2 + 1}} \right) \quad (6.49)$$

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{t_{i=0}} i(t) dt = Q_{\text{CB}} + \frac{\tau}{2} \cdot \left(i(t_{\text{CB}}) - \frac{U_G}{R} \cdot \ln \left(\frac{R}{U_G} \cdot i(t_{\text{CB}}) + 1 \right) \right) \quad (6.50)$$

$$\begin{aligned} I^2 t_{\text{CB}} &= \int_0^{t_{\text{CB}}} i^2(t) dt \\ &= \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}} - e^{-\frac{2t_{\text{CB}}}{\tau}} \cdot \left(1 + \frac{\sin \left(2\omega t_{\text{CB}} - \arctan \left(\frac{1}{\omega \tau} \right) \right)}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \right) \right) \end{aligned} \quad (6.51)$$

$$\begin{aligned} I^2 t_{\text{Ges}} &= \int_0^{t_{i=0}} i^2(t) dt \\ &= I^2 t_{\text{CB}} + \frac{\tau}{4} \cdot \left(i^2(t_{\text{CB}}) - 2 \cdot \frac{U_G}{R} \cdot i(t_{\text{CB}}) + 2 \cdot \frac{U_G^2}{R^2} \cdot \ln \left(\frac{R}{U_G} \cdot i(t_{\text{CB}}) + 1 \right) \right) \end{aligned} \quad (6.52)$$

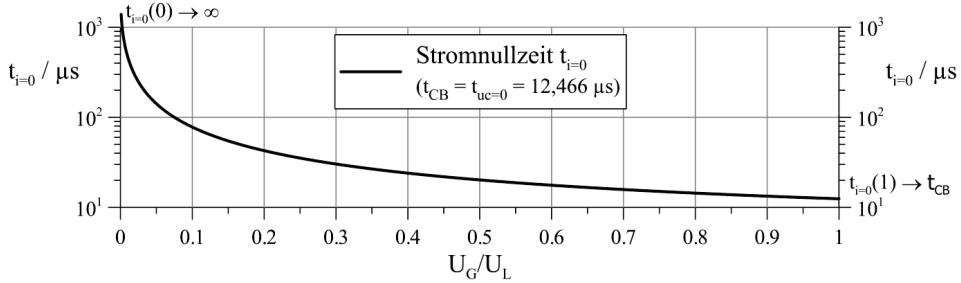


Abb. 6.54: Zeitpunkt, zu dem Stromnull erreicht wird, in Abhängigkeit von der bezogenen Gegenspannung bei Dimensionierung des Stoßkreises für die Stromform 10/350 μs

6.4 Rückwirkung von Prüfobjekten im periodisch gedämpften CLR-Stoßkreis

Die Rückwirkung von Prüfobjekten beim CLR-Stoßkreis, der für periodische Pulsströme dimensioniert ist, wird im Folgenden behandelt. Dazu soll wieder die Rückwirkung von ohmsch-induktiven Prüfobjekten auf den gedämpft schwingenden Stoßstromverlauf der Form 8/20 μs im Kreis nach **Abb. 6.1** betrachtet werden.

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L_0 + L_P}{C_0} - \left(\frac{R_0 + R_P}{2} \right)^2}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \text{mit } \tau &= 2 \cdot \frac{L_0 + L_P}{R_0 + R_P} \quad \text{und} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{(L_0 + L_P) \cdot C_0} - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{R_0 + R_P}{L_0 + L_P} \right)^2} \\ \eta &= \frac{e^{-\frac{\arctan(x)}{x}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} \quad \text{mit} \quad x = \omega \cdot \tau = \sqrt{\left(\frac{2}{R_0 + R_P} \right)^2 \cdot \frac{L_0 + L_P}{C_0} - 1} \end{aligned} \quad (6.53)$$

Die idealen Kreiselemente für den Kurzschluss sind:

$$C_0 = \frac{\hat{I}_0 \cdot e^{\frac{\arctan(\omega_0 \tau_0)}{\omega_0 \tau_0}}}{\sqrt{\omega_0^2 + \frac{1}{\tau_0^2}}} \cdot \frac{1}{U_L}, \quad L_0 = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega_0 \tau_0)}{\omega_0 \tau_0}}}{\hat{I}_0 \cdot \sqrt{\omega_0^2 + \frac{1}{\tau_0^2}}} \cdot U_L, \quad R_0 = \frac{2 \cdot e^{\frac{\arctan(\omega_0 \tau_0)}{\omega_0 \tau_0}}}{\hat{I}_0 \cdot \sqrt{\omega_0^2 \tau_0^2 + 1}} \cdot U_L \quad (6.54)$$

Die ideale Zeitkonstante und Kreisfrequenz für den Impulsstrom 8/20 μ s sind:

$$\tau_0 = 24 \mu\text{s}, \quad \omega_0 = 0,12 (\mu\text{s})^{-1}$$

Die Kreiselemente für $\hat{I}_0 = 1 \text{ kA}$ lauten:

$$C_0 = 12,9/U_L, \quad L_0 = 5,26 \cdot U_L, \quad R_0 = 0,43 \cdot U_L$$

mit C_0 in μF , L_0 in μH , R_0 in Ω und U_L in kV

Für jede Ladespannung U_L entsteht ein Stoßkreis mit neuen Elementen, der auf Kurzschluss mit $\hat{I}_0 = 1 \text{ kA}$ dimensioniert ist. Die Kreiselemente für $\hat{I}_0 = 1 \text{ kA}$ und $U_{L0} = 1 \text{ kV}$ sind:

$$C_{00} = 12,9 \mu\text{F}, \quad L_{00} = 5,26 \mu\text{H}, \quad R_{00} = 0,43 \Omega$$

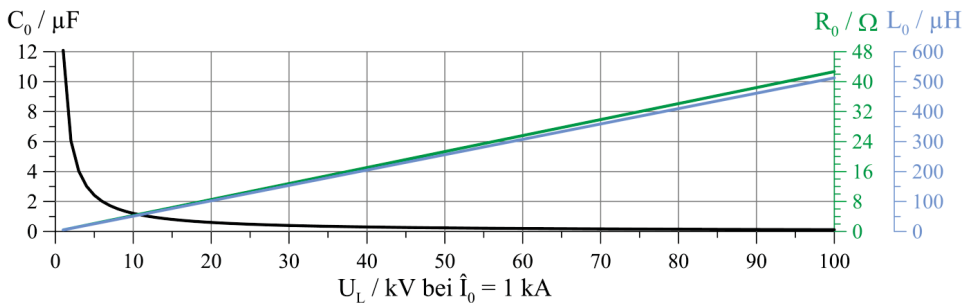


Abb. 6.55: Werte der Stoßkreiselemente für den Impulsstrom 8/20 μ s in Abhängigkeit von der Ladespannung (Stoßkreis auf Kurzschluss dimensioniert)

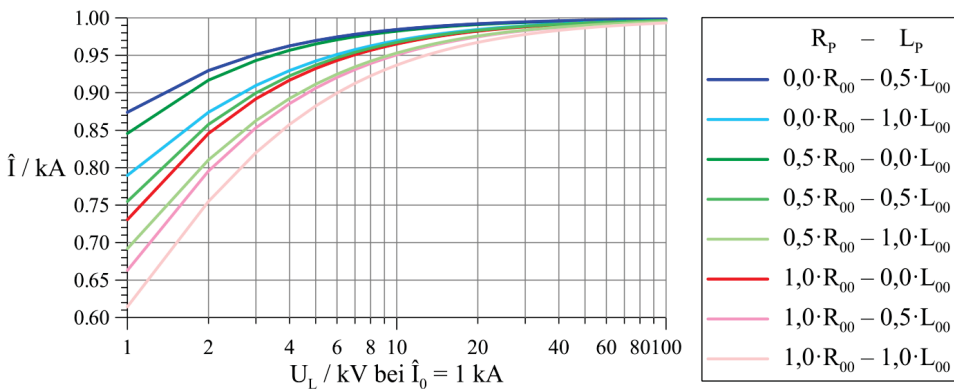


Abb. 6.56: Stromscheitelwert des Impulsstromes 8/20 μ s in Abhängigkeit von der Belastung und der Ladespannung

Der Scheitelwert des Impulsstromes $8/20\ \mu\text{s}$ wird nur gering durch die Impedanz des Prüfobjektes reduziert, wie das Diagramm **Abb. 6.56** zeigt. Mit einer Abnahme des Scheitelwertes auf etwa 60 % bei Impedanzen der Belastung in der Größe des Kreiswiderstandes (R_{00}) und der Kreisinduktivität (L_{00}) für \hat{I}_0 und $U_{L,0}$ ist zu rechnen. Dabei ist Einfluss des Wirkwiderstandes zwar noch größer, aber in der gleichen Größenordnung von dem der Induktivität.

Auch beim schwingenden Impuls $8/20\ \mu\text{s}$ wirken sich, wie in **Abb. 6.57** erkennbar, eine größere Kreisinduktivität erhöhend und ein größerer Kreiswiderstand verringernd, also gegenläufig auf die Stirnzeit aus. Allerdings zeigt **Abb. 6.57**, dass sich bei etwa gleichen relativen Erhöhungen der Kreisinduktivität und des Kreiswiderstandes durch die Prüfobjektinduktivität und den Prüfobjektwiderstand die Wirkungen auf die Stirnzeit nicht aufheben. Der Einfluss der Induktivität, der mit größer werdender Prüfobjektinduktivität eine Erhöhung der Stirnzeit bedeutet, überwiegt hier.

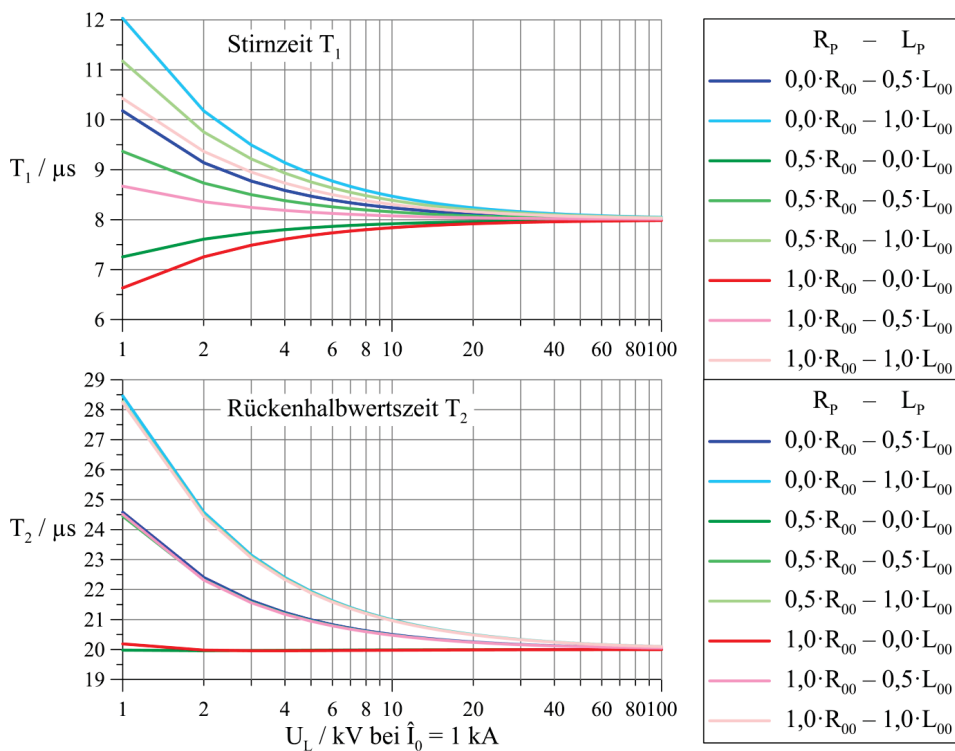


Abb. 6.57: Stirn- und Rückenhalfwertszeit des Impulsstromes $8/20\ \mu\text{s}$ in Abhängigkeit von der Belastung und von der Ladespannung

Die Rückenhalfwertszeit wird nach **Abb. 6.57** im Wesentlichen durch eine Erhöhung der Kreisinduktivität aufgrund der hinzukommenden Prüfobjektinduktivität vergrößert. Eine Erhöhung des Kreiswiderstandes durch den hinzukommenden Prüfobjektwiderstand kann untergeordnet sowohl zu einer ganz leichten Verringerung als auch zu einer Erhöhung der Rückenhalfwertszeit führen. Bei einer kleinen hinzukommenden Prüfobjektinduktivität kann durch den hinzukommenden Prüfobjektwiderstand auch eine ganz geringe Abnahme der Rückenhalfwertszeit unter den Nennwert von $20\ \mu\text{s}$ auftreten.

6.5 Literatur

- [65] Hasse, P.; Wiesinger, J.; Zischank, W.: Handbuch für Blitzschutz und Erdung, 5. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2006, ISBN: 3-7905-0931-0
- [66] Brocke, R.: Modellierung von Überspannungsableitern in Niederspannungsnetzen, Dissertation, Technische Universität Ilmenau, 1995, Shaker-Verlag, Aachen, 1996, ISBN: 3-8265-1100-X, ISSN: 0945-0718
- [67] Bluhm, H.: Pulsed Power Systems, Principles and Applications (Power Systems), 1. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, März 2006, ISBN: 3-540-26137-0, ISBN-13: 978-3540261377
- [68] Larsson, A.; Tang, H.; Scuka, V.: A Gas Discharge Tube Module based on Discharge Physics for use in ATP-EMTP Simulations, Proceedings EEUG Meeting, Hannover, November 13 – 15, 1995
- [69] Mayr, O.: Beiträge zur Theorie des statischen und des dynamischen Lichtbogens, Electrical Engineering (Archiv für Elektrotechnik), Engineering and Physics and Astronomy, Vol. 37, No. 12, December, 1943, S. 588 – 608
- [70] Schavemaker, P.H.; van der Sluis, L.: An Improved Mayr-Type Arc Model Based on Current-Zero Measurements, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, No. 2, April 2000
- [71] Kizilcay, M.: Dynamic Arc Modelling in EMTP/TACS, 10th European EMTP Users Group Meeting, Kopenhagen, Dänemark (EE 355/86), 5. – 6. May, 1986
- [72] Schavemaker, P.H.: Arc Model Blockset for use with MATLAB Simulink and Power System Blockset, User's Guide, Version 2, Delft University of Technology, 2001
- [73] Schavemaker, P.H.; van der Sluis, L.: The arc model blockset, 369-023, Proceedings of the Second IASTED International Conference POWER AND ENERGY SYSTEMS (EuroPES), Crete, Greece, 25. – 28. June 2002, pp. 644 – 648
- [74] Larsson, A.: A Low-Voltage Varistor Module for use within ATP-EMTP Simulations, Technical Paper, EEUG News, Vol. 3, No. 4, November 1997, pp. 39 – 43
- [75] Zola, J.G.: Simple model of metal oxide varistor for PSpice Simulation, IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 23, No. 10, pp. 1491 – 1494, October 2004
- [76] Häberlin, H.: Einsatz von Überspannungsableitern beim Blitzschutz, Notwendige Strombelastbarkeit von Varistoren in induktiv gekoppelten Schleifen, Varistoren, Bulletin, ASE/AES, 25/01, Bulletin, SEV/VSE, 25/01, S. 17 – 22
- [77] Arnold, M.: Überspannungsschutzgeräte und ihr Einsatz in Energieversorgungsanlagen über 1 kV – Teil I, Teil II, Teil III, Sonderdruck aus den Mitteilungen des Instituts für Energetik, Heft 84, Heft 85, Heft 86, 1966, S. 217 – 246, S. 283 – 312, S. 349 – 385
- [78] Noack, F.; Brocke, R.; Göhlsch, T.; Zahlmann, P.: Interactions between Pulse Generators and Voltage Surge Protectors for use on Low-Voltage Mains during their Pulse Tests, Paper 5.13, 21st International Conference on Lightning Protection (ICLP), Berlin, 1992, Conference Proceedings, pp. 287 – 292
- [N10] DIN EN 62305-1 (VDE 0185-305-1): Blitzschutz – Teil 1: Allgemeine Grundsätze, Oktober 2006, Anhang B (informativ): Zeitfunktionen des Blitzstroms für Analysezwecke, S. 36 – 39, Anhang C (informativ): Nachbildung des Blitzstroms für Prüfzwecke, S. 40 – 43, Anhang D (informativ): Prüfparameter für die Nachbildung von Blitzwirkungen auf LPS-Komponenten, S. 44 – 57, Anhang E (informativ): Durch Blitz erzeugte Stoßwellen an verschiedenen Einbauorten, S. 58 – 61

7 Anwendungsmöglichkeiten von CLR-Stoßkreisen

Der einfache CLR-Stoßkreis kann durch Anpassung der Kreiselemente für die Erzeugung verschiedener im weitesten Sinne impulsförmiger Ströme verwendet werden. Hierunter zählen Ströme mit aperiodischem (unipolarem), mit periodisch abklingendem Zeitverlauf, annähernd sinusförmige Ströme und Quasi-Langzeitströme (langsam abklingend). Unter Hinzunahme nichtsteuerbarer oder steuerbarer Schalter (Dioden, Thyristoren) können z.B. auch Sinushalbwellenströme erzeugt werden.

7.1 Erzeugung verschiedener Stromformen mit CLR-Kreisen

Der einfache CLR-Reihenkreis kann, wie in Kapitel 5.1 und den Anhängen A4.1, A4.4, A4.5 und A4.6 dargestellt, grundsätzlich ausschließlich in Abhängigkeit der Parameterkombination C , L , R stetige Stromformen erzeugen, die als aperiodisch und schwingend beschrieben werden. Der Stromverlauf, der als aperiodischer Grenzfall bezeichnet wird, ist die theoretische bzw. mathematische Grenze zwischen aperiodischem und schwingendem Verlauf, ist selbst gerade noch aperiodisch, tritt nur bei dem festen Verhältnis der Parameter von $R^2/(L/C) = 4$ auf und liegt deshalb selten exakt vor. Da bei nicht all zu großen Abweichungen der Parameterwerte von diesem Verhältnis die Stromverläufe im Wesentlichen aperiodisch bleiben und sich diese Ausführung hinsichtlich der erreichbaren Stromamplitude als vorteilhaft erweist, wurden Stoßstromkreise schon des Öfteren auf den Grenzfall ausgelegt.

Zur Realisierung von Sinus- bzw. Sinushalbwellenströmen mit hohen Stromamplituden bzw. hohen Stromeffektivwerten wird auf die Betrachtung im Kapitel 7.7 verwiesen.

Auf die Erzeugung von exponentiell abklingenden Quasi-Langzeitströmen und Langzeitströmen mit Hilfe eines gesteuerten Widerstandes im CLR-Kreis geht Kapitel 5.4.2 näher ein.

7.2 Crowbar-Kreise für die Erzeugung weiterer Stromformen

Eine spezielle Ausführung des CLR-Kreises mit zusätzlichem gesteuertem Schalter ist der Crowbar-Stoßkreis mit dem neben aperiodischen Strömen auch Sinushalbwellenströme realisiert werden können.

Inwieweit mit dem Crowbar-Stoßkreis die Erzeugung von Langzeitstrom oder Quasi-Langzeitströmen möglich ist, soll im folgenden Kapitel geklärt werden.

7.2.1 Crowbar-Kreis für die Erzeugung von Langzeitströmen

Die Erzeugung von Langzeitströmen mit einer Crowbar-Anlage ist zunächst nur als theoretische Betrachtung zu verstehen. Es sollen Langzeitströme mit einem Strom I_{LZ} von einigen 100 A über eine Zeitdauer T_{LZ} von 0,5 s realisiert werden.

Die Erzeugung von Langzeitströmen erfordert bei Verwendung eines Crowbar-Kreises eine sehr große Speicherinduktivität von einigen 100 mH bis einige H. Damit reduziert sich der erreichbare Scheitelwert auf gewünschte Werte um 1 kA und darunter. Bei dazu kleinen Lastwiderständen verlängern sich die Zeitkonstante und die Rückzeit deutlich und man kann den so erzeugten Stromverlauf als "Quasi-Langzeitstrom" bezeichnen.

Nach Erreichen des Scheitelwertes, was eine relativ lange Zeit von einigen ms in Anspruch nimmt, und dem Schließen des Crowbar-Schalters bei t_{Cb} findet jedoch ein exponentielles Abklingen des Stromes mit der Zeitkonstante $\tau = L_0/R$ statt.

Die Langzeitstromdauer T_{LZ} wird in den weiteren Betrachtungen ab dem Zeitpunkt t_{Cb} gezählt.

Mit folgenden Beispielparametern für eine Crowbar-Anlage soll eine konkrete Berechnung vorgestellt werden (zu **Abb. 7.1**):

$$\begin{array}{lll} C = 20 \mu F & , & R = 1 \Omega & , & L_0 = R \cdot T_{LZ} = 0,5 \text{ H} \\ T_{LZ} = 0,5 \text{ s} & , & I_{LZ} = 1000 \text{ A} & , & Z_P = 0 \text{ (Prüfobjektimpedanz)} \end{array}$$

Wie erwähnt muss eine recht große Induktivität realisiert werden. Zudem wird für die Spule, die diese Induktivität ergibt, aufgrund der nach Gleichung (7.5) berechneten hohen Ladespannung eine hohe Isolationsfestigkeit gefordert.

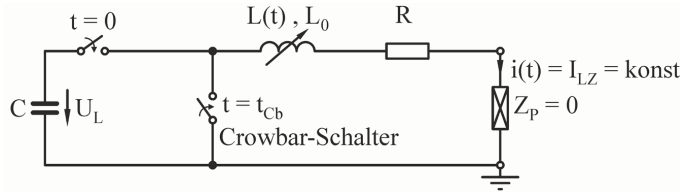


Abb. 7.1: Ersatzschaltbild für Crowbar-Anlage zur Langzeitstromerzeugung

Zu den Beispielparametern ergeben sich zunächst folgenden Werte:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_0 \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L_0^2}} \approx 316 \text{ s}^{-1} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{2 \cdot L_0}{R} = 1 \text{ s} \quad (7.1)$$

$$\omega \cdot \tau = \sqrt{\frac{4}{R^2} \cdot \frac{L_0}{C} - 1} \approx 316 \text{ s}^{-1} \quad (7.2)$$

$$\eta = \frac{e^{\frac{-\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} \approx 0,995 \quad (7.3)$$

$$t_{Cb} = \frac{\arctan\left(\sqrt{\frac{4}{R^2} \cdot \frac{L_0}{C} - 1}\right)}{\sqrt{\frac{1}{L_0 \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L_0^2}}} \approx 4,96 \text{ ms} \quad (7.4)$$

$$U_L = I_{LZ} \cdot \omega L_0 = I_{LZ} \cdot \sqrt{\frac{L_0}{C} - \frac{R^2}{4}} \approx 158 \text{ kV} \quad (7.5)$$

Der Zeitverlauf des Stromes ohne weitere Beeinflussung lautet:

$$i(t) = \frac{I_{LZ}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{für} \quad 0 \leq t \leq t_{cb} \quad (7.6)$$

$$i(t) = I_{LZ} \cdot e^{-2 \cdot \frac{t-t_{cb}}{\tau}} \quad \text{für} \quad t_{cb} \leq t \leq T_{LZ} + t_{cb} \quad (7.7)$$

$$t = T_{LZ} + t_{cb} \quad , \quad i(T_{LZ} + t_{cb}) = I_{LZ} \cdot e^{-2 \cdot \frac{T_{LZ}}{\tau}} \approx 368 \text{ A} \quad (7.8)$$

Der Mittelwert dieses Quasi-Langzeitstromes über die Langzeitstromdauer T_{LZ} ist:

$$\bar{I} = \frac{1}{T_{LZ}} \cdot \int_{t_{cb}}^{t_{cb}+T_{LZ}} i(t) dt = \frac{I_{LZ}}{2} \cdot \frac{\tau}{T_{LZ}} \cdot \left(1 - e^{-2 \cdot \frac{T_{LZ}}{\tau}} \right) \approx 632 \text{ A} \quad (7.9)$$

Die Erzeugung eines exponentiell abklingenden Langzeitstromes ist also prinzipiell auch mit einer Crowbar-Anlage möglich. Hier sollen noch die Erfordernisse für konstante Langzeitströme diskutiert werden. Einen konstanten Langzeitstrom nach dem Schließen des Crowbar-Schalters würde man nur dann erhalten, wenn sich die Speicherinduktivität nach diesem Zeitpunkt linear verringert. Zu beachten ist dabei, dass eine Induktivitätsverringering nicht mit einem "Verlust an Strom", z.B. durch das Kurzschließen von Teilinduktivitäten, einhergehen darf.

Anhand von **Abb. 7.1** kann man die Maschengleichung für die Zeit nach dem Schließen des Crowbar-Schalters aufstellen:

$$u_L(t) + u_R(t) = 0 \quad (7.10)$$

Darin sind folgende Beziehungen einzusetzen und es entsteht die Differentialgleichung für den Strom $i(t)$:

$$u_L(t) = \frac{d(L(t) \cdot i(t))}{dt} = L(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t) \cdot \frac{dL(t)}{dt} \quad , \quad u_R(t) = R \cdot i(t) \quad (7.11)$$

$$L(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t) \cdot \frac{dL(t)}{dt} + R \cdot i(t) = 0 \quad (7.12)$$

Dieser Strom soll ein Rechteckstrom sein, für den gilt:

$$i(t) = I_{LZ} = \text{konst.} \quad , \quad \frac{di(t)}{dt} = 0 \quad (7.13)$$

Damit erhält man eine einfache Differentialgleichung für die zeitabhängige Induktivität $L(t)$, deren Lösung eine zeitlich linear abfallende Induktivität widerspiegelt:

$$\frac{dL(t)}{dt} = -R \quad \rightarrow \quad L(t) = -R \cdot t + K \quad (7.14)$$

Die zeitliche Abnahme der Induktivität $L(t)$ entspricht also dem ohmschen Kreiswiderstand R . Mit obigen Beispielwerten hieße das $dL(t)/dt = -1 \Omega = -1 \text{ H/s} = -1 \text{ mH/ms}$. Die Bestimmung der Integrationskonstante K ist mit der Annahme möglich, dass beim Schließen des Crowbar-Schalters eine Anfangsinduktivität L_0 vorliegt, in welcher die gespeicherte magnetische Energie vorhanden ist:

$$t = 0, L(t=0) = L_0 \rightarrow K = L_0 \quad (7.15)$$

Man kann auch davon ausgehen, dass beim Erreichen der Langzeitstromdauer T_{LZ} die Induktivität verschwinden soll:

$$t = T_{LZ}, L(t=T_{LZ}) = 0 \rightarrow K = R \cdot T_{LZ} \quad (7.16)$$

Unter Berücksichtigung der Zeitdauer t_{cb} für den Aufladevorgang der Speicherinduktivität (L_0) erhält man:

$$L(t) = R \cdot (T_{LZ} - t + t_{cb}) = L_0 - R \cdot (t - t_{cb}) \quad \text{für } t_{cb} \leq t \leq T_{LZ} \quad (7.17)$$

Eine Berechnung mit den oben angegebenen Beispielwerten führt auf einen notwendigen Zeitverlauf der Induktivität und den resultierenden näherungsweise konstanten Stromverlauf in **Abb. 7.2**.

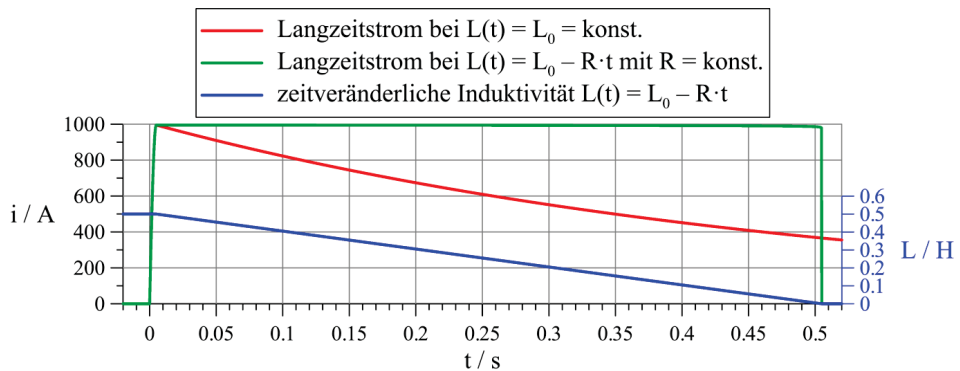


Abb. 7.2: Stromverläufe bei konstanter sowie linear abfallender Induktivität

Eine stetige Induktivitätsverringerung ohne "Stromverlust" kann beispielsweise mit einer Tauchkernspule mit mechanisch verschiebbarem Eisenkern erreicht werden. Durch den Eisenkern erreicht man leicht die großen Induktivitätswerte und beim Fließen des konstanten Langzeitstromes spielt die Nichtlinearität der Induktivität aufgrund der Magnetisierungskennlinie des Eisens keine Rolle. Nur beim "Aufladevorgang" der Eisenkernspule mit dem Stromanstieg bis auf den Scheitel- bzw. Langzeitstromwert, der aber bei der Erzeugung von Langzeitströmen nicht relevant ist, ergeben sich Verzerrungen in der Stromform. Bei konstanter Geschwindigkeit v , mit der der Tauchkern aus der Spulenwicklung gezogen wird, ergibt sich eine nahezu lineare Abnahme der Induktivität, die allerdings nicht bis auf $L = 0$ führt.

Eine weitere Möglichkeit, die zeitlich abnehmende Induktivität zu erhalten, kennt man von so genannten Magnetocumulativen Generatoren (MCG), die z.B. in [80] oder [81] beschrieben sind.

Diese Generatoren, die auch als Flux Compression Generators (FCGs) bezeichnet werden, führen eine einmalige Umwandlung chemischer Explosionsenergie in kinetische Energie von elektrischen Leitern und damit in magnetische Feldenergie mit hoher Effektivität durch. Je nach konstruktiver Ausführung der zeitveränderlichen Spulenanordnung ergibt sich ein etwa exponentieller oder linearer Abfall der Induktivität.

7.2.2 Crowbar-Kreis für die Erzeugung von 0,25/100- μ s-Impulsströmen

Die **Abb. 7.3** zeigt noch einmal das vereinfachte Schaltbild einer Crowbar-Anlage, die jetzt für die Erzeugung von steilen Folgeblitzstoßströmen eingesetzt werden soll.

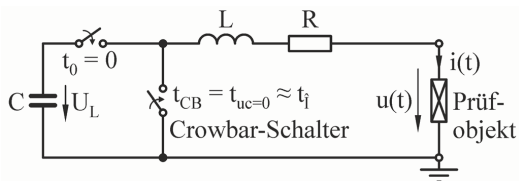


Abb. 7.3: CLR-Reihenkreis mit Crowbar-Zweig für Impulsströme der Form 0,25/100 μ s

Die Ausführung eines Generators nach dem Crowbar-Prinzip für aperiodische Stoßströme mit solch kurzen Stirnzeiten ist schwierig, da der Crowbar-Schalter mit geringer Streuung sehr kurz nach dem Strombeginn ($0,31 \mu\text{s} \approx 0,68 \mu\text{s}/2$) den Kurzschluss herstellen muss. Bei entsprechend verfügbaren Bauelementen ist der Crowbar-Schalter am besten mit leistungselektronischen Elementen realisierbar (Hochspannungsdioden bzw. -thyristoren für große steile Stoßströme).

Die prinzipielle Berechnung für den 0,25/100- μ s-Impulsstrom gestaltet sich analog zur Vorgehensweise in Kapitel 5.2.1 und Anhang A5. Folgende Zeitparameter und Kenngrößen sind danach für den 0,25/100- μ s-Impulsstrom anzugeben:

$$\begin{array}{lll} \tau \approx 288 \mu\text{s} & \omega \approx 5,1 (\mu\text{s})^{-1} & \omega \cdot \tau \approx 1466 \\ (t_{01} \approx -0,0054 \mu\text{s}) & t_i \approx 0,31 \mu\text{s} & t_{CB} = t_{uc=0} \approx 0,31 \mu\text{s} \end{array} \quad \eta \approx 0,999$$

Die zugeschnittenen Beziehungen der Kreiselemente für den 0,25/100- μ s-Impulsstrom bei der Crowbar-Schaltung sind:

$$C \approx 0,2 \cdot \hat{I} / U_L, \quad L \approx 0,2 \cdot U_L / \hat{I}, \quad R \approx 1,4 \cdot U_L / \hat{I}$$

mit C in μF , L in μH , R in $\text{m}\Omega$, \hat{I} in kA und U_L in kV

Für den Generator muss eine kleine Kreisinduktivität (aber etwa doppelt so groß, wie beim CLR-Reihenkreis von Kapitel 5.1.2) und ein sehr kleiner Kreiswiderstand ($R < 5 \text{ m}\Omega$ bis $R \ll 5 \text{ m}\Omega$) erreicht werden. In **Abb. 7.4** können die Werte der Stoßkreiselemente für den Crowbar-Kreis zur Erzeugung von normativen Folgeblitzstoßströmen abgelesen werden. Mit Erhöhung der Ladespannung können die Stoßkapazität linear verringert und die Stoßkreisinduktivität sowie der Reihenwiderstand proportional vergrößert werden.

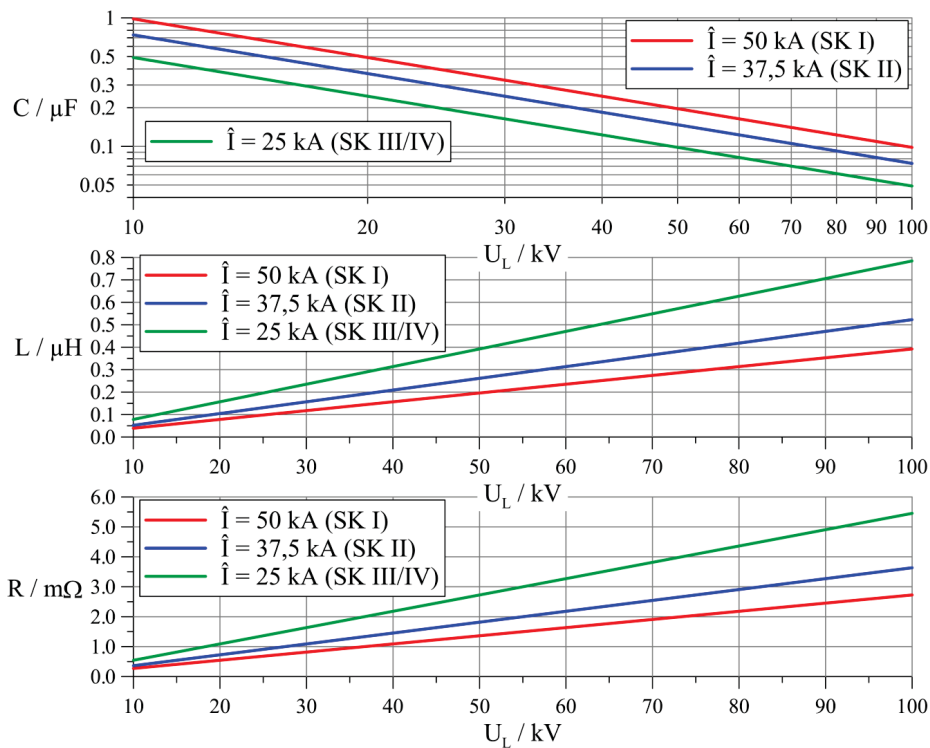


Abb. 7.4: Notwendige Werte von Stoßkapazität, Stoßkreisinduktivität und Reihenwiderstand für einen CLR-Crowbar-Stoßkreis in Abhängigkeit von der Ladespannung für normative Folgeblitzstoßströme (SK – Schutzklasse des Blitzschutzsystems)

7.2.3 Stoßkreis mit explodierendem Draht zur Erzeugung von Folgeblitzströmen

Die Erzeugung steil ansteigender Ströme in ohmsch-induktiven Prüfobjekten ist mit Stoßkreisen möglich, in denen ein Strom durch schnelle Unterbrechung eines niederohmigen Parallelpfades in das Prüfobjekt kommutiert. Entsprechende Stoßkreisschaltungen mit "Explodierenden Drähten" werden in [82], [83] und [84] vorgestellt. In [82] werden Ströme mit sehr kleinen Stirnzeiten $T_1 = 250$ ns, wie sie für die Komponente Folgeblitzstoßstrom benötigt werden, erzeugt. Dabei sorgt der sorgfältig dimensionierte Draht bei seiner zeitgenauen Explosion für die Unterbrechung eines primären Stoßstromes und einer damit verbundenen hohen Schaltüberspannung im MV-Bereich. Aufgrund der hohen Spannung zündet eine Funkenstrecke zum Prüfobjekt und der Strom kommutiert mit großer Anstiegssteilheit in das Prüfobjekt.

Ein vereinfachtes Ersatzschaltbild für eine solche Stoßkreisschaltung zeigt **Abb. 7.5**, wobei der explodierende Draht als zeitabhängiger Widerstand R_{EW} wiedergegeben ist. Mit der Annahme, dass der Draht bis zu sehr großen Stromwerten im primären Kreis mit C , R_1 und L_1 einen vernachlässigbar kleinen Widerstand besitzt, kann die Funkenstrecke zum Prüfobjekt, in **Abb. 7.5** als Schalter mit Einschaltzeitpunkt t_p dargestellt, bereits beim Schließen des primären Kreises ($t_1 = 0$) geschlossen sein.

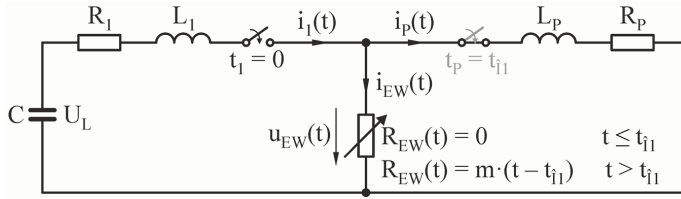


Abb. 7.5: Vereinfachter Stoßkreis mit explodierendem Draht im Querzweig

Zur Unterbrechung eines großen Stromes, d.h. der schnellen Widerstandserhöhung im zum Prüfobjekt parallelen Strompfad, sind auch andere "Ausschalter" aus dem Bereich "Pulsed Power"-Anwendungen, wie spezielle Schmelzsicherungen, Plasmaöffnungsschalter, explosionsgetriebene Öffnungsschalter, Vakuumschalter oder Halbleiter- bzw. allgemein Festkörperschalter denkbar [85], [87], [88]. Ihre Leistungsfähigkeit und ihre Handhabung sind aber meist nicht besser als die von dünnen Drähten.

Es soll versucht werden, die Schaltung von **Abb. 7.5** so auszulegen, dass im Prüfzweig ein Strom $i_p(t)$ fließt, der die Form 0,25/100 μ s des Folgeblitzstoßstromes mit einer Amplitude bis $\hat{I} = 50$ kA und einer mittleren Stirnteilheit bis 200 kA/ μ s besitzt. Dies bedeutet wegen der verhältnismäßig langen Rückenzeit des Folgeblitzstoßstromes allerdings die Nutzung einer recht großen Kondensatoranlage ($C \sim 100$ μ F) bei einer hohen Ladespannung U_L von etwa 100 kV ($W \sim 500$ kJ). Es ist auch denkbar, nur die steile Stirn des Folgeblitzstoßstromes nachzubilden. Dann reicht eine kleinere Stoßkapazität aus ($C \sim 20$ μ F) und es entsteht ein schwingender Impulsstrom durch das Prüfobjekt mit einer Frequenz von wenigen kHz.

Wie in **Abb. 7.5** eingetragen, soll sich der Widerstand $R_{EW}(t)$ des explodierenden Drahtes zum Zeitpunkt des Stromscheitels t_{i1} der Kondensatorentladung im primären Kreis von Null aus linear mit der Steigung $m = dR_{EW}/dt = \text{konstant}$ erhöhen. Die Steigung m bestimmt unmittelbar die Steilheit des ansteigenden Prüfzweigstromes $i_p(t)$ in der Impedanz aus R_p und L_p des Prüfobjektes. Damit $i_p(t)$ eine Stirnzeit von ca. 250 ns und eine Stromamplitude von bis zu 50 kA aufweist, muss die Steigung Werte bis etwa $m = 1$ k Ω/μ s $= 10^9$ Ω/s erreichen. Dies ist ein sehr hoher Wert und bei Verwendung von explodierenden Drähten nur unter besonderen Bedingungen gegeben (Draht in Wasser bzw. Draht in wassergefüllter dünner Röhre [88]).

Damit ein nahezu aperiodischer Stromimpuls $i_p(t)$ entsteht und dessen Scheitelwert \hat{I}_p nicht deutlich kleiner als der des primären Stromes \hat{I}_1 wird, muss der primäre Kreis gedämpft betrieben werden.

Die mathematische Behandlung des Kreises von **Abb. 7.5** ist aufwendig, da insbesondere für den Zeitbereich $t > t_{ex}$ ein System 3. Ordnung entsteht. Deshalb soll eine Abschätzung der für den 0,25/100- μ s-Impulsstrom notwendigen Kreiselemente anhand von Näherungsbeziehungen erfolgen ([85], [86], [88]).

$$i_p(t_{ex+}) \approx i_1(t_{ex-}) \cdot \frac{L_1}{L_1 + L_p}, \quad \hat{I}_p \approx \hat{I}_1 \cdot \frac{L_1}{L_1 + L_p} \quad \text{mit} \quad \hat{I}_1 \approx \frac{U_L}{0,84 \cdot R_1 + \sqrt{\frac{L_1}{C}}} \quad (7.18)$$

Die letzten beiden Gleichungen von Beziehung (7.18) gelten näherungsweise für gedämpft schwingende Ströme und den Zeitpunkt der Drahtexplosion $t_{ex} = t_{i1}$ im Scheitel von i_1 (grüne Kurve im oberen Diagramm von **Abb. 7.6**).

$$T_{1P} \approx 1,25 \cdot \left(\sqrt{\ln\left(\frac{10}{1}\right)} - \sqrt{\ln\left(\frac{10}{9}\right)} \right) \cdot \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \frac{L_1 \cdot L_p}{L_1 + L_p}} \approx 2,109 \cdot \sqrt{\frac{1}{m} \cdot \frac{L_1 \cdot L_p}{L_1 + L_p}} \quad (7.19)$$

$$T_{2P} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{R_1 + R_p}{L_1 + L_p} - \frac{R_1}{L_1}}$$

Ebenso ist die Berechnung der Rückenhalbwertszeit T_2 nach Gleichung (7.19) für den Start des Prüfzweigstromes $i_p(t)$ etwa im Scheitel \hat{I}_1 bei t_{i1} des primären Stromes $i_1(t)$ gültig.

Neben der Impulsstromform sollen in einem Beispiel die Impedanz des Prüfobjektes (R_p , L_p) und die zur Verfügung stehende Stoßkapazität C mit maximaler Ladespannung U_L vorgegeben sein:

$$\begin{array}{llll} R_p = 1 \, \Omega & , & L_p = 10 \, \mu\text{H} & , & C = 100 \, \mu\text{F} & , & U_L = 100 \, \text{kV} \\ \hat{I}_p = 50 \, \text{kA} & , & T_{1P} = 250 \, \text{ns} & , & T_{2P} = 100 \, \mu\text{s} \end{array}$$

Anhand der Beziehungen (7.18) und (7.19) lassen sich die verbleibenden Kreiselemente (R_1 , L_1) und der notwendige Widerstandsanstieg m des explodierenden Drahtes bestimmen:

$$\begin{array}{llll} R_1 \approx 0,647 \, \Omega & , & L_1 \approx 183 \, \mu\text{H} & , & m \approx 680 \, \Omega/\mu\text{s} \\ t_{i1} \approx 185 \, \mu\text{s} & , & \hat{I}_1 \approx 53,3 \, \text{kA} & , & \hat{I}_p \approx 50,3 \, \text{kA} \\ t_{ip} \approx 570 \, \text{ns} \, (\text{in Bezug auf Beginn von } i_p) & , & T_{1P} \approx 249 \, \text{ns} & , & T_{2P} \approx 101 \, \mu\text{s} \end{array}$$

Die Zeitverläufe der Ströme im Stoßkreis von **Abb. 7.5** sind in den Diagrammen von **Abb. 7.6** für die vorgegebenen und ermittelten Werte dargestellt. Im unteren Diagramm von **Abb. 7.6** ist die Kommutierung des Stromes $i_{EW}(t)$ durch den explodierenden Draht (blaue Kurve) zum Strom $i_p(t)$ in das Prüfobjekt (rote Kurve) zu sehen. Die Geschwindigkeit der Stromkommutierung wird durch den Widerstandsanstieg des explodierenden Drahtes bestimmt.

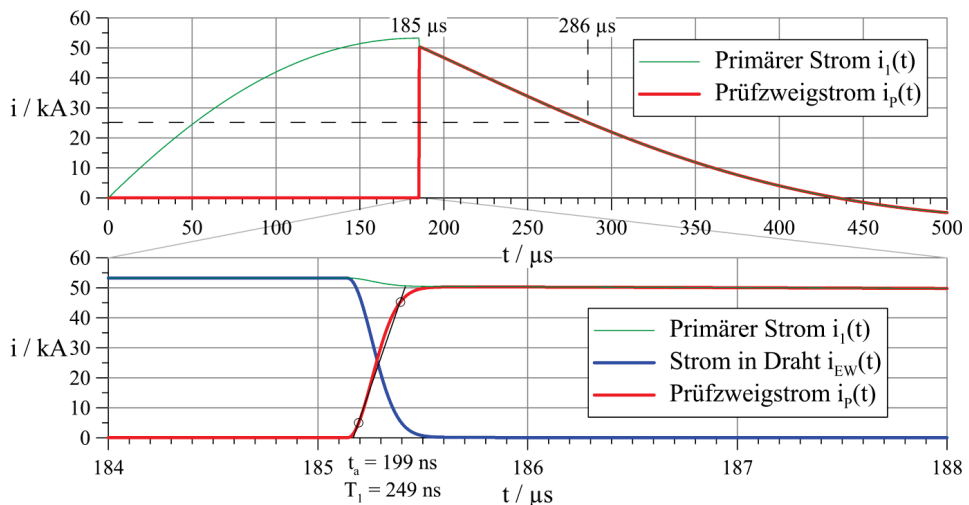


Abb. 7.6: Zeitverläufe von primärem Strom an Stoßkapazität, Strom durch ohmsch-induktive Last und Strom durch explodierenden Draht

Bei der Nutzung eines Stoßkreises mit schnellem Ausschalter ist zu beachten, dass die Induktivitäten (Luftspulen) im Kreis sehr hohen Spannungsbeanspruchungen ausgesetzt sind, die durch eine ausreichende Isolation beherrscht werden müssen. In der Schaltung von **Abb. 7.5** liegt während der Stromkommutierung fast die volle Spannung des explodierenden Drahtes über L_1 und zugleich L_p an:

$$\hat{u} \approx i_1(t_{\text{ex}}) \cdot \sqrt{\frac{m}{e} \cdot \frac{L_1 \cdot L_p}{L_1 + L_p}} \quad \text{bzw.} \quad \hat{u} \approx \hat{I}_1 \cdot \sqrt{\frac{m}{e} \cdot \frac{L_1 \cdot L_p}{L_1 + L_p}} \quad (7.20)$$

Im Beispiel erreicht die Spannung über dem explodierenden Draht im Scheitel etwa $\hat{u} \approx 2,6$ MV und damit das 26-fache der Ladespannung der Stoßkapazität.

7.3 Generator für 10/350- μ s- und 8/20- μ s-Impulsströme

Eine Untersuchung soll durchgeführt werden, ob mit einem Impulsstromgenerator nur durch einfache Modifikationen die zwei erheblich voneinander verschiedenen Impulsstromformen 10/350 μ s und 8/20 μ s erzeugt werden können. Diese zwei Impulsstromformen werden häufig für Prüfzwecke benötigt und dabei nicht gleichzeitig angewendet (nacheinander an einem Prüfobjekt oder an verschiedenen Prüfobjekten) [91].

Die Stoßkapazität als Hauptkomponente des Generators soll für beide Stromformen genutzt werden. Damit sind die maximale Ladespannung und die Eingangsenergie vorgegeben, nur ein Ladegerät wird benötigt. Die Anpassung durch Impulsformungsnetzwerke aus ohmschen Widerständen und Induktivitäten und/oder durch Verschaltungen der Stoßkapazität (Teilkapazitäten in Reihen- oder Parallelschaltung) ist erforderlich, soll aber durch einfache Umschaltung bzw. schnellen einfachen Umbau möglich sein. So kann eine Kostenreduktion und ein geringerer Platzbedarf gegenüber zwei einzelnen Generatoren erreicht werden.

7.3.1 Vergleich der Impulsströme mit den Formen 10/350 μ s und 8/20 μ s

Für beide Stromformen 10/350 μ s und 8/20 μ s müssen Prüfstromamplituden im Bereich von ca. 1 kA bis 100 kA (200 kA) realisiert werden. Die erhebliche Abweichung zwischen den Impulsstromformen ist durch die unterschiedlichen Rückenhalbwertszeiten T_2 bei annähernd gleichen Stirnzeiten T_1 bedingt. Daraus ergeben sich deutlich abweichende Impulsladungen und Spezifische Energieinhalte bei gleicher Impulsstromamplitude [92] (siehe auch **Tab. 7.1**):

Technische Zeitparameter:

Stirnzeit

$$T_{1,10/350} : T_{1,8/20} = 1,25 : 1$$

Rückenhalbwertszeit

$$T_{2,10/350} : T_{2,8/20} = 17,5 : 1$$

Integrale Impulsgrößen bei gleichem Scheitelwert:

Impulsladung (Polaritätswechsel bei 8/20-Strom)

$$Q_{10/350} : Q_{8/20} = 40,5 : 1$$

Impulsladung (Betrag von 8/20-Strom)

$$Q_{10/350} : Q_{8/20} = 20,1 : 1$$

Spezifische Impulsenergie

$$SE_{10/350} : SE_{8/20} = 17,9 : 1$$

Zudem handelt es sich beim 10/350- μ s-Impulsstrom um einen aperiodischen und beim 8/20- μ s-Impulsstrom i.d.R. um einen schwingend abklingenden zeitlichen Stromverlauf (**Tab. 7.1**).

Tab. 7.1: Kennwerte und Gegenüberstellung der Impulsströme 10/350 μs und 8/20 μs hinsichtlich Zeitverlauf, Beschreibung im Laplace-Bereich, den mathematischen Zeitparametern, Ladung, Energie und den CLR-Stoßkreiselementen

10/350-μs-Strom – aperiodisch gedämpft		8/20-μs-Strom – periodisch gedämpft	
$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad , \quad \eta \approx 0,951$		$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad , \quad \eta \approx 0,615$	
$I(p) = \frac{\left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{\tau_2-1}} \cdot \hat{I}}{\tau_2 \cdot p^2 + \left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \cdot p + \frac{1}{\tau_1}}$ $= \frac{\hat{I}}{3,9 \cdot p^2 + 0,97 \cdot p + 0,002}$		$I(p) = \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}} \cdot \hat{I}}{\frac{p^2}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} + \frac{2 \cdot p}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}} + \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}}$ $= \frac{\hat{I}}{5,13 \cdot p^2 + 0,43 \cdot p + 0,083}$	
$\tau_1 \approx 470 \mu s \quad , \quad \tau_2 \approx 4,06 \mu s$		$\tau \approx 24 \mu s \quad , \quad \omega \approx 0,12 (\mu s)^{-1}$	
$Q = \int_0^\infty i(t) dt = \hat{I} \cdot \tau_1 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{\tau_2-1}} \quad , \quad Q \approx 0,49 \cdot \hat{I}$		$Q = \int_0^\infty i(t) dt = \hat{I} \cdot \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \quad , \quad Q \approx 0,012 \cdot \hat{I}$ $Q^* = \int_0^\infty i(t) dt = \hat{I} \cdot \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \cdot \left(1 + \frac{2}{e^{\frac{\pi}{\omega \cdot \tau}} - 1} \right)$ $Q^* \approx 0,024 \cdot \hat{I}$	
$I^2 t = \int_0^\infty i^2(t) dt = \hat{I}^2 \cdot \frac{\tau_1^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{2}{\tau_2-1}}$ $I^2 t \approx 253 \cdot \hat{I}^2$		$I^2 t = \int_0^\infty i^2(t) dt = \hat{I}^2 \cdot \frac{\tau}{4} \cdot e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}$ $I^2 t \approx 14 \cdot \hat{I}^2$	
$C_{10/350} \approx 490 \cdot \hat{I} / U_L$	Elemente für einfachen CLR-Reihenkreis	$C_{8/20} \approx 12,1 \cdot \hat{I} / U_L$	
$L_{10/350} \approx 3,9 \cdot U_L / \hat{I}$		$L_{8/20} \approx 5,13 \cdot U_L / \hat{I}$	
$R_{10/350} \approx 0,97 \cdot U_L / \hat{I}$		$R_{8/20} \approx 0,43 \cdot U_L / \hat{I}$	
mit Q in As, I²t in kA²s, Î in kA, U _L in kV, C in μF, L in μH und R in Ω			

Eine Gegenüberstellung der zeitlichen Verläufe der Impulsströme 10/350 μs und 8/20 μs , der geflossenen Impulsleistungen und der Spezifischen Impulsenergien zeigen die Diagramme **Abb. 7.7** bis **Abb. 7.9**.

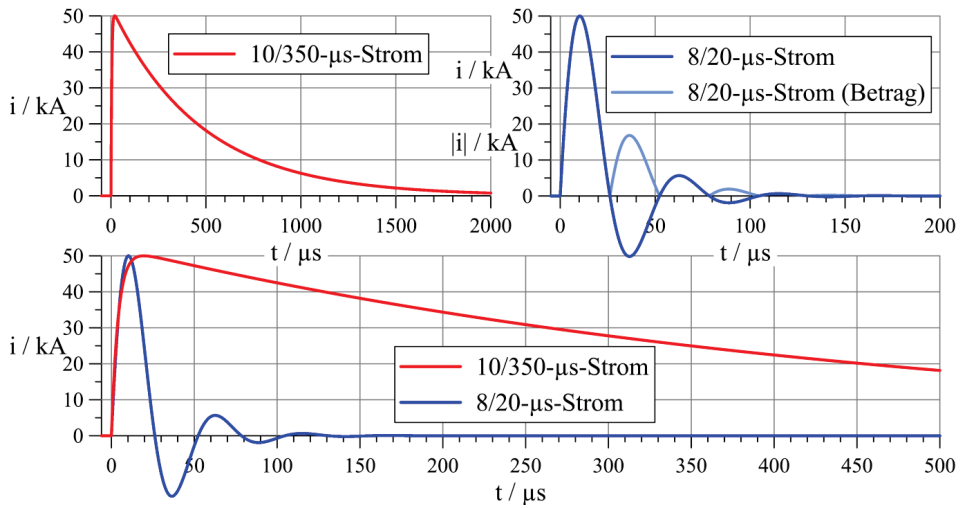


Abb. 7.7: Strom-Zeit-Verläufe für $\hat{I}_{10/350} = \hat{I}_{8/20} = 50 \text{ kA}$

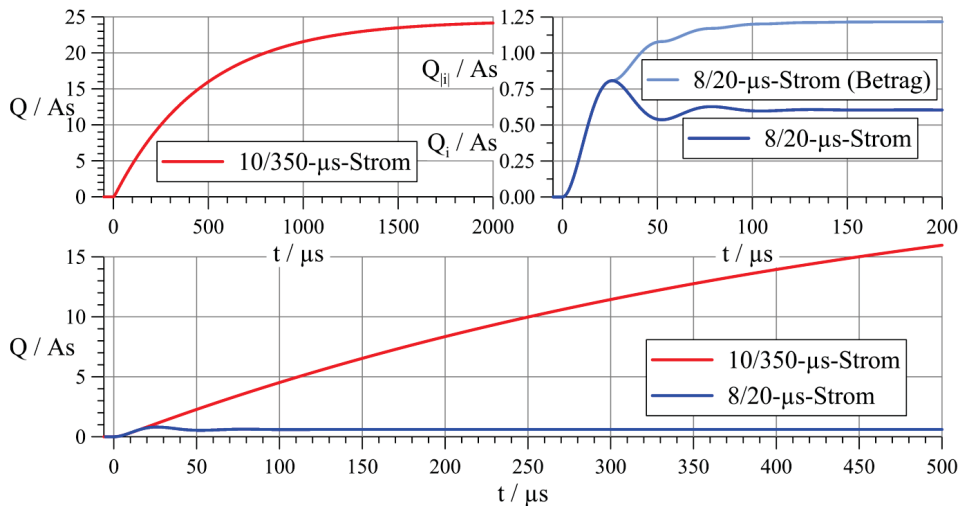


Abb. 7.8: Ladung-Zeit-Verläufe für $\hat{I}_{10/350} = \hat{I}_{8/20} = 50 \text{ kA}$

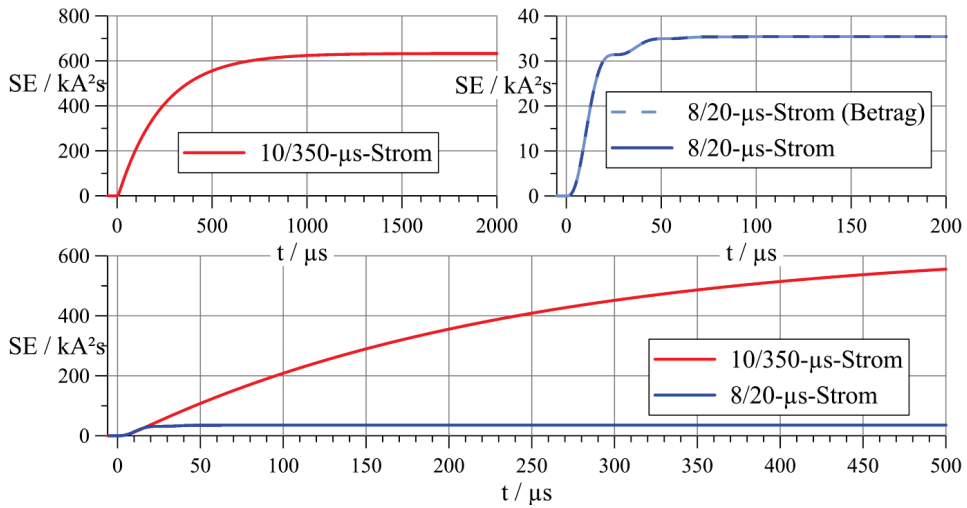


Abb. 7.9: Stromquadratintegral-Zeit-Verläufe für $\hat{I}_{10/350} = \hat{I}_{8/20} = 50 \text{ kA}$

7.3.2 Einfacher Kombinations-CLR-Stoßkreis

Die einfachste Möglichkeit beide Stoßströme 10/350 μs und 8/20 μs zu erzeugen, ist mit dem CLR-Reihenschwingkreis gegeben (**Abb. 7.10**). Bei Betrieb dieses übersichtlichen Stoßkreises mit idealem Kurzschluss fließt $i(t)$ nach idealem Schließen des Kreises bei t_1 . Dabei ist t_1 ein willkürlicher Zeitpunkt, bei dem $u_C(t_1) = U_L$ vorliegt und der jeweilige Impulsstrom startet.

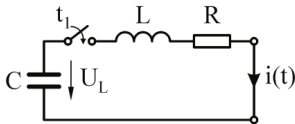


Abb. 7.10: Grundlegender CLR-Reihenschwingkreis

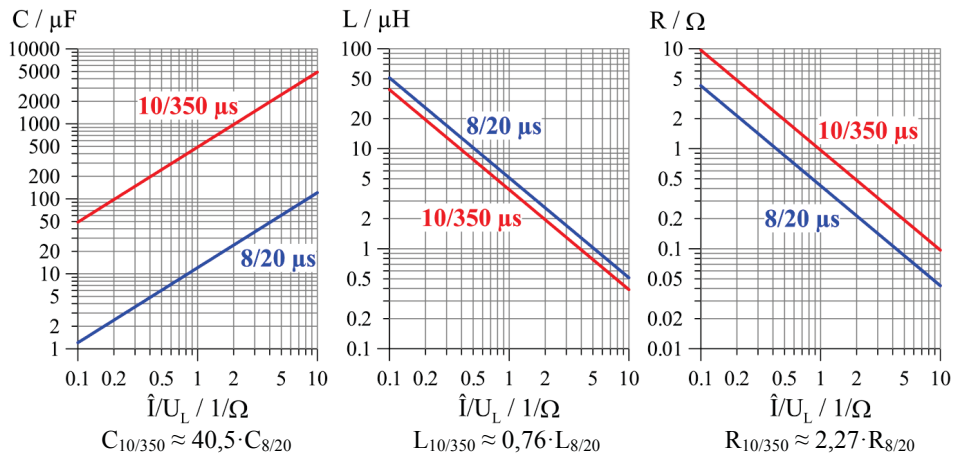


Abb. 7.11: Größe der Stoßkreiselemente einfacher CLR-Stoßkreise

Die Werte der notwendigen Kreiselemente, für den 10/350- μ s- oder für den 8/20- μ s-Strom, können nach den zugeschnittenen Beziehungen in **Tab. 7.2** ermittelt oder in den Diagrammen von **Abb. 7.11** abgelesen werden. Der auf die Ladespannung bezogene Scheitelwert der Stromimpulse \hat{I}/U_L ist der Kehrwert von U_L/\hat{I} , welcher als fiktiver Innenwiderstand aufgefasst werden kann.

Das folgende Diagramm **Abb. 7.12** macht deutlich, dass bei gleicher Ladespannung U_L und gleicher Stoßkapazität C ein Amplitudenunterschied von $\hat{I}_{8/20} \approx 40,5 \cdot \hat{I}_{10/350}$ auftritt. Es besteht ein fiktives Amplitudenverhältnis:

$$v_f = \frac{\hat{I}_{8/20}}{\hat{I}_{10/350}} = \frac{\eta_{8/20}}{\eta_{10/350}} \cdot \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^2 - 4 \cdot \frac{L_1 + L_2}{C}}{\frac{L_1}{C} - \frac{R_1^2}{4}}} \quad (7.21)$$

$$= e^{-\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}} \cdot \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \tau_1 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{\tau_1} - 1} = 40,5$$

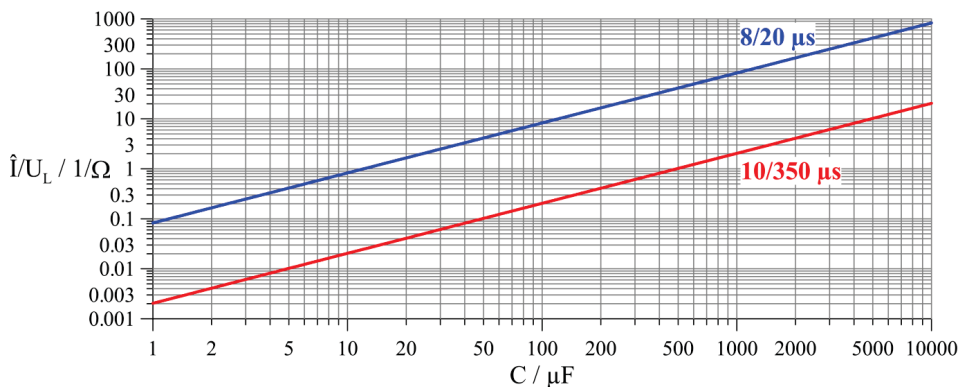


Abb. 7.11: Stromamplituden als Funktion der Stoßkapazität

Tab. 7.2: Dimensionierung der Kreiselemente (L , R) im CLR-Stoßkreis bei einer vorgegebenen Stoßkapazität (mit $\hat{I}_{10/350}$ in kA, $\hat{I}_{8/20}$ in kA und C in μ F)

$U_L = 10 \text{ kV}$, $C = 100 \mu\text{F}$	
10/350- μ s-Impulsstrom	8/20- μ s-Impulsstrom
$\hat{I}_{10/350} = C/49$, $\hat{I}_{10/350} = 2,04 \text{ kA}$	$\hat{I}_{8/20} = C/1,2$, $\hat{I}_{8/20} = 82,7 \text{ kA}$
$\frac{\eta}{\hat{I}/U_L} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{C} \approx \frac{466 \mu\text{s}}{C} \approx 4,66 \text{ kV/kA}$	$\frac{\eta}{\hat{I}/U_L} = \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{C} \approx \frac{7,44 \mu\text{s}}{C} \approx 0,074 \text{ kV/kA}$
$L_{10/350} = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{C} \approx \frac{1910 (\mu\text{s})^2}{C} \approx 19,1 \mu\text{H}$	$L_{8/20} = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{C} \approx \frac{61,96 (\mu\text{s})^2}{C} \approx 0,62 \mu\text{H}$
$R_{10/350} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{C} \approx \frac{474 \mu\text{s}}{C} \approx 4,7 \Omega$	$R_{8/20} = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{2}{\tau} \cdot \frac{1}{C} \approx \frac{5,16 \mu\text{s}}{C} \approx 0,05 \Omega$

Das in **Tab. 7.2** berechnete Beispiel bestätigt noch einmal die deutlich unterschiedlichen Stromscheitelwerte $\hat{I}_{10/350} \ll \hat{I}_{8/20}$ und die erforderlichen verschiedenen L-R-Netzwerke $L_{10/350} \gg L_{8/20}$, $R_{10/350} \gg R_{8/20}$ bei gleicher Stoßkapazität C.

Eine denkbare Kombinationsgeneratorschaltung zeigt **Abb. 7.13**. Bei Kurzschluss von L_2 , R_2 dienen L_1 , R_1 zur Erzeugung des 8/20- μ s-Stromes. Die Reihenschaltung aus L_1 , R_1 und L_2 , R_2 ist für den 10/350- μ s-Strom wirksam.

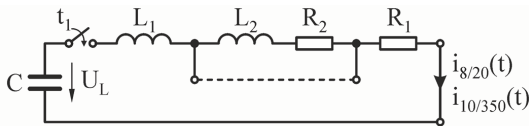


Abb. 7.13: Stoßstromkreis mit einer Stoßkapazität und mit 2 L-R-Kombinationen

Über eine Anpassung der Ladespannung U_L können gleiche und damit niedrige Stromamplituden $\hat{I}_{10/350} \approx \hat{I}_{8/20}$ erreicht werden. Dann muss mit $U_{L-10/350} \approx 40,5 \cdot U_{L-8/20}$ eine sehr schlechte Ausnutzung des Kombinationsgenerators für die Erzeugung von 8/20- μ s-Strömen in Kauf genommen werden.

7.3.3 Aufbau von Generatoren mit Teilstoßkapazitäten

Zur Verbesserung des ungünstigen Amplitudenverhältnisses der 10/350- μ s- zu 8/20- μ s-Ströme soll neben der Anpassung des L-R-Netzwerkes auch die Stoßkapazität angepasst werden. Vorgesehen ist, dass gleiche Teilkapazitäten, d.h. Kondensatoren mit gleicher maximaler Ladespannung $U_{Lmax1} = U_{Lmax2} = \dots = U_{Lmaxn} = U_{Lmax}$ und gleichem Kapazitätswert $C_1 = C_2 = \dots = C_n = C$, eingesetzt werden. Damit sind ebenfalls gleiche Eigeninduktivitäten und gleiche Verlustwiderstände der Kondensatoren verbunden. Die Aufladung der Kondensatoren kann bei einem Ladegerät mit niedriger Ausgangsspannung und hohem Ausgangsstrom bei Parallelschaltung der Teilkapazitäten erfolgen; die große Gesamtkapazität und kleine Gesamtladespannung bei Parallelschaltung ist vorteilhaft für die Erzeugung eines 10/350- μ s-Stromes anwendbar (**Abb. 7.14**). Es kann aber auch eine Umschaltung der geladenen Teilkapazitäten in eine Reihenschaltung vorgenommen werden, die kleine Gesamtkapazität bei dann großer Gesamtladespannung ist für die Erzeugung eines 8/20- μ s-Stromes günstig. Umgekehrt ist die Aufladung der Kondensatoren bei einem Ladegerät mit hoher Ausgangsspannung und geringem Ausgangsstrom bei Reihenschaltung der Teilkapazitäten möglich; die kleine Gesamtkapazität bei dann großer Gesamtladespannung ist für die Erzeugung eines 8/20- μ s-Stromes vorteilhaft (**Abb. 7.15**). Auch hier ist analog eine Umschaltung der geladenen Teilkapazitäten in eine Parallelschaltung denkbar, wobei die dann große Gesamtkapazität und kleine Gesamtladespannung für die Erzeugung eines 10/350- μ s-Stromes geeignet ist.

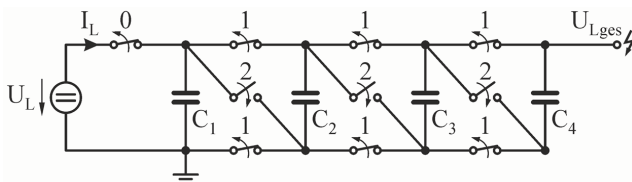


Abb. 7.14: Aufladung von 4 Kapazitäten in Parallelschaltung
Parallel-zu-Reihe-Umschaltung: $C_{ges} \downarrow$, $U_{Lges} \uparrow$ (U_L klein, I_L groß)

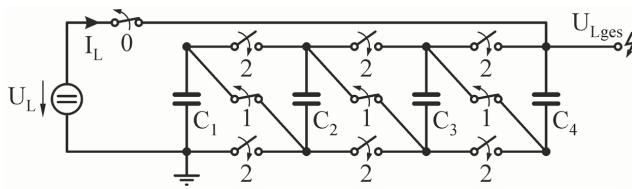


Abb. 7.15: Aufladung von 4 Kapazitäten in Reihenschaltung
Reihe-zu-Parallel-Umschaltung: $C_{\text{ges}} \uparrow$, $U_{\text{Lges}} \downarrow$ (U_L groß, I_L klein)

Tab. 7.3: Parallel- und Reihenschaltung von Teilstoßkapazitäten (Einzelkondensatoren)

	Parallelschaltung für 10/350- μs -Impulsstrom 	Reihenschaltung für 8/20- μs -Impulsstrom
1	$C_{\text{ges}} = C_1 = 1 \cdot C$	$C_{\text{ges}} = C_1 = 1 \cdot C$
2	$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 = 2 \cdot C$	$C_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1}{2} \cdot C$
3	$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 + C_3 = 3 \cdot C$	$C_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3}{C_1 \cdot C_2 + C_2 \cdot C_3 + C_3 \cdot C_1} = \frac{1}{3} \cdot C$
4	$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 4 \cdot C$	$C_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}} = \frac{1}{4} \cdot C$ $= \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4}{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 + C_2 \cdot C_3 \cdot C_4 + C_3 \cdot C_4 \cdot C_1 + C_4 \cdot C_1 \cdot C_2}$
n	$C_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n C_i = n \cdot C$	$C_{\text{ges}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}} = \frac{\prod_{i=1}^n C_i}{\sum_{i=1}^n \left(\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n C_k \right)} = \frac{1}{n} \cdot C$
U_{Lges}	$U_{\text{Lges}} = U_{L1} = U_{L2} = \dots = U_{Ln} = U_L$	$U_{\text{Lges}} = U_{L1} + U_{L2} + \dots + U_{Ln} = n \cdot U_L$
Energie	$W = \frac{1}{2} \cdot C_{\text{ges}} \cdot U_{\text{Lges}}^2 = \frac{1}{2} \cdot n \cdot C \cdot U_L^2$	$W = \frac{1}{2} \cdot C_{\text{ges}} \cdot U_{\text{Lges}}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{n} \cdot (n \cdot U_L)^2 = \frac{1}{2} \cdot n \cdot C \cdot U_L^2$
Ladung	$Q = C_{\text{ges}} \cdot U_{\text{Lges}} = n \cdot C \cdot U_L$	$Q = C_{\text{ges}} \cdot U_{\text{Lges}} = \frac{C}{n} \cdot n \cdot U_L = C \cdot U_L$

Die Umschaltung geladener Kondensatoren ist nur durch den Einsatz vieler Schalter zu realisieren (**Abb. 7.14** und **Abb. 7.15**) und wenn die einzelnen Kondensatoren isoliert aufgestellt werden können (Gehäuse darf nicht auf Erdpotential liegen). Dabei ist eine Umschaltung von Parallel- zu Reihenschaltung oder von Reihen- zu Parallelschaltung ausführbar. In der Schalterreihenfolge sind immer zuerst das Öffnen und dann das Schließen auszuführen. Von drei Schaltern in einer Stufe können zwei Schalter zu einem Wechselschalter mit einem gemeinsamen Pol zusammengefasst werden. Die Ladeleistung bzw. Ladeendleistung $P_L = I_L \cdot U_{Lges}$ bzw. $P_{Lend} = I_L \cdot U_L$ eines Ladegerätes ist bei Aufladung der Kondensatoren in Reihen- oder Parallelschaltung gleich groß, wenn die Kapazität C der einzelnen Kondensatoren und die erreichte Ladespannung U_L an den einzelnen Kondensatoren gleich sind.

In **Tab. 7.3** sind die grundlegenden Eigenschaften von parallel und seriell verschalteten Kapazitäten einschließlich Spannung, gesammelter Ladung und gespeicherter Energie angegeben. Die Zielstellung von nahezu gleichen Stromamplituden für 10/350- μ s- und 8/20- μ s-Impulsströme bei gleicher Ladespannung kann aber erst bei 40 Kondensatoren erreicht werden. Hierbei entsteht für die Reihenschaltung eine sehr große Gesamt-ladespannung.

7.3.3.1 Aufladung von zwei Kapazitäten in Parallelschaltung und Entladung in Parallel- oder Reihenschaltung über L-R-Netzwerke

In **Abb. 7.16** wird eine Schaltung auf Grundlage des einfachen CLR-Stoßkreises mit zwei Teilstoßkapazitäten angegeben, die zur Erzeugung von 10/350- μ s- und 8/20- μ s-Strom genutzt werden soll. Die Teilstoßkapazitäten sollen in Parallelschaltung aufgeladen werden. Zur Entladung bei 10/350- μ s-Strom wird die Parallelschaltung beibehalten, bei 8/20- μ s-Strom wird vor der Entladung eine Umschaltung der geladenen Teilstoßkapazitäten in eine Reihenschaltung vorgenommen.

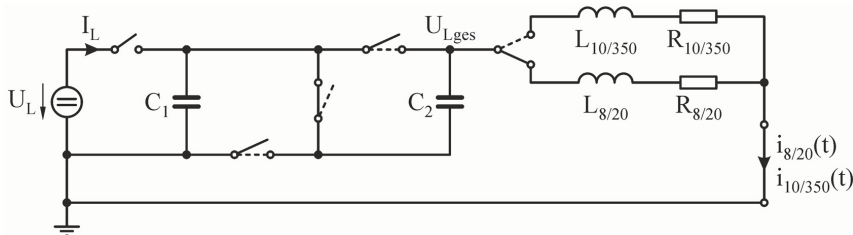


Abb. 7.16: Aufladung von 2 Teilstoßkapazitäten in Parallelschaltung, Entladung in Parallel- oder Reihenschaltung der Teilstoßkapazitäten

Für den vorliegenden CLR-Reihenkreis sind die Netzelemente wieder durch die vorgegebenen Stromformen festgelegt. Auch bei Verwendung von zwei Teilkapazitäten sind noch zwei verschiedene L-R-Netzwerke mit $L_{10/350} > L_{8/20}$ und $R_{10/350} \gg R_{8/20}$ erforderlich. Außerdem treten immer noch deutlich unterschiedliche Stromscheitelwerte $\hat{I}_{10/350} \ll \hat{I}_{8/20}$ auf. Um die Zusammenhänge anschaulich darzustellen, wird in **Tab. 7.4** ein Beispiel berechnet. Anzu-merken ist, dass für den 8/20- μ s-Strom bei Reihenschaltung, die durch Umschaltung aus der Parallelschaltung der Kapazitäten entsteht, sich der erzielbare Stromscheitelwert gegenüber der Einzelstoßkapazität nicht ändert (**Tab. 7.4** oben in rechter Spalte).

Tab. 7.4: Dimensionierung der Kreiselemente (L, R) im CLR-Stoßkreis bei zwei vorgegebenen Teilstoßkapazitäten und Aufladung in Parallelschaltung (mit \hat{I} in kA, $\hat{I}_{10/350}$ in kA, $\hat{I}_{8/20}$ in kA und C in μF)

$U_L = 10 \text{ kV}$, $C_1 = C_2 = C = 100 \mu\text{F}$	
10/350- μs -Impulsstrom – Parallelschaltung	8/20- μs -Impulsstrom – Reihenschaltung
$\hat{I} = C_{\text{ges}10/350} \cdot U_{L\text{ges}10/350}/490$ $\hat{I} = C \cdot U_L/245$, $\hat{I} = C/24,5$, $\hat{I}_{10/350} = 4 \text{ kA}$	$\hat{I} = C_{\text{ges}8/20} \cdot U_{L\text{ges}8/20}/12,1$ $\hat{I} = C \cdot U_L/12,1$, $\hat{I} = C/1,2$, $\hat{I}_{8/20} = 82,7 \text{ kA}$
$\frac{\eta}{\hat{I}/U_{L\text{ges}}} = \frac{\eta}{\hat{I}/U_L} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{2 \cdot C}$ $\approx \frac{233 \mu\text{s}}{C} \approx 2,33 \text{ kV/kA}$	$\frac{\eta}{\hat{I}/U_{L\text{ges}}} = \frac{2 \cdot \eta}{\hat{I}/U_L} = \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{2}{C}$ $\approx \frac{14,87 \mu\text{s}}{C} \approx 0,15 \text{ kV/kA}$
$L_{10/350} = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{2 \cdot C} \approx \frac{955 (\mu\text{s})^2}{C} \approx 9,6 \mu\text{H}$	$L_{8/20} = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{2}{C} \approx \frac{124 (\mu\text{s})^2}{C} \approx 1,24 \mu\text{H}$
$R_{10/350} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2 \cdot C} \approx \frac{237 \mu\text{s}}{C} \approx 2,4 \Omega$	$R_{8/20} = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{2}{\tau} \cdot \frac{2}{C} \approx \frac{10,3 \mu\text{s}}{C} \approx 0,1 \Omega$

7.3.3.2 Aufbau als MARX-Generator mit Teilstoßkapazitäten

Da eine wesentlich größere Anzahl an Teilkapazitäten für gleiche Stromamplituden notwendig ist, wird die Anwendung des MARX-Generator-Prinzips untersucht. Entsprechend **Abb. 7.17** werden die Teilkapazitäten wieder in Parallelschaltung aufgeladen. Für die Erzeugung von 10/350- μs -Stoßströmen kommt die Umschaltung nach MARX über Funkenstrecken nicht zur Anwendung, zudem werden zusätzliche Lade- bzw. Entkoppelwiderstände kurz geschlossen. Nur für 8/20- μs -Stoßströme wird nach dem parallelen Aufladen die Umschaltung der Teilkapazitäten in die Reihenschaltung über Funkenstrecken vorgenommen, wobei sich die Gesamtspannung deutlich vergrößert. Beide Impulsströme werden durch eine getriggerte Funkenstrecke gestartet (oberste Funkenstrecke in **Abb. 7.17**).

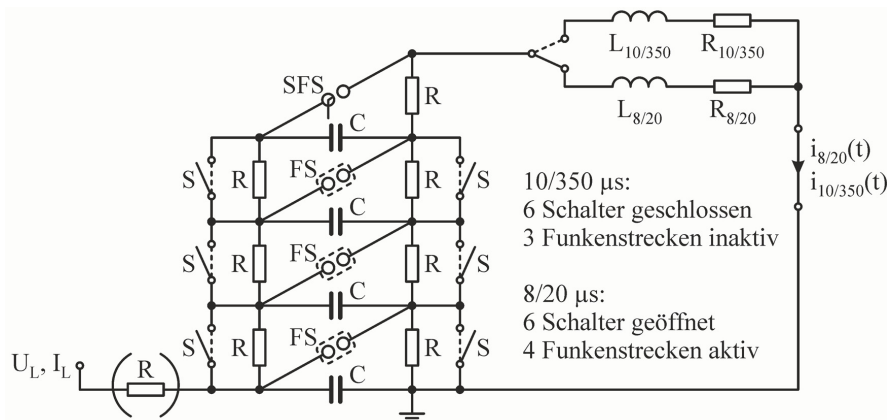


Abb. 7.17: Parallel-Reihen-Schaltung von 4 Kapazitäten

Die Vorteile vom MARX-Prinzip sind, dass das Schließen bzw. Öffnen der mechanischen Schalter vor dem Lade- und Impulsvorgang ohne Zeitsteuerung durchgeführt werden kann und dass eine einfache automatisierte Parallel-zu-Seriell-Umschaltung erfolgt.

7.3.4 CLR-Crowbar-Stoßkreis für Impulsstromkombination

Für die Erzeugung aperiodischer Stoßströme in Crowbar-Kreisen wird zuerst eine schwach gedämpfte Entladung gestartet (Stoßströme auch mit langen Rückenzeiten, z.B. Blitzstrom 10/350 μs). Zudem werden meist keine sehr großen Stoßkapazitäten benötigt. Damit liegen Verhältnisse vor, die denen für die Realisierung von 8/20- μs -Stoßströmen ähnlich sind.

Den grundlegenden CLR-Reihenkreis mit Crowbar-Zweig zeigt **Abb. 7.18** (siehe auch Kapitel 5.2 und Anhang A5). Das Schließen des Crowbar-Zweiges während des Impulsvorganges bei t_2 soll nur für den aperiodischen 10/350- μs -Strom und nicht für den 8/20- μs -Strom stattfinden. Beim 8/20- μs -Strom wirkt nach dem Start bei t_1 über die gesamte Impulsdauer der einfache CLR-Reihenkreis ohne weiteren Schaltvorgang (siehe Anhang A4.6). Beim 10/350- μs -Strom schließt der Crowbar-Schalter bei $t_2 > t_1$, wenn der Strom $i(t)$ etwa seinen Scheitelwert \hat{I} erreicht hat und die Spannung der Stoßkapazität $u_C(t)$ auf Null abgefallen ist.

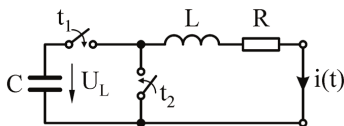


Abb. 7.18: Grundlegender CLR-Crowbar-Kreis

Die Zeitverläufe und Kennwerte der beiden Impulsströme für die Umsetzung im Crowbar-Kreis sind in **Tab. 7.5** angegeben.

Tab. 7.5: Bestimmungsgleichungen und Kennwerte der Impulsströme für den Crowbar-Kreis und für den CLR-Kreis

10/350 μs -Impulsstrom – aperiodisch	8/20 μs -Impulsstrom – schwingend
– Crowbar-Kreis –	– Reihenschwingkreis –
$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \text{für } 0 \leq t \leq t_{uc=0}$ $i(t) = \hat{I} \cdot e^{-2 \cdot \frac{t}{\tau} + \frac{\pi}{\omega \tau}} \quad \text{für } t_{uc=0} \leq t$ $t_{uc=0} = \frac{\pi - \arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} = 12,5 \mu\text{s}$ $\eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} = 0,987$	$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ $\eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} = 0,615$
$\tau = \frac{2 \cdot L}{R} = 973 \mu\text{s}$	$\tau = \frac{2 \cdot L}{R} = 24 \mu\text{s}$
$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2} = 0,13 (\mu\text{s})^{-1}$ $(f = 20,2 \text{ kHz})$	$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2} = 0,12 (\mu\text{s})^{-1}$ $(f = 19,1 \text{ kHz})$

Die Dimensionierung der Stoßkreiselemente C, L und R für die beiden Stoßströme im Crowbar-Kreis sind in **Tab. 7.6** festgehalten und in den Diagrammen von **Abb. 7.19** abzulesen, wobei der Crowbar-Zweig für den 8/20- μ s-Impulsstrom nicht geschlossen wird. Der Quotient \hat{I}_L/\hat{I} bzw. der Kehrwert von \hat{I}/U_L entspricht beim einfachen CLR-Kreis ohne bzw. zeitlich vor dem Crowbar-Kurzschluss dem fiktiven Innenwiderstand.

Tab. 7.6: Elemente für CLR-Crowbar-Kreis und einfachen CLR-Reihenschwingkreis

10/350- μ s-Impulsstrom – CLR-Crowbar-Kreis –	8/20- μ s-Impulsstrom – einfacher CLR-Reihenschwingkreis –
$C = 8,0 \cdot \hat{I}/U_L$, $L = 7,8 \cdot U_L/\hat{I}$, $R = 0,016 \cdot U_L/\hat{I}$	$C = 12,1 \cdot \hat{I}/U_L$, $L = 5,1 \cdot U_L/\hat{I}$, $R = 0,43 \cdot U_L/\hat{I}$
mit C in μ F, L in μ H, R in Ω , \hat{I} in kA und U_L in kV	

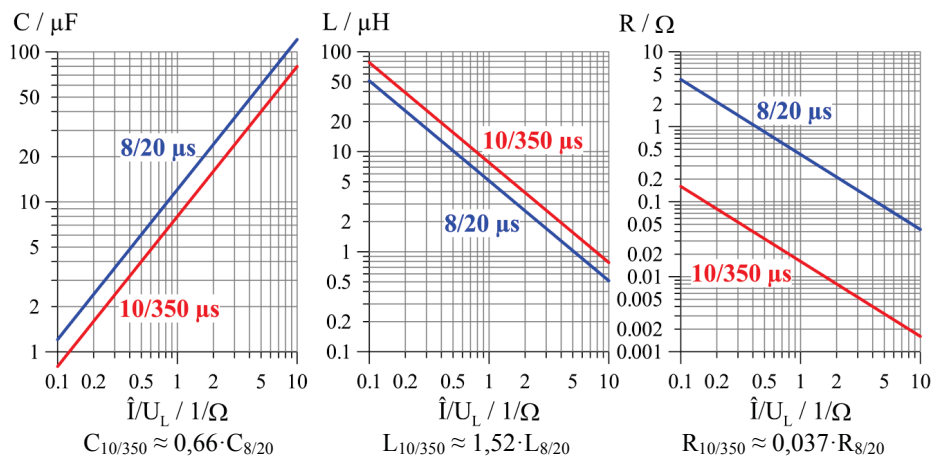


Abb. 7.19: Stoßkreiselemente (Crowbar wird nur für 10/350- μ s-Strom angewendet.)

Die **Abb. 7.20** zeigt, dass sich die Stromamplituden der beiden Stoßströme in der Crowbar-Schaltung mit $\hat{I}_{8/20} \approx 0,66 \cdot \hat{I}_{10/350}$ bei gleicher Ladespannung U_L und gleicher Stoßkapazität C nur wenig unterscheiden.

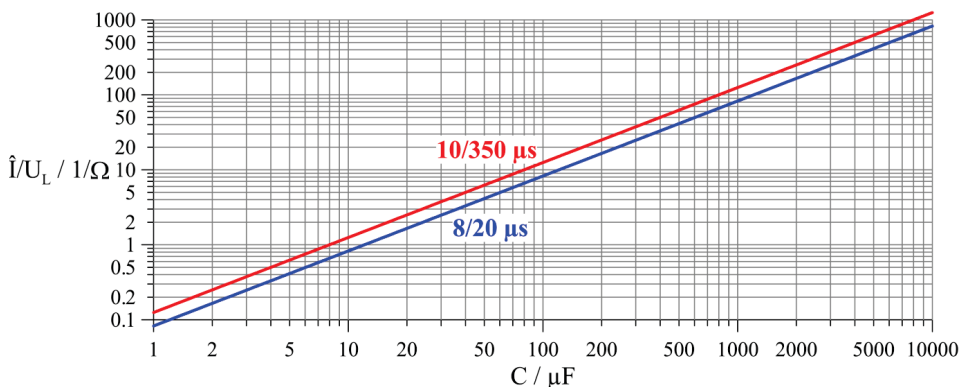


Abb. 7.20: Stromamplitude als Funktion der Stoßkapazität (Crowbar wird nur für 10/350- μ s-Strom angewendet.)

Im Beispiel von **Tab. 7.7** sind die konkreten Werte zu sehen. Hervorzuheben ist, dass jetzt für die Stromscheitelwerte $\hat{I}_{10/350} > \hat{I}_{8/20}$ gilt. Bei vorgegebener fester Stoßkapazität C müssen für die Impulsformungsnetzwerke nur verschieden große ohmsche Widerstände $R_{10/350} \ll R_{8/20}$ angewendet werden, die Induktivitäten $L_{10/350} \approx L_{8/20}$ können annähernd gleich groß sein.

Tab. 7.7: Dimensionierung der Netzelemente bei vorgegebener Stoßkapazität für die beiden Stromformen

$U_L = 10 \text{ kV} \quad , \quad C = 100 \text{ } \mu\text{F}$	
10/350-μs-Impulsstrom – CLR-Crowbar-Kreis –	8/20-μs-Impulsstrom – einfacher CLR-Reihenschwingkreis –
$\hat{I}_{10/350} = C/0,8 \quad , \quad \hat{I}_{10/350} = 125 \text{ kA}$	$\hat{I}_{8/20} = C/1,2 \quad , \quad \hat{I}_{8/20} = 82,7 \text{ kA}$
$\frac{\eta}{\hat{I}/U_L} = \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{C} \approx \frac{7,9 \text{ } \mu\text{s}}{C} \approx 0,08 \text{ kV/kA}$	$\frac{\eta}{\hat{I}/U_L} = \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{C} \approx \frac{7,44 \text{ } \mu\text{s}}{C} \approx 0,074 \text{ kV/kA}$
$L_{10/350} = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{C} \approx \frac{62,3 (\text{ } \mu\text{s})^2}{C} \approx 0,62 \text{ } \mu\text{H}$	$L_{8/20} = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{C} \approx \frac{61,96 (\text{ } \mu\text{s})^2}{C} \approx 0,62 \text{ } \mu\text{H}$
$R_{10/350} = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{2}{\tau} \cdot \frac{1}{C} \approx \frac{0,13 \text{ } \mu\text{s}}{C} \approx 1,3 \text{ m}\Omega$	$R_{8/20} = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{2}{\tau} \cdot \frac{1}{C} \approx \frac{5,16 \text{ } \mu\text{s}}{C} \approx 52 \text{ m}\Omega$
mit \hat{I} in kA, U_L in kV, $\hat{I}_{10/350}$ in kA, $\hat{I}_{8/20}$ in kA und C in μF	

Generatoren mit dem Crowbar-Prinzip sind als Kombinationsschaltung gut realisierbar. Für die Stromform 10/350 μs wird der Crowbar-Zweig genutzt und für die Stromform 8/20 μs arbeitet die Schaltung ohne Crowbar-Zweig.

7.3.5 Hybridverhalten im 8/20- μs -Betrieb

Ein Hybridverhalten ist nur im Zusammenhang mit dem 8/20- μs -Stoßstrom wünschenswert und bedeutet, dass in der Konfiguration für die Erzeugung von 8/20- μs -Stoßströmen auch die Erzeugung von 1,2/50- μs -Blitzstoßspannungen gegeben ist. Dabei soll für diese Konfiguration ein Stoßstrom der Form 8/20 μs am kurzgeschlossenen Ausgang entstehen und eine Stoßspannung der Form 1,2/50 μs am offenen Ausgang (Leerlauf) auftreten. Um dieses Verhalten zu realisieren, sind nach Kapitel 5.3 (**Abb. 5.40**) und dem Anhang A6 Schaltungen mit Querelementen (R_1 und R_3) zur Impulsspannungsformung erforderlich.

Bei Hybridgeneratoren für Prüfzwecke wird zusätzlich ein bestimmter fiktiver Innenwiderstand R_f als Verhältnis Spannungsamplitude \hat{U}_{LL} im Leerlauf (1,2/50 μs) zur Stromamplitude \hat{I}_{KS} im Kurzschluss (8/20 μs) gefordert:

$$R_f = \frac{\hat{U}_{LL}}{\hat{I}_{KS}} = \frac{\hat{U}_{1,2/50}}{\hat{I}_{8/20}} \quad , \quad \text{typisch } R_f = 1 \text{ } \Omega \quad \text{oder} \quad R_f = 2 \text{ } \Omega \quad (7.22)$$

Mit dem Beispiel von **Tab. 7.8** und **Abb. 7.21** wird nachgewiesen, dass eine CLR-Crowbar-Schaltung aufgebaut werden kann, die die Impulsströme 10/350 μs und 8/20 μs sowie die Impulsspannung 1,2/50 μs realisiert.

Tab. 7.8: Kombination aus Crowbar-Kreis und Schwingkreis mit Querelementen für definierten fiktiven Innenwiderstand

CLR-Crowbar-Kreis $U_L = 100 \text{ kV}$, $R_f = 2 \Omega$ $C_{10/350} = C_{8/20} = 5,9 \mu\text{F}$, $L_{10/350} = L_{8/20} = 10,9 \mu\text{H}$	
10/350-μs-Impulsstrom – Crowbar-Kreis mit Querwiderständen – (Widerstand R_3 arbeitet nur bei $u_{1,2/50}$.)	8/20-μs-Impulsstrom 1,2/50-μs-Impulsspannung – Schwingkreis mit Querwiderständen –
$R_{1-10/350} = 31,4 \Omega$, $R_{10/350} = 22,3 \text{ m}\Omega$ $\hat{I}_{10/350} = 70,5 \text{ kA}$, $t_2 = t_{CB} = 12,4 \mu\text{s}$	$R_{1-8/20} = 20,2 \Omega$, $R_{8/20} = 814 \text{ m}\Omega$, $R_3 = 26,1 \Omega$ $\hat{I}_{8/20} = 47,1 \text{ kA}$, $\hat{U}_{1,2/50} = 94,3 \text{ kV}$

Von der einen zur anderen Betriebsart sind nur der Längswiderstand $R_{10/350} \ll R_{8/20}$ und der Querwiderstand $R_{1-10/350} \approx 3/2 \cdot R_{1-8/20}$ anzupassen, die weiteren Elemente C , L und R_3 bleiben erhalten. Für die Stromscheitelwerte gilt auch hier $\hat{I}_{10/350} > \hat{I}_{8/20}$ ($\hat{I}_{10/350} \approx 3/2 \cdot \hat{I}_{8/20}$).

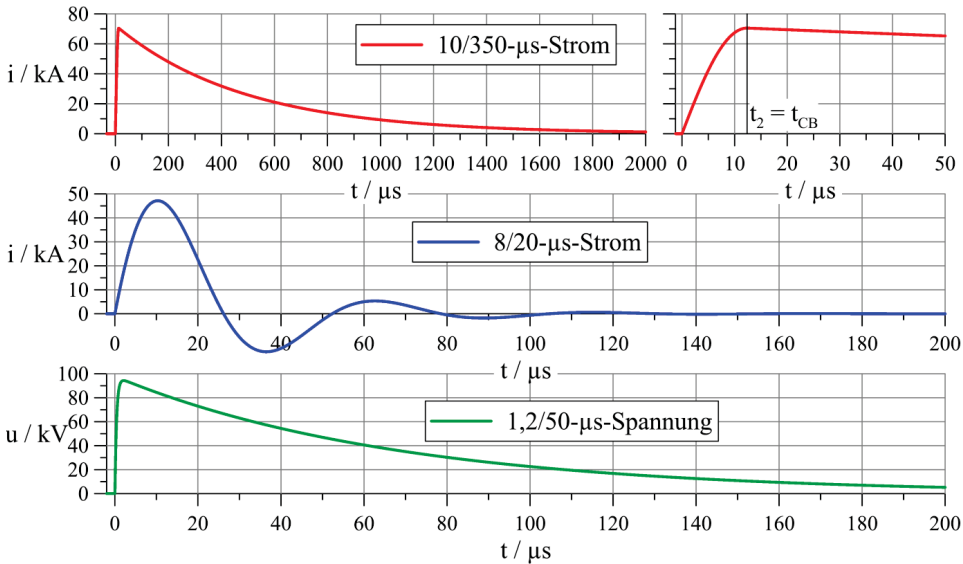


Abb. 7.21: Strom- und Spannungs-Zeit-Verläufe am CLR-Crowbar-Kreis bei $R_f = 2 \Omega$ (10/350- μs -Strom gesamt und Anfangsverlauf)

Ein Generator mit Crowbar-Zweig für 10/350- μs -Impulsstrom und Hybrid-Prinzip für 8/20- μs -Stoßstrom sowie 1,2/50- μs -Stoßspannung ist sowohl für kleine als auch für normative fiktive Innenwiderstände R_f bei $\hat{I}_{10/350} > \hat{I}_{8/20}$ realisierbar.

7.4 Erzeugung von aperiodischen Impulsströmen gleicher Amplitude und gleicher Spezifischer Energie mit einem gedämpften Reihenschwingkreis

Wenn bei Änderung der Impulsform sowohl die Amplitude \hat{I} als auch die Spezifische Energie SE bzw. I^2t des Impulsstromes erhalten bleiben sollen, ändern sich die mathematischen (τ_1 , τ_2) und die technischen (T_1 , T_2) Zeitparameter.

Der Scheitelwert \hat{I} des Impulsstromes bestimmt sich zu:

$$\hat{I} = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot \frac{\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C}}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{1 - \left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C}}}}}{\left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C}}\right)} \quad (7.23)$$

Die Spezifische Impulsenergie des Impulsstromes bis zum Zeitpunkt t_1 ist nach Anhang A4:

$$I^2t_1 = \int_{t=0}^{t=t_1} i^2(t) dt = \frac{U_L^2}{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}} \cdot \left(e^{-\frac{R}{L}t_1} \cdot \left(\frac{2 \cdot L}{R} - \sqrt{\left(\frac{C \cdot R}{2}\right)^2 - L \cdot C} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{L \cdot C}} \cdot t_1\right) - \frac{C \cdot R}{2} \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{L \cdot C}} \cdot t_1\right) \right) - \frac{2 \cdot L}{R} + \frac{C \cdot R}{2} \right) \quad (7.24)$$

Für den gesamten Stromimpuls, also für $t_1 \rightarrow \infty$, ergibt sich die Spezifische Gesamtenergie:

$$I^2t_{\text{Ges}} = \left(\frac{W}{R}\right)_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \frac{1}{2} \cdot U_L^2 \cdot \frac{C}{R} \quad (7.25)$$

Zur Bestimmung der Stoßkreisparameter für die Erzeugung von Impulsströmen gleicher Amplitude \hat{I} und gleicher Spezifischer Energie I^2t_1 oder I^2t_{Ges} ist ein Gleichungssystem aus den Gleichungen (7.23) und (7.24) oder (7.25) zu lösen. Dies geschieht mit vorgegebenen Werten numerisch. Ausgangspunkt in einem Beispiel soll ein 10/350- μs -Impulsstrom mit folgenden Werten sein:

$$\hat{I} = 50 \text{ kA} \quad , \quad I^2t_{\text{Ges}} = 625 \text{ kA}^2\text{s}$$

Zunächst wird bei vorgegebener (parasitärer) Induktivität L des Schwingkreises der Wirkwiderstand R variiert und die erforderliche Schwingkreis Kapazität C sowie die Ladespannung U_L ermittelt. Die Variation des Kreiswiderstandes R liegt z.B. bei Lichtbogenuntersuchungen vor, wenn dem Lichtbogen (für verschiedene Lichtbogenlängen) in erster Näherung ein Wirkwiderstand R_{LB} zugeordnet werden kann.

Der Kreiswiderstand ist dann die Summe aus Dämpfungswiderstand R_D im Generator und konstant angenommenem Lichtbogenwiderstand: $R = R_D + R_{LB}$.

Tab. 7.9: Variation des Kreiswiderstandes bei vorgegebener Induktivität sowie fester Impulsstromamplitude und Spezifischer Impulsenergie

(parasitäre) Induktivität: $L = 0,5 \mu\text{H} = \text{konst}$						
Wirkwiderstand R / Ω	C / mF	U_L / kV	$\tau_1 / \mu\text{s}$	$\tau_2 / \mu\text{s}$	$T_1 / \mu\text{s}$	$T_2 / \mu\text{s}$
$0,09 \Omega \rightarrow$	5,0	4,8	454	5,5	13,2	345,67
$0,11 \Omega \rightarrow$	4,2	5,7	460	4,6	11,2	345,63
$0,14 \Omega \rightarrow$	3,4	7,2	467	3,6	9,0	345,62

Bei Variation des Wirkwiderstandes ändert sich die Impulsform nur minimal (**Abb. 7.22**). Je größer der Wirkwiderstand, desto größer ist die Anfangsteilheit und desto stärker ist die Abflachung des Rückens des Impulses. Die Impulsverläufe schneiden sich etwa bei der Rückenhalbwertszeit ($\approx 346 \mu\text{s}$).

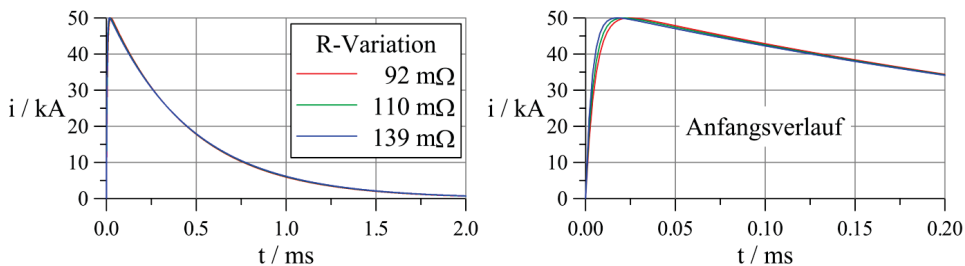


Abb. 7.22: Einfluss der Variation des Wirkwiderstandes auf die Impulsform

Bei vorgegebenem Wirkwiderstand R wird jetzt die Induktivität L des Reihenschaltkreises variiert und die erforderliche Schwingkreis Kapazität C sowie die Ladespannung U_L ermittelt.

Tab. 7.10: Variation der Kreisinduktivität bei vorgegebenem Kreiswiderstand sowie fester Impulsstromamplitude und Spezifischer Impulsenergie

Kreiswiderstand: $R = 0,11 \Omega = \text{konst}$						
Induktivität $L / \mu\text{H}$	C / mF	U_L / kV	$\tau_1 / \mu\text{s}$	$\tau_2 / \mu\text{s}$	$T_1 / \mu\text{s}$	$T_2 / \mu\text{s}$
$0,5 \mu\text{H} \rightarrow$	4,2	5,7	460	4,6	11,2	345,6
$2,0 \mu\text{H} \rightarrow$	3,7	6,1	383	19,1	37,5	347,6
$5,0 \mu\text{H} \rightarrow$	2,9	6,9	265	54,9	74,9	356,4

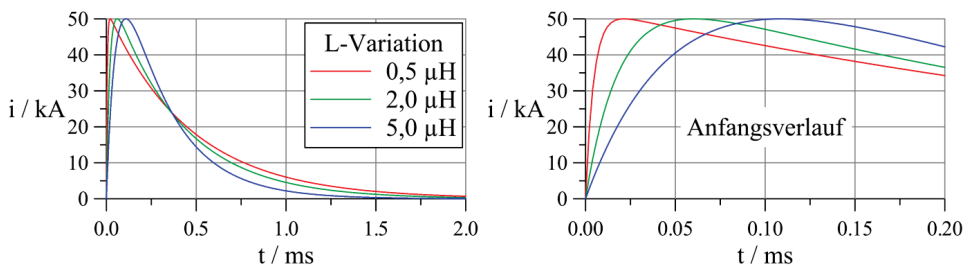


Abb. 7.23: Einfluss der Variation der Kreisinduktivität auf die Impulsform

Bei Variation der Induktivität ändert sich die Impulsform nach **Abb. 7.23** deutlich stärker. Je größer die Induktivität, desto kleiner ist die Anfangsteilheit und desto geringer ist die Abflachung des Impulses im Rücken. Die Impulsverläufe schneiden sich wieder etwa bei der Rückenhalbwertszeit ($\approx 350 \mu\text{s}$). Größere Induktivitäten können im Beispiel nicht genutzt werden, da der Rücken des Impulses so steil bzw. so kurz wird, dass sich ein Durchschwingen ergeben und kein aperiodischer Verlauf mehr vorliegen würde.

Die Variation der Induktivität kann durch Luftspulen mit entsprechender mechanischer Festigkeit oder durch größere Anschlusschleifen erreicht werden.

7.5 Erzeugung von aperiodischen Impulsströmen gleicher Amplitude und gleicher Ladung mit einem gedämpften Reihenschwingkreis

Analog zu Kapitel 7.4 soll betrachtet werden, wie sich die Stoßkreiselemente und die Impulsform ändern, wenn die Amplitude \hat{I} und jetzt die elektrische Ladung Q des Impulsstromes unverändert bleiben sollen. Die mathematischen (τ_1, τ_2) und die technischen (T_1, T_2) Zeitparameter müssen sich auch hierzu wieder ändern. Die elektrische Ladung Q_1 bis zum Zeitpunkt t_1 bestimmt sich nach Anhang A4 zu:

$$Q_1 = \int_{t=0}^{t=t_1} i(t) dt = U_L \cdot C \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{2L}t_1} \cdot \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \sinh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L} \right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1 \right) + \cosh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L} \right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1 \right) \right) \right) \quad (7.26)$$

Die Ladung des gesamten Stromimpulses Q_{Ges} ergibt sich für $t_1 \rightarrow \infty$:

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = U_L \cdot C \quad (7.27)$$

Zur Bestimmung der Kreisparameter für die Erzeugung von Impulsströmen gleicher Amplitude \hat{I} und gleicher Ladung Q_1 oder Q_{Ges} ist ein Gleichungssystem aus den Gleichungen (7.23) und (7.26) oder (7.27) zu lösen. Das erfolgt wieder numerisch mit vorgegebenen Werten. In einem Beispiel soll ein 10/350- μs -Impulsstrom mit den Werten vorliegen:

$$\hat{I} = 50 \text{ kA} \quad , \quad Q_{\text{Ges}} = 25 \text{ As}$$

Tab. 7.11: Variation des Kreiswiderstandes bei vorgegebener Induktivität sowie fester Impulsstromamplitude und Spezifischer Impulsenergie

(parasitäre) Induktivität: $L = 0,5 \mu\text{H} = \text{konst}$						
Wirkwiderstand R / Ω	C / mF	U_L / kV	$\tau_1 / \mu\text{s}$	$\tau_2 / \mu\text{s}$	$T_1 / \mu\text{s}$	$T_2 / \mu\text{s}$
0,09 $\Omega \rightarrow$	5,2	4,8	475	5,5	13,2	360,0
0,11 $\Omega \rightarrow$	4,4	5,7	478	4,6	11,2	358,1
0,14 $\Omega \rightarrow$	3,5	7,2	482	3,6	9,0	356,0

Bei Variation des Wirkwiderstandes muss sich die Impulsform wenig ändern, aber insbesondere die Rückenhalbwertszeit stärker als im Kapitel 7.4 bei konstanter Spezifischer Energie. Die Impulsstromverläufe in **Abb. 7.24** schneiden sich wieder etwa bei der Rückenhalbwertszeit ($\approx 358 \mu\text{s}$).

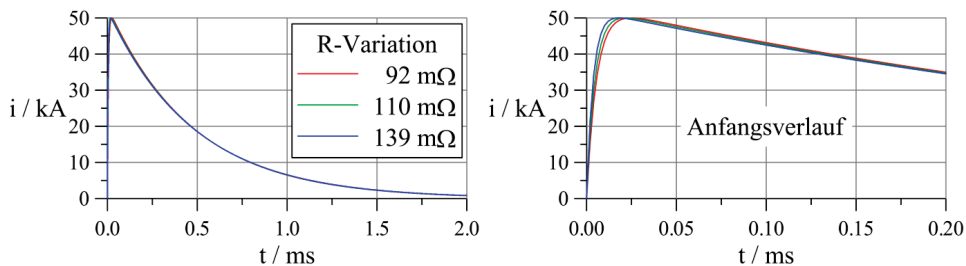


Abb. 7.24: Einfluss der Variation des Wirkwiderstandes auf die Impulsform

Bei vorgegebenem Wirkwiderstand R wird jetzt die Induktivität L des Reihenschaltkreises variiert und die erforderliche Schwingkreisfrequenz C sowie die Ladespannung U_L ermittelt.

Tab. 7.12: Variation der Kreisinduktivität bei vorgegebenem Kreiswiderstand sowie fester Impulsstromamplitude und Spezifischer Impulsenergie

Kreiswiderstand: $R = 0,11 \Omega = \text{konst}$						
Induktivität $L / \mu\text{H}$	C / mF	U_L / kV	$\tau_1 / \mu\text{s}$	$\tau_2 / \mu\text{s}$	$T_1 / \mu\text{s}$	$T_2 / \mu\text{s}$
$0,5 \mu\text{H} \rightarrow$	4,4	5,7	478	4,6	11,2	358,1
$2,0 \mu\text{H} \rightarrow$	4,1	6,1	433	19,0	38,2	383,9
$5,0 \mu\text{H} \rightarrow$	3,8	6,7	361	52,0	79,3	427,6

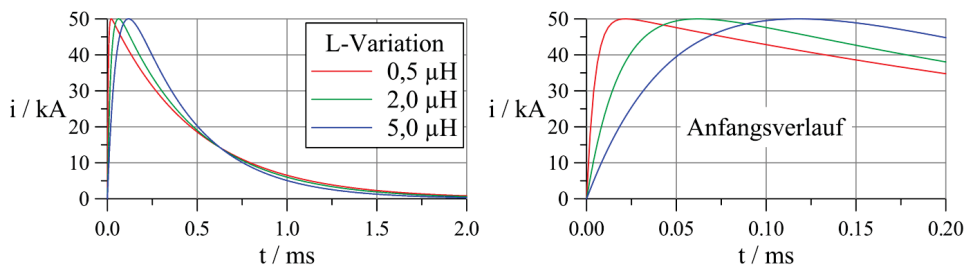


Abb. 7.25: Einfluss der Variation der Kreisinduktivität auf die Impulsform

Bei Variation der Induktivität muss sich die Impulsstromform nach **Abb. 7.25** noch stärker ändern als bei konstanter Spezifischer Energie im Kapitel 7.4.

Als Anmerkung zu den Kapiteln 7.4 und 7.5 soll noch die Aussage gegeben werden, unter welchen Bedingungen alle 3 Impulskenngößen Amplitude, Spezifische Energie und geflossene Ladung gleich sind. Für einen zusammengehörigen Kenngrößensatz mit \bar{I} , Q und SE gibt es nur ein Wertepaar der Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 sowie der Zeitparameter T_1 und T_2 (bei gleicher funktionaler Beschreibung des Impulsstromverlaufes).

7.6 Stoßstromgenerator mit Hybridfunktion

Die Erweiterung eines einfachen CLR-Kreises um einen ausgangsseitigen Querwiderstand eröffnet die Möglichkeit mit diesem Stoßstromgenerator auch eine Spannung mit bestimmter Impulsform zu erzeugen. Dazu wird der Generator im Leerlauf betrieben, d.h. der Ausgang des Generators ist offen. In der Regel wird bei Stoßstromgeneratoren am Ausgang ein Widerstand eingesetzt, um aus dem Sicherheitsbedürfnis heraus eine Entladung in kurzer definierter Zeit (Zeitkonstante < 1 s) zu ermöglichen, wenn kein Kurzschlussbetrieb vorliegt.

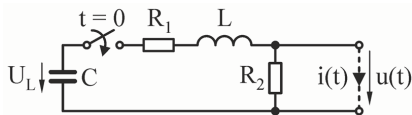


Abb. 7.26: Ersatzschaltbild für Stoßstromgenerator mit Hybridfunktion

Da nur ein weiteres Element, der ausgangsseitige Querwiderstand R_2 in **Abb. 7.26**, hinzukommt, ist bei vorgegebener Stromform die Spannungsform für den Leerlauffall nicht frei wählbar. Für die betrachtete Schaltung von **Abb. 7.26** und der Vorgabe einer Stirnzeit $T_1 = 1,2 \mu\text{s}$ (etwa Stirn der Blitzstoßspannung bei 30%-90%-50%-Definition) ist nur die Impulsspannung $u(t)$ mit folgender Spannungsform möglich:

$$u(t) = \frac{\hat{U}}{\eta_u} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right), \quad U(p) = \frac{\hat{U}}{\eta_u} \cdot \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_2} \cdot \frac{1}{p^2 + \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_2} \cdot p + \frac{1}{\tau_1 \cdot \tau_2}} \quad (7.28)$$

$$T_1/T_2 = 1,2/3574 \mu\text{s}$$

$$T_1 = 1,2 \mu\text{s}$$

$$(t_{01u} \approx -0,23 \mu\text{s})$$

$$T_2 \approx 3574 \mu\text{s}$$

$$\eta_u \approx 0,999$$

$$\tau_1 \approx 5150 \mu\text{s}$$

$$t_0 \approx 3,54 \mu\text{s}$$

$$\tau_2 \approx 0,37 \mu\text{s}$$

Diese Spannungsform wurde zusammen mit den festen Werten C , L , R_1 und R_2 für die Kreiselemente anhand der Laplace-Transformierten ermittelt:

$$U(p) = \frac{U_L}{L} \cdot R_2 \cdot \frac{1}{p^2 + p \cdot \frac{R_1 + R_2}{L} + \frac{1}{L \cdot C}} \quad (7.29)$$

Bei Kurzschluss realisiert die Schaltung von **Abb. 7.26** einen definierten Stoßstrom $i(t)$.

Oben genannte Spannungsform ist bei dieser konkreten Betrachtung dem Stoßstrom der Form 10/350 μs zugeordnet:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta_i} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_3}} - e^{-\frac{t}{\tau_4}} \right), \quad I(p) = \frac{\hat{U}}{\eta_i} \cdot \frac{\tau_3 - \tau_4}{\tau_3 \cdot \tau_4} \cdot \frac{1}{p^2 + \frac{\tau_3 + \tau_4}{\tau_3 \cdot \tau_4} \cdot p + \frac{1}{\tau_3 \cdot \tau_4}} \quad (7.30)$$

$$\tau_3 \approx 470 \mu\text{s}$$

$$(t_{01i} \approx -0,59 \mu\text{s})$$

$$\tau_4 \approx 4,06 \mu\text{s}$$

$$\eta_i \approx 0,951$$

$$t_i \approx 19,5 \mu\text{s}$$

Die Laplace-Transformierte des Stoßstromes, die zugleich für die Berechnung der Kreiselemente benötigt wird, lautet:

$$I(p) = \frac{U_L}{L} \cdot \frac{1}{p^2 + p \cdot \frac{R_1}{L} + \frac{1}{L \cdot C}} \quad (7.31)$$

Zudem muss ein fiktiver Innenwiderstand als Wert für die Berechnung der Kreiselemente vorgegeben werden:

$$R_f = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = R_2 \cdot \frac{\eta_u}{\eta_i} \cdot \frac{\frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2}}{\frac{\tau_3 \cdot \tau_4}{\tau_3 - \tau_4}} \quad (7.32)$$

In **Tab. 7.2** sind die Werte für die Kreiselemente für die typischen fiktiven Innenwiderstände 2Ω und 1Ω angegeben.

Tab. 7.13: Werte der Kreiselemente für die Generatorschaltung nach **Abb. 7.26**

fiktiver Innenwiderstand $R_f = 2 \Omega$		fiktiver Innenwiderstand $R_f = 1 \Omega$	
$C = 222 \mu\text{F}$	$L = 8,6 \mu\text{H}$	$C = 444,6 \mu\text{F}$	$L = 4,3 \mu\text{H}$
$R_1 = 2,13 \Omega$	$R_2 = 21 \Omega$	$R_1 = 1,07 \Omega$	$R_2 = 10,5 \Omega$

Analog zu anderen Hybridgeneratorschaltungen (Kapitel 5.3.1 und Anhang A6) sind für eine Halbierung des fiktiven Innenwiderstandes die Stoßkapazität zu verdoppeln und die Induktivität sowie die Widerstände zu halbieren.

Die Zeitverläufe von Leerlaufimpulsspannung und Kurzschlussstoßstrom der Generatorschaltung nach **Abb. 7.26** zeigen die Diagramme von **Abb. 7.27** für $R_f = 2 \Omega$. Die Impulsspannung besitzt im Vergleich zum Strom einen sehr langen Rücken, eine hohe Spannung steht über 26 ms ($5 \cdot \tau_1$) am Ausgang des Generators an. Im unteren Diagramm von **Abb. 7.27** sind die Stirnbereiche der Impulsverläufe zeitlich gedehnt dargestellt.

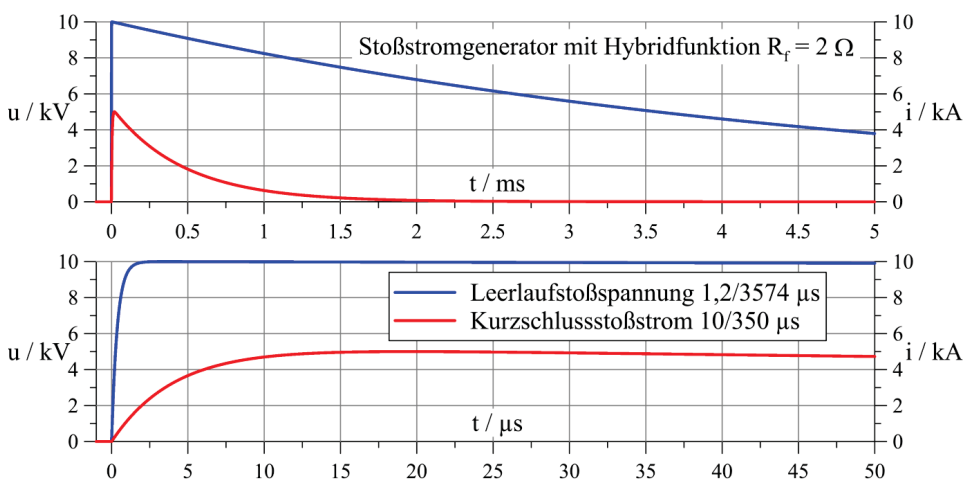


Abb. 7.27: Strom- und Spannungszeitverlauf an Stoßstromgenerator mit Hybridfunktion bei fiktivem Innenwiderstand $R_f = 2 \Omega$ und der Ladespannung $U_L \approx 11 \text{ kV}$

7.7 Erzeugung von unipolaren Stoßströmen der Form 8/20 µs

Wenn die Impulsform mit der Stirnzeit, hier $T_1 = 8 \mu\text{s}$, und der Rückenhalfwertszeit, hier $T_2 = 20 \mu\text{s}$, angegeben ist, besteht keine unmittelbare Forderung nach einem schwingenden Stromverlauf. Aber die Beanspruchung eines Prüfobjektes bei unipolarem oder schwingendem Strom kann trotz gleicher Impulsform T_1/T_2 unterschiedlich sein, zumal weitere Kenngrößen wie maximale Stromsteilheit, Impulsladung und Spezifische Impulsenergie andere Werte besitzen.

Der aperiodische Grenzfall wird eher selten zur Darstellung von Stoßströmen bzw. zur Dimensionierung von Stoßkreisen herangezogen, da insbesondere im praktischen Aufbau der Grenzfall nur angenähert realisiert werden kann. Aber er ist für die mathematische Beschreibung am einfachsten zu handhaben und für Vorgänge bzw. Schaltungen höherer Ordnung, wie sie folgend für eine spezielle Stromform betrachtet werden sollen, geeignet. Die folgende Impulsdefinition für einen 8/20-µs-Stoßstrom ohne Polaritätswechsel ist in [79] bzw. [N11] zu finden. Damit wird eine nicht schwingende aperiodische Impulsfunktion realisiert. Der Zeitverlauf sowie die 1., 2. und 3. zeitliche Ableitung lauten:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{t}{\tau}\right)^3 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad , \quad i(0) = 0 \quad (7.33)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(\frac{3}{\tau} - \frac{t}{\tau^2}\right) \quad , \quad \left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0 \quad (7.34)$$

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{t}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(\frac{6}{\tau^2} - 6 \cdot \frac{t}{\tau^3} + \frac{t^2}{\tau^4}\right) \quad , \quad \left.\frac{d^2i(t)}{dt^2}\right|_{t=0} = 0 \quad (7.35)$$

$$\frac{d^3i(t)}{dt^3} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(\frac{6}{\tau^3} - 18 \cdot \frac{t}{\tau^4} + 9 \cdot \frac{t^2}{\tau^5} - \frac{t^3}{\tau^6}\right) \quad , \quad \left.\frac{d^3i(t)}{dt^3}\right|_{t=0} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{6}{\tau^3} > 0 \quad (7.36)$$

Der unipolare Stoßstrom beginnt mit einer verschwindenden Anfangssteilheit. Erst ab der 3. Ableitung nach der Zeit ist die Steilheit bei $t = 0$ größer Null. Die maximale Steilheit tritt in der Impulsstirn bei t_{Smax} auf:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{\text{max}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (3 - \sqrt{3})^2 \cdot \frac{e^{\sqrt{3}}}{e^3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\tau} = \hat{I} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right) \cdot \frac{e^{\sqrt{3}}}{\tau} \approx \hat{I} \cdot \frac{0,583}{\tau} \quad (7.37)$$

$$t_{\text{Smax}} = (3 - \sqrt{3}) \cdot \tau \approx 1,27 \cdot \tau \quad (7.38)$$

Die Scheitelzeit und der Stromamplitudenkorrekturfaktor sind:

$$t_i = 3 \cdot \tau \quad , \quad \eta = \left(\frac{3}{e}\right)^3 \approx 1,34 \quad (7.39)$$

Damit kann der Zeitverlauf auch geschrieben werden als:

$$i(t) = \hat{I} \cdot \left(\frac{e}{3} \cdot \frac{t}{\tau}\right)^3 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.40)$$

Die Form des 8/20- μ s-Impulsstromes wird durch zwei technische Zeitparameter, die Stirnzeit $T_1 = 8 \mu\text{s}$ und die Rückenhalbwertszeit $T_2 = 20 \mu\text{s}$ festgelegt. Für die Berechnung der gesuchten Größe τ kann ein nichtlineares System aus 3 Gleichungen mit $t_{10\%} = T_1/10 + t_{01}$, $t_{90\%} = 9 \cdot T_1/10 + t_{01}$ und $t_{50\%} = T_2 + t_{01}$ wegen Überbestimmtheit nicht direkt zur Anwendung kommen, da nur eine bzw. zwei Unbekannte, τ bzw. τ und t_{01} , zu ermitteln sind.

In [79] wird $\tau = 3,91 \mu\text{s}$ angegeben, was auf eine Stirnzeit $T_1 = 8 \mu\text{s} + 0,3 \% = 8,02 \mu\text{s}$ und eine Rückenhalbwertszeit $T_2 = 20 \mu\text{s} - 0,3 \% = 19,9 \mu\text{s}$ führen soll. Normvorgaben lassen allerdings gleichermaßen für Stirn- und Rückenhalbwertszeit eine Toleranz von $\pm 10 \%$ zu.

Beim 8/20- μ s-Impulsstrom beträgt das Verhältnis $T_2/T_1 = 2,5$. Das Verhältnis der Zeitparameter T_2/T_1 wurde mit folgendem Gleichungssystem berechnet:

$$\begin{aligned} \frac{1}{10} &= \left(\frac{e}{3 \cdot \tau} \cdot \left(\frac{1}{10} \cdot T_1 + t_{01} \right) \right)^3 \cdot e^{-\frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{10} T_1 + t_{01} \right)} \\ \frac{9}{10} &= \left(\frac{e}{3 \cdot \tau} \cdot \left(\frac{9}{10} \cdot T_1 + t_{01} \right) \right)^3 \cdot e^{-\frac{1}{\tau} \left(\frac{9}{10} T_1 + t_{01} \right)} \\ \frac{1}{2} &= \left(\frac{e}{3 \cdot \tau} \cdot (T_2 + t_{01}) \right)^3 \cdot e^{-\frac{1}{\tau} (T_2 + t_{01})} \end{aligned} \quad (7.41)$$

Unabhängig von einem beliebig angenommenem Wert $\tau > 0$ erhält man T_1 , T_2 , (t_{01}) und kann das Verhältnis T_2/T_1 bilden. Das Verhältnis $T_2/T_1 \approx 2,49$ ist fest für den vorgegebenen mathematischen Zeitverlauf und entspricht fast dem vom 8/20- μ s-Strom. Aus obigem Gleichungssystem lassen sich je nach Vorgabe von Werten die Parameter genau bestimmen. Die folgende Vorgabe 1 und die Parameter wurden iterativ so bestimmt, dass der relative prozentuale Fehler für Stirn- und Rückenhalbwertszeit gleich und damit minimal ist:

Vorgabe 1: $\tau = 3,911 \mu\text{s}$

Parameter: $T_1 \approx 8,024 \mu\text{s}$ (+0,296 %) $T_2 \approx 19,941 \mu\text{s}$ (-0,296 %) $t_{01} \approx 1,672 \mu\text{s}$

Vorgabe 2: $T_1 = 8 \mu\text{s}$

Parameter: $\tau \approx 3,900 \mu\text{s}$ $T_2 \approx 19,882 \mu\text{s}$ (-0,591 %) $t_{01} \approx 1,667 \mu\text{s}$

Vorgabe 3: $T_2 = 20 \mu\text{s}$

Parameter: $\tau \approx 3,923 \mu\text{s}$ $T_1 \approx 8,048 \mu\text{s}$ (+0,594 %) $t_{01} \approx 1,677 \mu\text{s}$

Die Impulsladung von $t = 0$ bis $t = t_1 > 0$ und die Gesamtimpulsladung bis $t_1 \rightarrow \infty$ betragen:

$$Q_1 = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot 6 \cdot \tau \cdot \left(1 - \left(1 + \frac{t_1}{\tau} + \frac{1}{2} \cdot \frac{t_1^2}{\tau^2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{t_1^3}{\tau^3} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) \quad (7.42)$$

$$Q_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot 6 \cdot \tau = \hat{I} \cdot e^3 \cdot \frac{2}{9} \cdot \tau \quad (7.43)$$

Das Stromquadratintegral von $t = 0$ bis $t = t_1 > 0$ und das Gesamtstromquadratintegral bis $t_1 \rightarrow \infty$ sind:

$$I^2 t_1 = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{45}{8} \cdot \tau \cdot \left(1 - \left(\frac{1 + 2 \cdot \frac{t_1}{\tau} + 2 \cdot \frac{t_1^2}{\tau^2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{t_1^3}{\tau^3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{t_1^4}{\tau^4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{t_1^5}{\tau^5} + \frac{4}{45} \cdot \frac{t_1^6}{\tau^6} \right) \cdot e^{-2 \frac{t_1}{\tau}} \right) \quad (7.44)$$

$$I^2 t_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{45}{8} \cdot \tau = \hat{I}^2 \cdot e^6 \cdot \frac{5}{648} \cdot \tau \quad (7.45)$$

Die Form des 8/20- μs -Impulsstromes ergibt im Falle von "Vorgabe 1" für die Gesamtimpulsladung und das Gesamtstromquadratintegral folgende Beziehungen in Abhängigkeit vom Impulsscheitelwert:

$$\begin{aligned} Q_{\text{Ges}} &\approx 17,5 \mu\text{s} \cdot \hat{I} \quad , \quad Q_{\text{Ges}} \approx \frac{\hat{I}}{57278 \text{ s}^{-1}} \\ I^2 t_{\text{Ges}} &\approx 12,2 \mu\text{s} \cdot \hat{I}^2 \quad , \quad I^2 t_{\text{Ges}} \approx \frac{\hat{I}^2}{82129 \text{ s}^{-1}} \end{aligned} \quad (7.46)$$

Eine Schaltung zur Erzeugung des unipolaren Stoßstromes kann über den Zwischenschritt mit der Laplace-Transformation ermittelt werden. Die Laplace-Transformierte des Stromverlaufes lautet:

$$I(p) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{6 \cdot \tau}{(\tau \cdot p + 1)^4} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{6}{\tau^3} \cdot \frac{1}{\left(p + \frac{1}{\tau}\right)^4} = \hat{I} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{\left(\frac{e}{\tau}\right)^3}{\left(p + \frac{1}{\tau}\right)^4} \quad (7.47)$$

Eine Schaltung zur Erzeugung des Stromverlaufes muss demnach folgende Laplace-Grundform besitzen:

$$I(p) = \frac{U_L}{A \cdot \left(p + \frac{1}{\tau}\right)^4} = \frac{U_L}{A \cdot \left(p^4 + \frac{4}{\tau} \cdot p^3 + \frac{6}{\tau^2} \cdot p^2 + \frac{4}{\tau^3} \cdot p + \frac{1}{\tau^4}\right)} \quad (7.48)$$

Eine einfache CLR-Schaltung in **Abb. 7.28** mit zusätzlicher Querkapazität C_q und aufgeteilter Längsinduktivität L , L_ℓ führt auf die geforderte Laplace-Grundform.

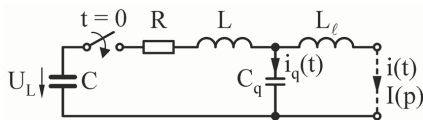


Abb. 7.28: CLR-Schaltung zur Erzeugung eines unipolaren Stoßstromes

Die Laplace-Transformierte der CLR-Schaltung von **Abb. 7.28** lautet:

$$I(p) = \frac{U_L}{L \cdot L_\ell \cdot C_q \cdot \left(p^4 + \frac{R}{L} \cdot p^3 + \left(\frac{1}{L \cdot C} + \frac{1}{L \cdot C_q} + \frac{1}{L_\ell \cdot C_q} \right) \cdot p^2 + \frac{R}{L \cdot L_\ell \cdot C_q} \cdot p + \frac{1}{L \cdot L_\ell \cdot C \cdot C_q} \right)} \quad (7.49)$$

Aus den vorgenannten beiden Beziehungen (7.48) und (7.49) lassen sich über Koeffizientenvergleich 5 Bestimmungsgleichungen für die 5 Kreiselemente ableiten:

$$\begin{aligned} \frac{U_L}{L \cdot L_\ell \cdot C_q} &= \hat{I} \cdot \frac{2}{9} \cdot \left(\frac{e}{\tau} \right)^3, & \frac{R}{L} &= \frac{4}{\tau} \\ \frac{1}{L \cdot C} + \frac{1}{L \cdot C_q} + \frac{1}{L_\ell \cdot C_q} &= \frac{6}{\tau^2} \\ \frac{R}{L \cdot L_\ell \cdot C_q} &= \frac{4}{\tau^3}, & \frac{1}{L \cdot L_\ell \cdot C \cdot C_q} &= \frac{1}{\tau^4} \end{aligned} \quad (7.50)$$

Die Kreiselemente sind dann zu berechnen mit:

$$\begin{aligned} C &= \frac{2}{9} \cdot e^3 \cdot \tau \cdot \frac{\hat{I}}{U_L}, & C_q &= \frac{1}{18} \cdot e^3 \cdot \tau \cdot \frac{\hat{I}}{U_L} \\ L &= \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{e^3} \cdot \tau \cdot \frac{U_L}{\hat{I}}, & L_\ell &= 18 \cdot \frac{1}{e^3} \cdot \tau \cdot \frac{U_L}{\hat{I}}, & R &= 18 \cdot \frac{1}{e^3} \cdot \frac{U_L}{\hat{I}} \end{aligned} \quad (7.51)$$

Für einen unipolaren Stoßstrom der Form $8/20 \mu\text{s}$ ($\tau = 3,91 \mu\text{s}$) mit einer Stromamplitude von $\hat{I} = 5 \text{ kA}$ sind bei einer Ladespannung von $U_L = 10 \text{ kV}$ die Kreiselemente $C \approx 8,73 \mu\text{F}$, $L \approx 1,75 \mu\text{H}$, $R \approx 1,79 \Omega$, $C_q \approx 2,18 \mu\text{F}$ und $L_\ell \approx 7,01 \mu\text{H}$ erforderlich. Den unipolaren Strom für die angegebenen Kreiselemente zeigt **Abb. 7.29**.

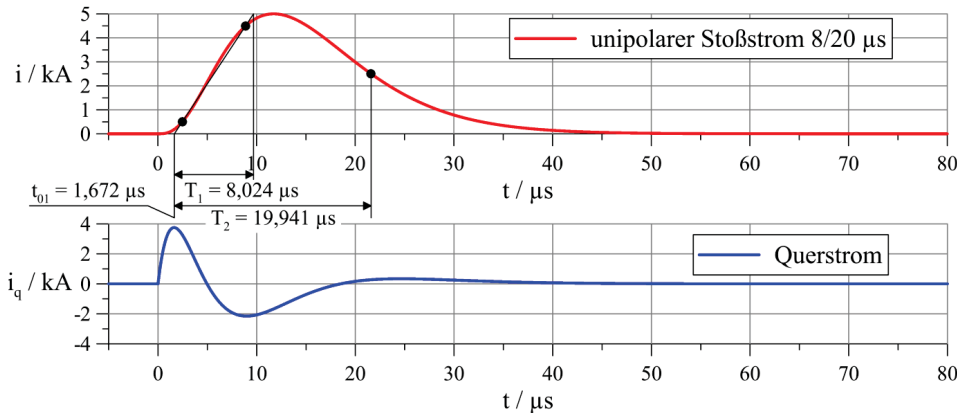


Abb. 7.29: Unipolarer Stoßstrom in erweiterter CLR-Schaltung erzeugt

Der schwingende Querstrom i_q durch die Querkapazität C_q erreicht in der Schaltung von **Abb. 7.28** eine große Amplitude von 3,75 kA.

Ein unipolarer 8/20- μ s-Stoßstrom kann auch mit anderen Stoßkreisschaltungen in Prüfgeneratoren erzeugt werden, wenn diese näherungsweise die Laplace-Transformierte von Gleichung (7.47) besitzen. Diese unipolaren Stoßströme werden zur Prüfung von Überspannungsschutzelementen wie Varistoren und Suppressordioden vor allem für den Bereich Elektronik und Informationstechnik mit kleineren Amplituden der Prüfströme eingesetzt.

7.8 Erzeugung von Sinushalbwellenströmen

Zur Entwicklung, Untersuchung und Prüfung von Geräten (z.B. Leistungsschalter; Trennfunkstrecken [N12]) werden häufig sinusförmige Ströme mit hohen Amplituden benötigt. Zusätzlich kann die Forderung bestehen, dass ein (netzfrequente 50-Hz-)Strom nur über eine Halbwelle fließt. Damit ein reproduzierbarer "eingepprägter" Strom weitestgehend unabhängig vom Verhalten des Untersuchungsobjektes auftritt, wird mit hohen treibenden Spannungen (bis 10 kV) gearbeitet.

Idealisiert verläuft eine Sinushalbwelle wie in **Abb. 7.30** am Beispiel eines netzfrequenten 10-kA-Stromes dargestellt.

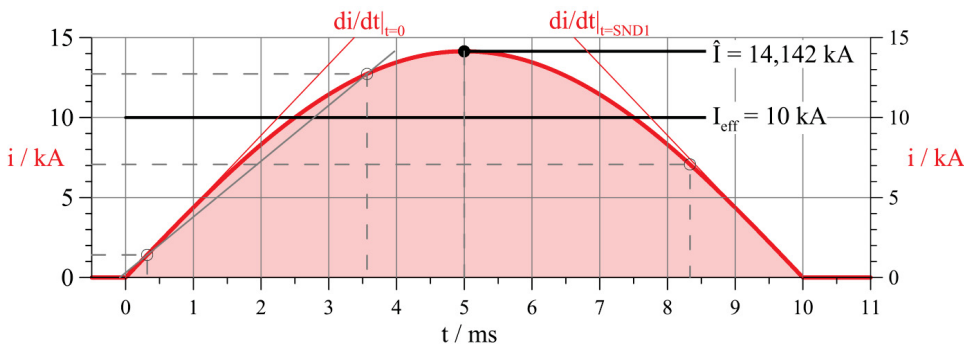


Abb. 7.30: Ideale netzfrequente sinusförmige Stromhalbwelle

Fasst man den Stromverlauf von **Abb. 7.30** als spezielle Stromimpulsform auf, dann können dieser folgende Kenngrößen zugeordnet werden:

"Frequenz"	$f = 50 \text{ Hz}$	$\omega \approx 314,16 \text{ s}^{-1}$
Scheitelwert und "Effektivwert"	$\hat{I} \approx 14,14 \text{ kA}$	$I_{\text{eff}} = 10 \text{ kA}$
Zeitpunkt $t_{10\%} = 0,319 \text{ ms}$ mit	$i_{10\%} \approx 1,41 \text{ kA}$	
Zeitpunkt $t_{90\%} = 3,564 \text{ ms}$ mit	$i_{90\%} \approx 12,73 \text{ kA}$	
Zeitpunkt $t_{50\%} = 8,333 \text{ ms}$ mit	$i_{50\%} \approx 7,07 \text{ kA}$	
virtueller Strombeginn	$t_{01} \approx -0,087 \text{ ms}$	
10%-90%-50%-Impulsdefinition	$4057/8420 \text{ } \mu\text{s}$	
Stirnzeit	$T_1 = t_s \approx 4,06 \text{ ms}$	
Rückenhalfwertszeit	$T_2 = t_r \approx 8,42 \text{ ms}$	
minimales Verhältnis von Rückenhalfwerts- zu Stirnzeit	$m \approx 2,08$	
mittlere Anstiegssteilheit	$\hat{I}/T_1 \approx 3,49 \text{ kA/ms}$	
Anstieg bei Strombeginn ($t = 0$)	$di/dt _{t=0} \approx +4,44 \text{ kA/ms}$	
Abfall bei Stromende ($t = t_{\text{SND1}}$)	$di/dt _{t=\text{SND1}} \approx -4,44 \text{ kA/ms}$	

geflossene Ladung bis zum Stromscheitel	$Q_i \approx 45 \text{ As}$
geflossene Ladung bis zum Stromnulldurchgang	$Q_{\text{SND1}} \approx 90 \text{ As}$
	$Q_{\text{SND1}} = 20/\pi \cdot \hat{I}$
Stromquadratintegral bis zum Stromscheitel	$I^2 t_i = 500 \text{ kA}^2\text{s}$
Stromquadratintegral bis zum Stromnulldurchgang	$I^2 t_{\text{SND1}} = 1000 \text{ kA}^2\text{s}$
	$I^2 t_{\text{SND1}} = 5 \cdot \hat{I}^2$
mit \hat{I} in kA, Q_{SND1} in As und $I^2 t_{\text{SND1}}$ in kA^2s	

Die Kenngrößen "Frequenz" und "Effektivwert" sind in Anführungszeichen gesetzt, weil nur eine Halbwelle betrachtet wird und diese Größen dafür streng genommen nicht angegeben werden können.

Zur Erzeugung eines Impulsstromes mit der Form einer Sinushalbwelle können verschiedene Konzepte verfolgt werden. Es sollen einige elektrische Schaltungen vorgestellt werden, die überwiegend auf dem Prinzip der Kapazitätsentladung basieren und nur näherungsweise die Halbwelle einer Sinusschwingung nachbilden können.

7.8.1 Einfacher Reihenschwingkreis

Ein einfacher Schwingkreis zur Erzeugung eines sinusförmigen Stromes besteht im Wesentlichen aus einer Kapazität C, einem Schalter S und einer Induktivität L.

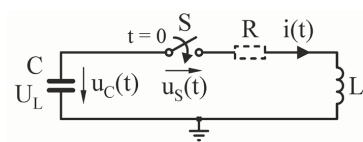


Abb. 7.31: Einfache Schwingkreisschaltung

In erster Näherung wird die über die Ladespannung U_L in der (konzentrierten) Kapazität gespeicherte elektrische Energie in magnetische Energie der (konzentrierten) Induktivität umgewandelt, wenn der Schalter geschlossen wird und der Strom I im Kreis fließt:

$$W_{\text{el}} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_L^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = W_{\text{magn}} \quad (7.52)$$

Der sinusförmig schwingende Strom besitzt die Frequenz f , als Kehrwert die Periodendauer T und die Scheitelzeit t_i :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} \quad , \quad T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{L \cdot C} = 4 \cdot t_i \quad (7.53)$$

In den Beziehungen (7.52) und (7.53) wurde der ohmsche Widerstand R des Kreises (**Abb. 7.31**), der den Schwingungsvorgang dämpft, vernachlässigt. Jeweils zwei von fünf Größen können für die Dimensionierung des (ideal) ungedämpften Kreises mit den einfachen Beziehungen nach **Tab. 7.14** berechnet werden.

Der einfache Kreis nach **Abb. 7.31** arbeitet so, dass die Kapazität bei $t = 0$ mit U_L aufgeladen ist und der Schalter geschlossen wird. Ein sinusförmiger Strom $i(t)$ beginnt zu fließen.

Beim Scheitelwert des Stromes ist die Spannung an der Kapazität C gerade Null und danach ändert sich ihr Vorzeichen. Beim folgenden Stromnulldurchgang muss der Schalter wieder öffnen, damit eine Halbwelle entsteht. Dabei tritt an der Kapazität gerade wieder die Ladespannung, aber mit umgekehrter Polarität, auf. Der Schalter muss im geöffneten Zustand genau dieser Spannung widerstehen (**Abb. 7.32**). Die Zeitverläufe in **Abb. 7.32** für ein Beispiel zeigen, dass nach dem Stromimpuls fast die gesamte Energie wieder in der Kapazität vorhanden ist.

Tab. 7.14: Berechnungsbeziehungen für ungedämpften Schwingkreis ($T = 1/f$)

gegebene Größen	gesuchte Größen		gegebene Größen	gesuchte Größen	
T, U_L, \hat{I}	$L = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{U_L}{\hat{I}}$	$C = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{\hat{I}}{U_L}$	L, C, U_L	$\hat{I} = U_L \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$	$T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$
L, T, \hat{I}	$C = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{L}$	$U_L = \frac{2\pi}{T} \cdot L \cdot \hat{I}$	L, C, \hat{I}	$U_L = \hat{I} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$	$T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$
C, T, \hat{I}	$L = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{C}$	$U_L = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{1}{C} \cdot \hat{I}$	L, U_L, \hat{I}	$C = L \cdot \left(\frac{\hat{I}}{U_L}\right)^2$	$T = 2\pi \cdot L \cdot \frac{\hat{I}}{U_L}$
L, T, U_L	$C = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{L}$	$\hat{I} = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{1}{L} \cdot U_L$	C, U_L, \hat{I}	$L = C \cdot \left(\frac{U_L}{\hat{I}}\right)^2$	$T = 2\pi \cdot C \cdot \frac{U_L}{\hat{I}}$
C, T, U_L	$L = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{C}$	$\hat{I} = \frac{2\pi}{T} \cdot C \cdot U_L$	L, C, T	$U_L, —$	$\hat{I}, —$

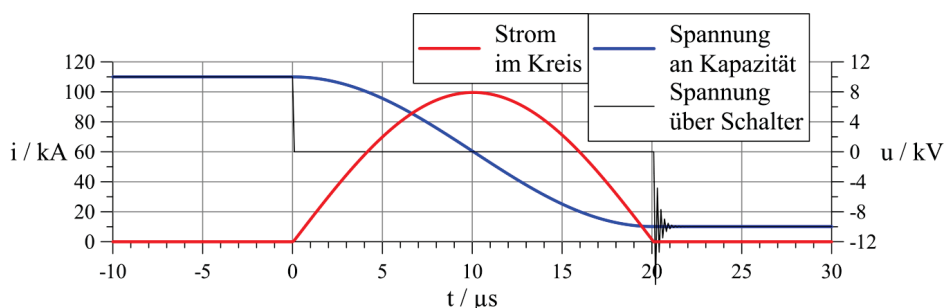


Abb. 7.32: Zeitverläufe für einfachen ungedämpften Schwingkreis nach **Abb. 7.31** ($\hat{I} = 100 \text{ kA}$, $U_L = 10 \text{ kV}$, $T = 40 \mu\text{s} \triangleq f = 25 \text{ kHz}$, eine Halbwelle $20 \mu\text{s}$ bei $C = 63,7 \mu\text{F}$ und $L = 0,64 \mu\text{H}$)

Nur ein kleiner Teil der Energie wird durch Verluste in Wirkelementen des Kreises umgesetzt. Durch einfache Umpolung des Stoßkreises kann die Energie wieder genutzt werden und es muss nur wenig nachgeladen werden.

7.8.2 Schwach gedämpfter Reihenschwingkreis

Wird in **Abb. 7.31** angenommen, dass der Widerstand R klein aber ungleich Null ist, dann klingt der schwingende Stromverlauf ab. Für den Strom lautet der Zeitverlauf (Näherung mit $R \rightarrow 0$, $\tau \rightarrow \infty$ und $\eta \rightarrow 1$):

$$i(t) = \frac{U_L}{\omega \cdot L} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \approx \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (7.54)$$

Darin ist η der Stromausnutzungsfaktor, welcher nicht unabhängig, sondern aus der Zeitkonstante τ und der Kreisfrequenz ω zu bestimmen ist:

$$\eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} \approx 1 \quad (7.55)$$

Die Scheitelzeit t_i des Stromes ist bei:

$$t_i = \frac{1}{\omega} \cdot \arctan(\omega \cdot \tau) \approx \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \quad (7.56)$$

Der erste natürliche Stromnulldurchgang nach dem Stromscheitel tritt bei der Zeit t_{SND1} auf und gilt exakt wie auch für die Näherung von Gleichung (7.54):

$$t_{\text{SND1}} = \frac{\pi}{\omega} \quad (7.57)$$

Die geflossenen elektrischen Ladungen bis zum Stromscheitel und für eine Stromhalbwelle berechnen sich zu (zugesechnittene Größengleichungen gelten für $f = 50$ Hz):

$$Q_i = \int_0^{t_i} i(t) dt = \hat{I} \cdot \frac{\frac{\omega}{\eta} - \frac{2}{\tau}}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \approx \hat{I} \cdot \frac{1}{\omega}, \quad Q_i \approx 3,2 \cdot \hat{I} \quad (7.58)$$

mit \hat{I} in kA, Q_i und Q_{SND1} in As

$$Q_{\text{SND1}} = \int_0^{t_{\text{SND1}}} i(t) dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{\pi}{\omega \cdot \tau}}}{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}} \approx \hat{I} \cdot \frac{2}{\omega}, \quad Q_{\text{SND1}} \approx 6,4 \cdot \hat{I} \quad (7.59)$$

In gleicher Weise erhält man die Stromquadratintegrale (Joule-Integrale) bis zum Stromscheitel und für die Stromhalbwelle (zugesechnittene Größengleichungen gelten für $f = 50$ Hz):

$$I^2 t_i = \int_0^{t_i} i^2(t) dt = \frac{\hat{I}^2}{4} \cdot \frac{\tau}{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}} \cdot \left(\frac{1}{\eta^2} - \frac{5}{(\omega \cdot \tau)^2} - 1 \right) \approx \hat{I}^2 \cdot \frac{\pi}{4 \cdot \omega} \quad (7.60)$$

$I^2 t_i = 2,5 \cdot \hat{I}^2$ mit \hat{I} in kA und $I^2 t_i$ in kA²s

$$I^2 t_{\text{SND1}} = \int_0^{t_{\text{SND1}}} i^2(t) dt = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{\tau}{4} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{2 \cdot \pi}{\omega \cdot \tau}}}{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}} \approx \hat{I}^2 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \quad (7.61)$$

$I^2 t_{\text{SND1}} = 5 \cdot \hat{I}^2$ mit \hat{I} in kA und $I^2 t_{\text{SND1}}$ in kA²s

Die zeitliche Stromänderung ist:

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \sin(\omega \cdot t - \arctan(\omega \cdot \tau)) \approx \omega \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (7.62)$$

Die Anfangsteilheit des Stromes (Stromanstieg) wird höher als bei einer idealen Sinushalbwellen, die Endsteilheit (Stromabfall) wird dem Betrag nach im Vergleich zur idealen Sinushalbwellen geringer:

$$\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \omega \cdot \frac{\hat{I}}{\eta} > \omega \cdot \hat{I} \quad , \quad \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=t_{\text{SNDI}}} = -\omega \cdot \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega \cdot \tau}} > -\omega \cdot \hat{I} \quad (7.63)$$

Der Spannungsverlauf an der Stoßkapazität ergibt sich durch zeitliche Integration aus dem Stromverlauf (Näherung für den Stromscheitelwert $\hat{I} \approx \omega C \cdot U_L$):

$$\begin{aligned} u_C(t) &= U_L - \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t) dt = \\ &= U_L - \frac{1}{C} \cdot \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arctan(\omega \cdot \tau)) \right) \\ &\approx U_L - \frac{1}{\omega C} \cdot \hat{I} \cdot (1 - \cos(\omega \cdot t)) = \frac{1}{\omega C} \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) \end{aligned} \quad (7.64)$$

Beim Scheitel des Stromes hat die Spannung an der Stoßkapazität den Wert:

$$u_i = U_L - \frac{1}{C} \cdot \hat{I} \cdot \frac{\frac{\omega}{\eta} - \frac{2}{\tau}}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} = U_L \cdot \frac{2 \cdot \eta}{\omega \cdot \tau} = 2 \cdot U_L \cdot \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}} \approx 0 \quad (7.65)$$

Die Spannung an der Stoßkapazität beträgt zum Zeitpunkt t_{SNDI} am Ende der Stromhalbwellen:

$$\hat{U}_{\text{max-}} = u_C(t_{\text{SNDI}}) = U_L - \frac{1}{\omega C} \cdot \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{\pi}{\omega \cdot \tau}}}{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}} \approx -\frac{\hat{I}}{\omega C} \quad (7.66)$$

Wird die Kapazität C eliminiert, dann erhält man:

$$\hat{U}_{\text{max-}} = u_C(t_{\text{SNDI}}) = -U_L \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega \cdot \tau}} \approx -U_L \quad (7.67)$$

Im konkreten Fall soll die Halbwellen eines 50-Hz-Stromes ($t_i = 5 \text{ ms}$ und $t_{\text{SNDI}} = 2 \cdot t_i = 10 \text{ ms}$) mit einem Scheitelwert von $\hat{I} = 10 \text{ kA}$ ($I_{\text{eff}} = 7,07 \text{ kA}$) nachgebildet werden. Als sehr wichtige Forderung soll hier das Durchschwingen der Spannung an der Stoßkapazität 65 % der (maximalen) Ladespannung $U_L = 10 \text{ kV}$ also 6,5 kV nicht überschreiten bzw. -6,5 kV nicht unterschreiten.

Weiterhin soll davon ausgegangen werden, dass der minimale ohmsche Widerstand R_{\min} im Kreis durch die Summe aus Prüfbjektwiderstand und parasitären Wirkwiderständen (Eigenwiderstände der Stoßkapazität und der Stoßkreisinduktivität, Leitungs- und Kontaktwiderstände) gebildet wird. Durch einen zusätzlichen konzentrierten Widerstand R_{zus} kann die Dämpfung im Kreis erhöht und damit das Durchschwingen der Spannung reduziert werden ($R = R_{\min} + R_{\text{zus}}$). Allerdings entfernt sich dann die Stromform von der gewünschten Sinusform. Als wichtigste Größe ist der Wert der benötigten Stoßkapazität zu ermitteln.

Die Parameter des Stromverlaufes lauten:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad , \quad \tau = \frac{2 \cdot L}{R} \quad , \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L^2}} \\ \omega \cdot \tau &= \sqrt{(\omega_0 \cdot \tau)^2 - 1} \quad , \quad \eta = \sqrt{1 - \frac{1}{(\omega_0 \cdot \tau)^2}} \cdot e^{-\frac{\arctan(\sqrt{(\omega_0 \cdot \tau)^2 - 1})}{\sqrt{(\omega_0 \cdot \tau)^2 - 1}}} \quad , \quad \hat{I} = \frac{U_L}{\omega \cdot L} \cdot \eta \end{aligned} \quad (7.68)$$

Daraus ergeben sich umgekehrt die Kreiselemente. Die Gleichungen für C , L und R sind in Kapitel 5.1.4.2 und im Anhang A4.6 angegeben. Damit die Kreiselemente bestimmt werden können, sind zunächst die vorgegebenen Größen anzugeben:

Vorgabegrößen:	\hat{I} , U_L , $\hat{U}_{\max-}$, R_{\min} , f bzw. t_{SND1} , oder t_i
gesuchte Kreiselemente:	C , L , R bzw. R_{zus}

Mit der vorgegebenen Frequenz f der Stromhalbwelle ist die Kreisfrequenz entsprechend Gleichung (7.57) festgelegt:

$$\omega = \frac{\pi}{t_{\text{SND1}}} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad (7.69)$$

Aus den Gleichungen (7.67) und (7.69) kann die notwendige Zeitkonstante $\tau < \infty$ festgelegt werden, damit das negative Durchschwingen $\hat{U}_{\max-} < 0$ nicht unterschreitet:

$$\tau = \frac{1}{2 \cdot f \cdot \ln\left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}}\right)} \quad , \quad \omega \cdot \tau = \frac{\pi}{\ln\left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}}\right)} \quad (7.70)$$

Die Scheitelzeit und der Stromausnutzungsfaktor lauten damit:

$$t_i = \frac{1}{2\pi \cdot f} \cdot \arctan\left(\pi / \ln\left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}}\right)\right) \quad , \quad \eta = \frac{\left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}}\right)^{-\frac{1}{\pi} \arctan\left(\pi / \ln\left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}}\right)\right)}}{\sqrt{1 + \frac{\ln^2\left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}}\right)}{\pi^2}}} \quad (7.71)$$

Jetzt können die erforderlichen Kreiselemente berechnet werden:

$$C = \frac{1}{2 \cdot f} \cdot \frac{\left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}} \right)^{\frac{1}{\pi} \arctan \left(\frac{\pi}{\ln \left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}} \right)} \right)}}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 \left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}} \right)}} \cdot \frac{\hat{I}}{U_L} \quad (7.72)$$

$$L = \frac{1}{2 \cdot f} \cdot \frac{\left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}} \right)^{-\frac{1}{\pi} \arctan \left(\frac{\pi}{\ln \left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}} \right)} \right)}}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 \left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}} \right)}} \cdot \frac{U_L}{\hat{I}} \quad (7.73)$$

$$R = 2 \cdot \frac{\left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}} \right)^{-\frac{1}{\pi} \arctan \left(\frac{\pi}{\ln \left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}} \right)} \right)}}{\sqrt{\frac{\pi^2}{\ln^2 \left(-\frac{U_L}{\hat{U}_{\max-}} \right)} + 1}} \cdot \frac{U_L}{\hat{I}} \quad (7.74)$$

Für den ohmschen Kreiswiderstand R , der unabhängig von der gewünschten Frequenz f ist, muss überprüft werden, ob $R \geq R_{\min}$ erfüllt ist. Wenn $R > R_{\min}$ vorliegt, wird $R_{\text{zus}} = R - R_{\min}$ in den Stoßkreis aufgenommen. Ist $R < R_{\min}$, dann müssen die Vorgabegrößen solange angepasst und die Berechnung wiederholt werden, bis zumindest $R = R_{\min}$ erreicht ist.

Anhand eines Beispiels werden die Größen für folgende Vorgaben berechnet:

$$\begin{aligned} U_L &= 10 \text{ kV} \quad , \quad \hat{U}_{\max-} = -6,5 \text{ kV (65 \%)} \\ \hat{I} &= 10 \text{ kA} \quad , \quad f = 50 \text{ Hz} \triangleq t_{\text{SND1}} = 10 \text{ ms} \end{aligned}$$

Mit den Beziehungen (7.69) und (7.70) lauten zunächst die Zeitparameter des Stromes:

$$\omega \approx 314,16 \text{ s}^{-1} \quad , \quad \tau \approx 23,21 \text{ ms} \quad , \quad \eta \approx 0,814$$

Der Scheitel des Stromes wird etwas zu früh erreicht:

$$t_i \approx 4,57 \text{ ms} < 5 \text{ ms}$$

Die Zeitdifferenz zum idealen netzfrequenten Scheitel beträgt:

$$\Delta t_i = t_i - 1/(4 \cdot f) \approx -434 \text{ } \mu\text{s} \quad (\text{Abweichung } -9 \%)$$

Der Anstieg bei Strombeginn ($t = 0$) ist:

$$di/dt|_{t=0} \approx 3,86 \text{ kA/ms} > 3,14 \text{ kA/ms} \quad (\text{Abweichung } +22,9 \%)$$

Der Abfall bei Stromende ($t = t_{\text{SND1}}$) ist:

$$di/dt|_{t=t_{\text{SND1}}} \approx -2,51 \text{ kA/ms} > -3,14 \text{ kA/ms} \quad (\text{Abweichung } -20,1 \%)$$

Die Spannung beim Stromscheiden beträgt:

$$u_i \approx 2,23 \text{ kV}$$

Über die Beziehungen (7.72), (7.73) und (7.74) werden die Kreiselemente ermittelt:

$$C \approx 3,84 \text{ mF}, \quad L \approx 2,59 \text{ mH}, \quad R \approx 223 \text{ m}\Omega$$

Den Vergleich des berechneten Zeitverlaufes mit dem idealen Zeitverlauf einer netzfrequenten Stromhalbwelle zeigt **Abb. 7.33**. Hier ist anzumerken, dass der Strom ab $t = 10 \text{ ms}$ nicht Null bleibt, da zunächst kein Öffner im Stromkreis vorhanden ist. Damit der Strom nur eine Halbwelle lang fließt, kann die im nachfolgenden Kapitel beschriebene Schaltung Anwendung finden.

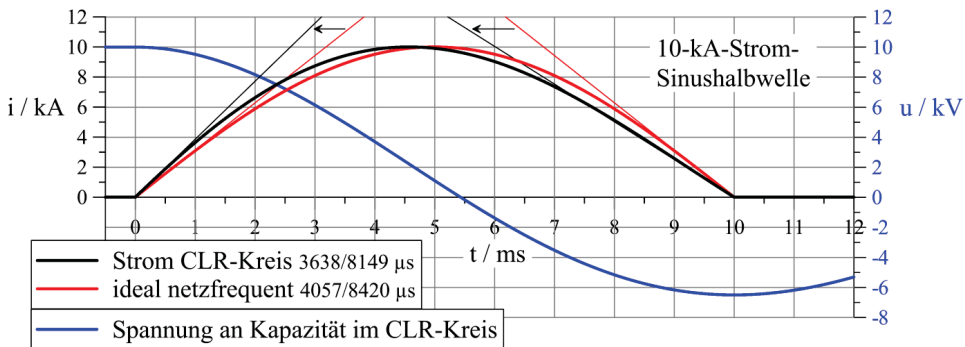


Abb. 7.33: Netzfrequente Stromhalbwelle aus CLR-Kreis ($\hat{U}_{\max} = -6,5 \text{ kV}$)

7.8.3 CLR-Kreis mit Dioden und Kommutierungszweig

Eine einfache Schaltung, die auf dem im vorherigen Kapitel 7.8.2 betrachteten CLR-Reihenschwingkreis aufbaut, kann mit ungesteuerten Gleichrichterventilen (Hochspannungs-Hochleistungs-Dioden) zur Erzeugung von Sinushalbwellenströmen realisiert werden. Die Simulationsschaltung dafür mit Beispielwerten der Kreiselemente und einigen elektrischen Messgrößen ist in **Abb. 7.34** dargestellt.

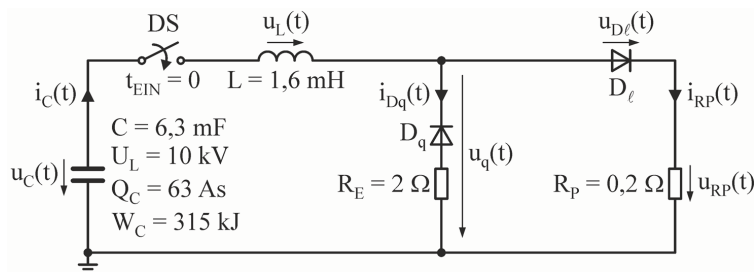


Abb. 7.34: Schaltung eines CLR-Kreises mit Dioden und Kommutierungszweig

Die Funktionsweise der Schaltung von **Abb. 7.34** unterteilt sich aufgrund der selbstgesteuerten leistungselektronischen Schalter, Längsdiode D_ℓ und Querdioden D_q , in zwei Zeitabschnitte.

Nach dem Schließen des Kreises mit dem Draufschalter DS entlädt sich die Kapazität C über die Induktivität L, die in Durchlassrichtung arbeitende Längsdiode D_ℓ und den (Prüfobjekt-) Widerstand R_p . Durch den Querzweig fließt kein Strom, da sich die Querdiode D_q in Sperrrichtung befindet. Wenn der Strom zu Null geht, sperrt die Längsdiode D_ℓ und die Querdiode D_q wird leitend. Mit dem Querzweig erhält der Strom einen Weg, weiter zu fließen, er kommutiert vom Längs- in den Querzweig. Damit kein weiterer Polaritätswechsel der Spannung an der Kapazität und im Längszweig kein erneuter Stromfluss auftritt, ist der Entladewiderstand R_E im Querzweig so bemessen, dass sich dann ein aperiodischer Strom- und Spannungsverlauf einstellt. Zur Entlastung der Querdiode D_q und aus Sicherheitsgründen kann ein mechanischer Schalter parallel zu D_q angeordnet werden, der verzögert nach dem Beginn des Stromflusses im Querzweig schließt (Abb. 7.39 mittlere Schaltung).

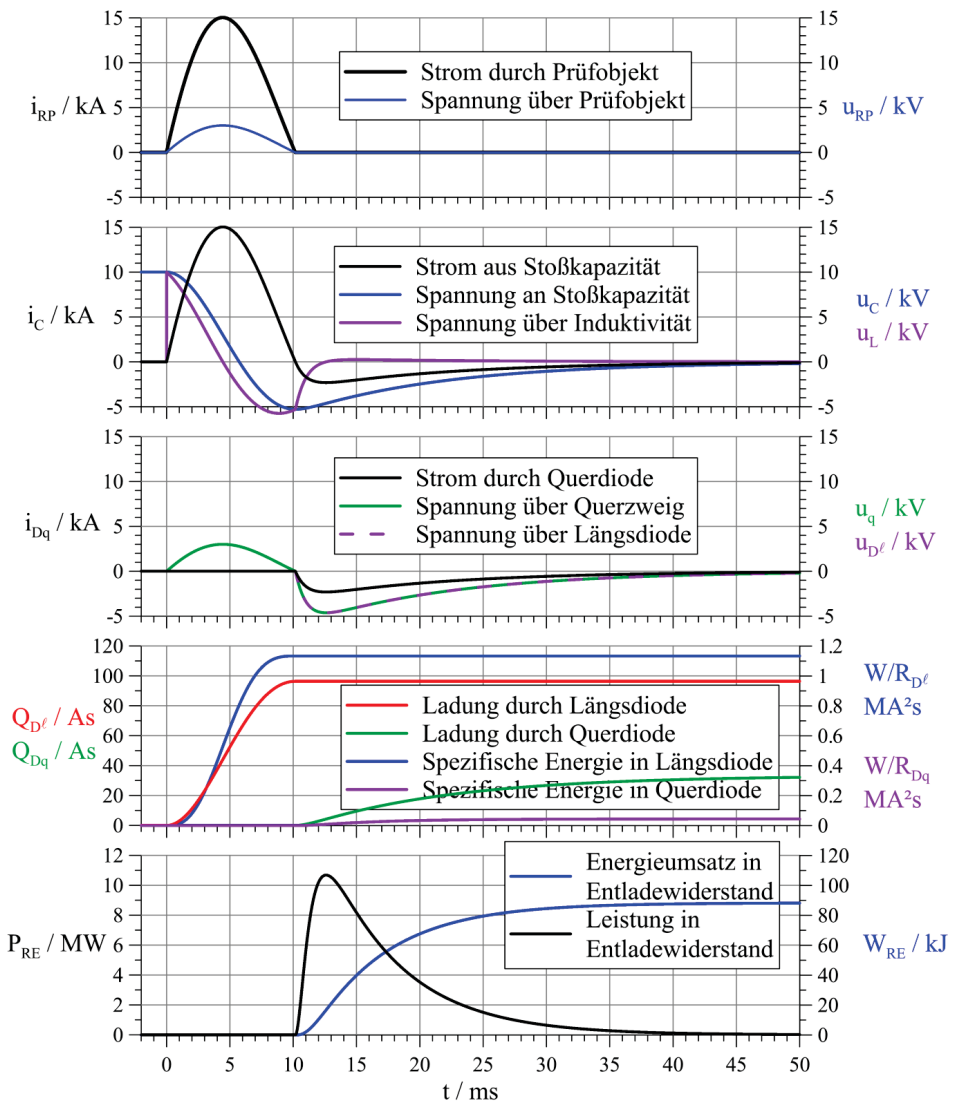


Abb. 7.35: Ströme, Spannungen, Ladungen und (Spezifische) Energien im Stoßkreis

Für die Erzeugung einer netzfrequenten 50 Hz-Halbwelle berechnen sich die Grundelemente für den L-C-Schwingkreis näherungsweise zu:

$$L \approx 3,2 \cdot U_L / \hat{I} \quad , \quad C \approx 3,2 \cdot \hat{I} / U_L \quad , \quad L \cdot C \approx 10 \text{ (ms)}^2 \quad (7.75)$$

mit L in mH, C in mF, U_L in kV und \hat{I} in kA

Mit den in **Abb. 7.34** angegebenen Werten lässt sich bei Vernachlässigung ohmscher Dämpfung eine Stromamplitude von ca. 20 kA erzeugen. Da aber während der Stromhalbwelle ein Polaritätswechsel der Spannung an der Kreiskapazität auftritt, der einen festgelegte Durchschwingwert nicht überschreiten darf, muss für die volle Ausnutzung der maximalen Ladespannung ein Dämpfungswiderstand R_P im Entladekreis eingefügt werden. Die dadurch auftretende Reduktion der erreichbaren Stromamplitude, hier auf 15 kA, muss bei der Auslegung der Schaltung eingerechnet werden.

Die Zeitverläufe von Prüfobjektstrom i_{RP} (Strom im Längszweig), Strom durch die Kapazität i_C , Strom durch den Querzweig i_{Dq} , Spannung am Prüfobjekt u_{RP} , Spannung an der Kapazität u_C , Spannung über der Kreisinduktivität u_L , Spannung über dem Querzweig u_q und die Spannung über der Längsdiode u_{Dl} sind in den Diagrammen von **Abb. 7.35** eingetragen. Dazu beinhaltet die **Abb. 7.35** noch die Diagramme für die Ladungen Q_{Dl} , Q_{Dq} und die Spezifischen Energien W/R_{Dl} , W/R_{Dq} der Dioden sowie die im Entladewiderstand umgesetzte Leistung P_{RE} und Energie W_{RE} .

Die Stromamplitude bzw. die Strommomentanwerte erhöhen sich linear proportional mit der Vergrößerung der Ladespannung. Entsprechend **Abb. 7.36** erhöht sich zugleich auch die Durchschwingungsspannung an der Stoßkapazität.

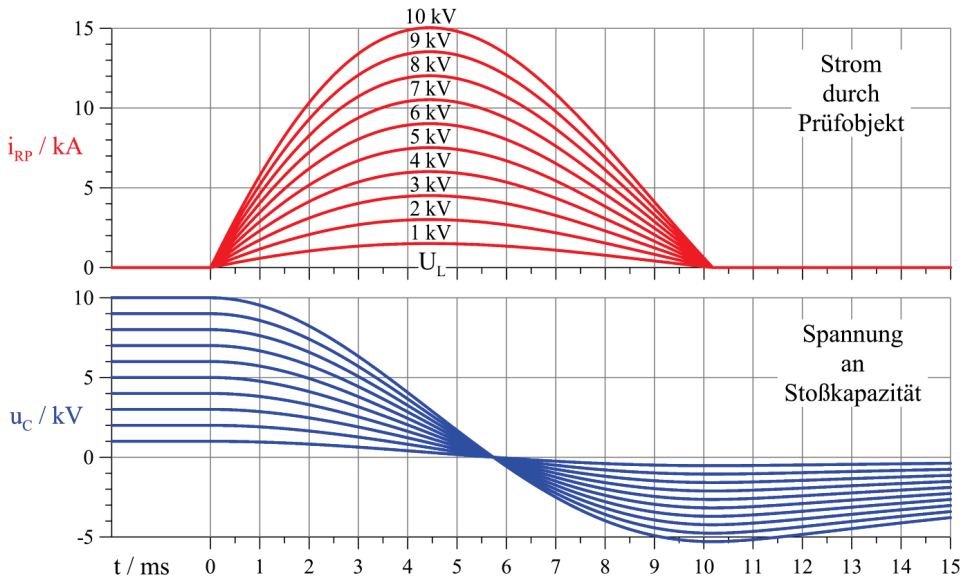


Abb. 7.36: Variation der Ladespannung an der Stoßkapazität

7.8.3.1 Wirkung von Lichtbögen im CLR-Kreis mit Dioden

Der Sinushalbwellenstrom soll durch Prüfobjekte fließen, die damit eine dynamische und thermische Beanspruchung erfahren. Mit quasi eingepägten 50-Hz-Sinushalbwellenströmen können z.B. bei Kurzschlussversuchen (Niederspannungs-)Schaltgeräte geprüft werden, die nicht strombegrenzend wirken (Nullpunktlöscher). Auch Ableiter prüft man vereinzelt ersatzweise mit Halbwellenströmen.

Häufig liegt ein Lichtbogen vor oder er entsteht während der Beanspruchung, insbesondere, wenn Schaltgeräte oder Ableiter mit Funkenstrecken geprüft werden. Hier soll deutlich gemacht werden, wie der Lichtbogen auf den CLR-Kreis mit der Diodenschaltung zurück wirkt und wie sich der Prüfstrom verändert. Zur prinzipiellen Veranschaulichung der Rückwirkungen wird der Widerstand $R_p = 0,2 \Omega$ in Reihe zum Lichtbogen im Längszweig beibehalten und mit merklichen Lichtbogenspannungen im Vergleich zur Kondensatorladespannung gearbeitet.

Die Schaltungen in **Abb. 7.37** zeigen 3 Nachbildungen für einen Lichtbogen. Eine konstante Lichtbogenspannung $U_{LB} = 1 \text{ kV}$ (Gleichspannungsquelle), eine mit $dU_{LB}/dt = 100 \text{ V/ms}$ linear ansteigende Lichtbogenspannung (Quelle für Spannungsrampe) und ein Lichtbogenmodell, in dem die Differentialgleichung nach CASSIE $\tau \cdot d \ln(g)/dt = (u/U_C)^2 - 1$ mit $U_C = 150 \text{ V} + (6 \text{ V/ms} \cdot t)^2$ umgesetzt ist, werden verwendet.

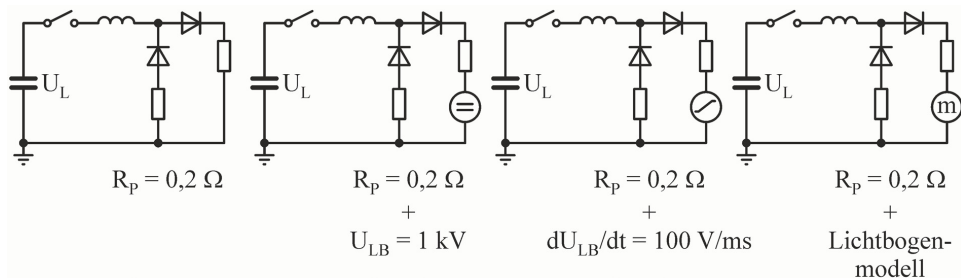


Abb. 7.37: Simulation mit Lichtbogen als Prüfobjekt bei nahezu eingepägtem Strom

Im Beispiel nach **Abb. 7.38** soll der Lichtbogen 2 ms nach dem Beginn des Sinusstromes auftreten und beim folgenden ersten Stromnullwerden verlöschen. Je nach dem Verlauf der Lichtbogenspannung tritt eine mehr oder weniger starke Beeinflussung des Stromverlaufes i_{RP} auf. Es kommt immer zur Reduzierung der Stromamplitude und zur Verkürzung der Stromhalbwelle. Die Stromsteilheit bei Stromnull am Ende der Halbwelle wird wenig gegenüber dem idealen Betrieb, bei dem nur $R_p = 0,2 \Omega$ im Kreis liegt, verändert. Wegen der zusätzlichen Gegenspannung im Längszweig erhöht sich die Spannung über dem Querzweig bzw. über der Querdioden D_q um die Lichtbogenspannung bis zum Ende der Stromhalbwelle. Danach sind die Spannung über dem Entladewiderstand R_E und der Strom durch den Querzweig geringer als im normalen Betrieb ohne Lichtbogen.

Aufgrund der veränderten Stromform sind auch die geflossene Ladung und die Spezifische Energie für den Längszweig verringert. Dies muss bei geforderten Prüfwerten berücksichtigt werden. Ein Ausgleich kann durch eine vergrößerte Ladespannung und in Grenzen durch einen reduzierten Längszweigwiderstand R_p vorgenommen werden.

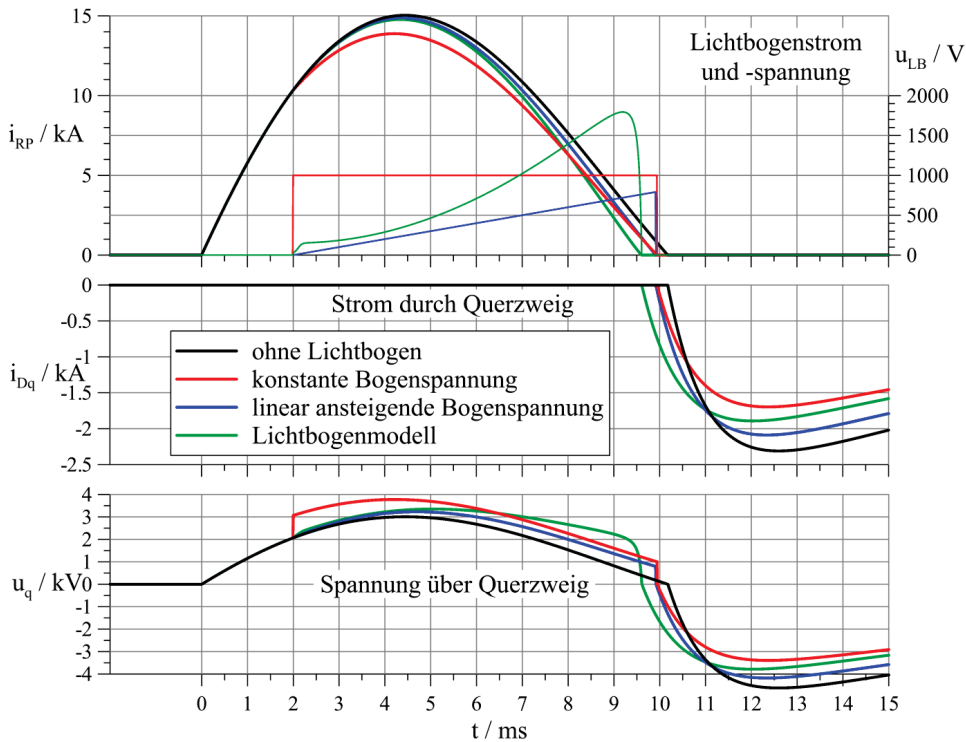


Abb. 7.38: Rückwirkung des Prüfobjektes bei nahezu eingprägtem Strom ("Kontakttrennung" und Lichtbogenentstehung bei 2 ms)

7.8.3.2 Verhalten eines CLR-Kreises mit Dioden bei Leerlauf und Kurzschluss

Leerlauf oder Kurzschluss am Ausgang des CLR-Kreises mit der Diodenschaltung stellen Grenzfälle der Belastung dar. Diese Grenzfälle können sich aus fehlerhaften Zuständen in Prüfobjekten oder im Prüfkreis selbst entwickeln und durch Fehler des Bedienpersonals entstehen. Bei den Grenzfällen treten die höchsten Beanspruchungen der Elemente des Prüfkreises, insbesondere der Hochspannungsdioden, auf. Die Kreiselemente sollten deshalb für den Leerlauf- und den Kurzschlussfall ausgelegt sein.

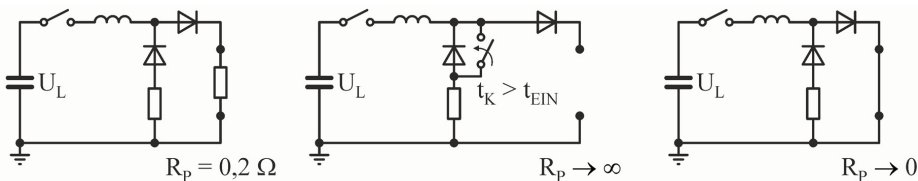


Abb. 7.39: Simulationsschaltungen für die Grenzfälle Leerlauf und Kurzschluss

Leerlauf bedeutet, dass im Längszweig mit der Längsdiode D_i ein Widerstand $R_p \rightarrow \infty$ vorhanden ist (Abb. 7.39). Beim Kurzschlussfall soll sich im Gegensatz zum idealen Kreis mit dem Dämpfungs- bzw. Prüfobjektwiderstand $R_p = 0,2 \Omega$ (siehe Abb. 7.34) im Längszweig kein Widerstand befinden $R_p \rightarrow 0$ (Abb. 7.39).

Im Leerlauffall wird die Stoßstromentladung der geladenen Kondensatoren verhindert und die Energie verbleibt nahezu vollständig im primären Energiespeicher. In diesem Fall ist es notwendig, den Entladeschalter über der Querdioden D_q mit einem Zeitverzug gegenüber dem Draufscharter des Kreises zu schließen, um den Kondensator über den Entladewiderstand R_E zu entladen (mittlere Schaltung in **Abb. 7.39**). Damit ergeben sich nach **Abb. 7.40** (blaue Verläufe, Erdungsschalter schließt bei 20 ms) völlig andere Strom- und Spannungsverhältnisse im CLR-Kreis. Die Diode D_q im Querzweig wird stark beansprucht, da nahezu die gesamte Kondensatorladespannung mit dem Schließen des Draufscharters über dieser auftritt und bis zum Schließen des Entladeschalters anstehen kann. Dann bricht die Spannung über der Querdioden zusammen und der Entladestrom steigt stark an, innerhalb von einigen 10 ms werden die Kondensatoren aperiodisch entladen.

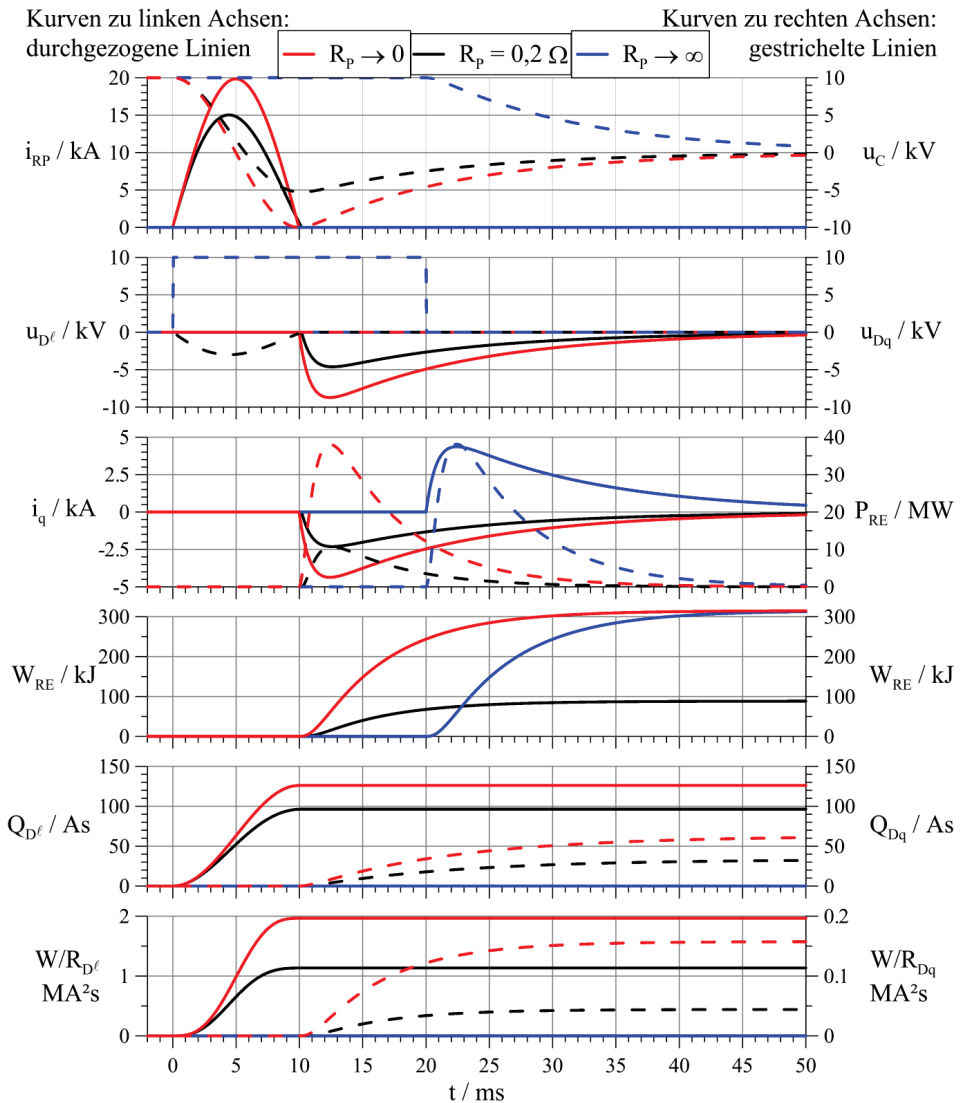


Abb. 7.40: Zeitverhalten bei den Grenzfällen Leerlauf und Kurzschluss

Nahezu die gesamte Energie der Kondensatoren muss im Entladewiderstand R_E umgesetzt werden. Die Stromamplitude im Querzweig ist größer als bei der normalen Betriebsweise, wo vorher schon die Entladung über den Längszweig statt gefunden hat. Damit treten auch eine große Spitzenleistung P_{RE} , eine große Ladungsmenge und eine große Spezifische Energie im Entladewiderstand auf. Für die Querdioden sind die Ladung Q_{Dq} und die Spezifische Energie W/R_{Dq} Null (untere 2 Diagramme in **Abb. 7.40**), da die Diode durch den Entladeschalter kurz geschlossen wird. Die Beanspruchung der Kreiskapazität ist im Leerlauffall geringer als bei normalem Betrieb, da es aufgrund der rein aperiodischen Entladung nicht zur Polaritätsumkehr der Spannung u_C an der Kapazität kommt.

Im Kurzschlussfall, wenn nahezu keine Impedanz im Längszweig vorliegt, ergeben sich die roten Zeitverläufe in **Abb. 7.40**. Nach dem Schließen des Kreises mit dem Draufscharter wird der gesamte Kreiswiderstand im Wesentlichen nur aus dem Wicklungswiderstand der Spule gebildet. Damit treten eine deutlich höhere Impulsstromamplitude und auch eine höhere Durchschwingungsspannung an den Kondensatoren auf. Ganz besonders kritisch ist das Durchschwingen der Kondensatorspannung auf fast die negative Ladespannung, was zur Beschädigung der Kondensatoren führen kann. Durch den geringen Widerstand im Längszweig sind Ladung und Spezifische Energie der Längsdiode D_l deutlich gegenüber dem normalen Betriebsfall erhöht. Zudem ist die Spannung u_{Dl} über der Längsdiode D_l nach der Kommutierung des Stromes auf den Querzweig viel größer als im normalen Betrieb. Ähnlich hoch wie im Leerlauffall und damit ebenfalls größer als im normalen Betrieb sind der Entladestrom i_q durch den Querzweig, die Leistung P_{RE} im Entladewiderstand, die Ladung Q_{Dq} sowie die Spezifische Energie W/R_{Dq} für die Querdioden und den Entladewiderstand. Das Bedienpersonal einer Anlage zur Erzeugung von Sinushalbwellenströmen muss also darauf achten, dass der Stoßkreis immer geschlossen ist und gleichzeitig ein Mindestdämpfungswiderstand im Kreis vorliegt. Außerdem ist eine Auswahl der Stoßkreiselemente zur Beherrschung der Fälle Leerlauf und Kurzschluss zu treffen. Zusätzlich sind Schutzsysteme anzuwenden, die mit dem Generatorkreis und dem Sicherheitssystem der gesamten Anlage in enger Verbindung stehen. Über eine Ablaufsteuerung unter Berücksichtigung von Verriegelungsbedingungen kann eine solche Generatoranlage mit einem hohen Maß an Sicherheit betrieben werden. Die gegenseitige Verriegelung von Schaltgeräten, Ladegerät und mechanischen Schutzanordnungen kann z.B. eine speicherprogrammierbare Steuerung mit übernehmen.

7.8.3.3 Vor- und Nachteile eines CLR-Kreises mit Dioden

Im Folgenden werden die Vor- und Nachteile der Erzeugung von Sinushalbwellenströmen mit schwach bedämpften CLR-Kreisen und der Dioden-Kommutierungsschaltung angegeben.

Die Vorteile von CL-Schwingkreisen mit Dioden für Sinushalbwellenströme sind:

- Stetige Stromimpulse mit nahezu Sinusform können realisiert werden.
- Der Impulsstrom ist wegen der hohen Ladespannung nahezu als eingepreßt zu betrachten.
- Der Stromscheitelwert ist über die Ladespannung genau einstellbar.
- Durch die Verwendung von Hochspannungs-Dioden ergibt sich wenig Steuerungsaufwand.
- Die Variation der Frequenz bzw. der Halbwellendauer ist über die verwendete Anzahl Kondensatoren und über Luftspule mit Anzapfungen möglich.

Die Nachteile von CL-Schwingkreisen mit Dioden für Sinushalbwellenströme sind:

- Der Stromschiebel tritt etwas vor $T/4$ auf, die Stromsteilheit bei Strombeginn ist größer und bei SND kleiner als beim ideal netzfrequenten Sinusstrom.
- Mehrere mechanische Schaltgeräte sind insbesondere wegen Sicherheitsmaßnahmen erforderlich.
- Der Prüfkreis und das Prüfobjekt müssen niederohmig sein.
- Eine große Stoßkapazität und eine große Stoßkreisinduktivität sind insbesondere für netzfrequente Ströme (50 Hz) notwendig.
- Ein Entladewiderstand mit großem Energieaufnahmevermögen wird benötigt.

7.8.4 Schwingkreis mit induktiver Energiespeicherung für die Erzeugung eines Sinushalbwellenstromes

Eine weitere Variante zur Erzeugung einer Sinushalbwellenstrom soll anhand der aufwändigen Schaltung von **Abb. 7.41** besprochen werden [90]. Diese Schaltung mit induktiver Energiespeicherung ist deshalb aufwändig und praktisch schwerer umzusetzen, weil ein spezielles kostenintensives Ausschaltgerät S mit schneller Wiederverfestigung notwendig ist. Wenn ein solcher Ausschalter verfügbar ist, dann erweist sich diese Schaltung als sehr energieeffizient und die treibende Spannung im Kreis kann relativ klein sein.

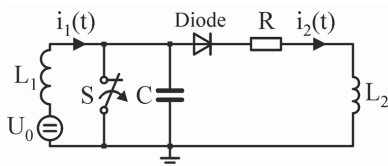


Abb. 7.41: Schaltung mit induktiver Speicherung

Durch eine Gleichspannungsquelle U_0 wird bei geschlossenem Schalter S ein Gleichstrom $i_1(t)$ durch die Induktivität L_1 getrieben. Dies erfolgt einige ms vor der Erzeugung des Stromimpulses $i_2(t)$ im Kreis mit C und L_2 . Durch die Diode wird im Stoßkreis zunächst ein Stromfluss verhindert, der durch einen geringen Spannungsabfall über dem geschlossenen Schalter S auftreten würde. Dazu muss die Durchlassspannung der Diode größer als dieser Spannungsabfall sein.

Der Ladestrom $I_1 = i_1(t)$ der Speicherinduktivität L_1 kann abhängig vom Induktivitätsverhältnis L_1/L_2 kleiner als der Impulsstromschiebelwert \hat{I}_2 sein:

$$I_1 = \left(1 + \frac{L_2}{L_1} \right) \cdot \frac{\hat{I}_2}{2} \quad (7.76)$$

Bei $L_1 = L_2$ wird $I_1 = \hat{I}_2$, bei $L_1 \gg L_2$ wird $I_1 = \hat{I}_2/2$ und z.B. bei $L_1 = 4 \cdot L_2$ wird $I_1 = 0,625 \cdot \hat{I}_2$. Ist der Ladestrom auf den gewünschten Wert I_1 angestiegen, dann wird der Schalter S (bei $t = 0$) geöffnet und der Strom $i_2(t)$ beginnt zu fließen. Während des Impulses bricht der Strom $i_1(t)$ im Ladekreis ein. Bei wiederum sehr kleinem Widerstand R gilt für den Impulsstrom:

$$i_2(t) = I_1 \cdot \frac{1 - \cos(\omega t)}{\omega^2 \cdot C \cdot L_2} \quad (7.77)$$

Der Strom durch die Speicherinduktivität ist dann:

$$i_1(t) = I_1 \cdot \left(1 - \frac{1 - \cos(\omega t)}{\omega^2 \cdot C \cdot L_1} \right) \quad (7.78)$$

Die Spannung über dem Schalter S und über der parallelen Kapazität C folgt dem Zeitverlauf:

$$u_s(t) = I_1 \cdot \frac{\sin(\omega t)}{\omega \cdot C} \quad (7.79)$$

Für beide Ströme i_1 und i_2 sowie die Schalterspannung u_s gilt die Kreisfrequenz:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{C} \cdot \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)} \quad (7.80)$$

Am Ende des gewünschten Impulses wird der Schalter S wieder geschlossen und der Strom durch die Speicherinduktivität erreicht in kurzer Zeit wieder den Wert I_1 . Dabei ist die Impulsform des Stromes $i_2(t)$ keine exakte Sinushalbwellen. Am Anfang und am Ende der Stromwelle tritt der Stromanstieg Null auf, da der Strom nach Gleichung (7.77) eine um den Offset $\hat{I}_1/(\omega^2 \cdot C \cdot L_2)$ verlagerte Sinusschwingung darstellt.

Ein Beispiel dazu soll folgende Kennwerte haben:

$$\begin{aligned} \hat{I}_2 &= 100 \text{ kA} \quad , \quad I_1 = 60 \text{ kA} \quad , \quad I_1/\hat{I}_2 = 0,6 \quad \rightarrow \quad L_1/L_2 = 5 \\ L_2 &= 0,64 \text{ } \mu\text{H} \quad (\text{Lastinduktivität muss vorgegeben werden!}) \\ T &= 2\pi/\omega = 30 \text{ } \mu\text{s} \quad (\text{Breite der verlagerten Periode}) \quad \rightarrow \quad \omega = 209439 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Damit ergeben sich die Kreiselemente:

$$L_1 = \frac{L_2}{2 \cdot \frac{I_1}{\hat{I}_2} - 1} = 3,19 \text{ } \mu\text{H} \quad , \quad C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L_2} \cdot 2 \cdot \frac{I_1}{\hat{I}_2} = 42,95 \text{ } \mu\text{F} \quad (7.81)$$

Das Aufladen der Induktivität L_1 erfolgt durch eine Gleichspannungsquelle mit:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{I_1}{t_1} = \frac{U_0}{L_1} = \text{konst} \quad (7.82)$$

Bei gewünschter Ladezeit t_1 , festgelegtem Ladeendstrom I_1 und bestimmter Speicherinduktivität L_1 berechnet sich die notwendige Ladegleichspannung über:

$$U_0 = L_1 \cdot \frac{I_1}{t_1} \quad (7.83)$$

Es wird angenommen, dass die Gleichspannungsquelle während der Impulsdauer keinen großen zusätzlichen Stromanteil liefert. Die Zeitverläufe für die verwendeten Werte zeigt **Abb. 7.42** und es ergibt sich eine kleine Spannung, die gleichzeitig über dem geöffneten Schalter S und über der Kapazität C erscheint.

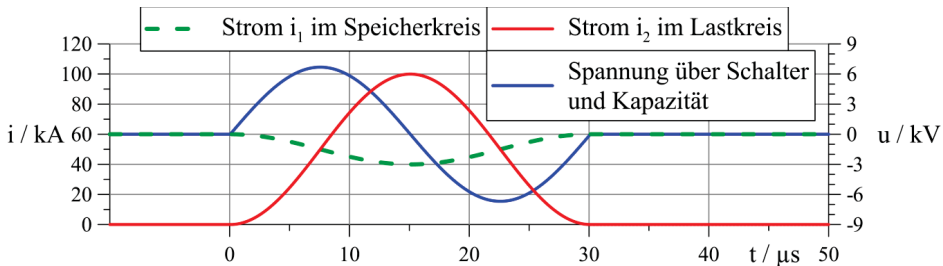


Abb. 7.42: Zeitverläufe zur Schaltung mit induktiver Speicherung

Kennzeichnend für diese Schaltung ist, dass der Stoßstrom mit seiner großen Amplitude \hat{I}_2 nur durch R und L_2 fließt, im parallelen Teil der Schaltung tritt nur $I_1 < \hat{I}_2$ auf. Ein vorteilhafter Aufbau der Schaltung von **Abb. 7.41** ergibt geringe Energieverluste und damit wird keine leistungsstarke Gleichspannungsquelle erforderlich.

7.8.5 Crowbar-Kreis für die Erzeugung eines Sinushalbwellenstromes

Zur Erzeugung einer Sinushalbwelle muss ein CLR-Crowbar-Kreis nach **Abb. 7.43** mit kleinem Wirkwiderstand R bis zum ersten Stromnulldurchgang im periodischen Fall betrieben werden. Im Stromnulldurchgang, wenn die Stoßkapazität C auf den negativen Wert der Ladespannung U_L umgeladen ist, schließt der Crowbar-Schalter (Crowbar-Funkenstrecke) die Stoßkapazität kurz [89]. Damit bleibt von diesem Zeitpunkt an der Strom im Kreis mit dem Prüfobjekt Null. Da die Stoßkapazität fast auf die ursprüngliche Ladespannung umgeladen ist, muss im Crowbar-Querzweig fast die gesamte ursprünglich in der Stoßkapazität gespeicherte Energie umgesetzt werden. Trotzdem sollte der (parasitäre) Wirkwiderstand im Crowbar-Zweig klein sein, damit der Strom durch das Prüfobjekt nach dem Schließen des Crowbar-Schalters nahezu Null bleibt. Durch einen separat in Reihe zur Stoßkapazität zu schaltenden Entladewiderstand R_E mit entsprechendem Energieaufnahmevermögen kann die Stoßkapazität entladen werden (überbrückter Entladewiderstand bei t_E durch Öffner freigeben **Abb. 7.43**).

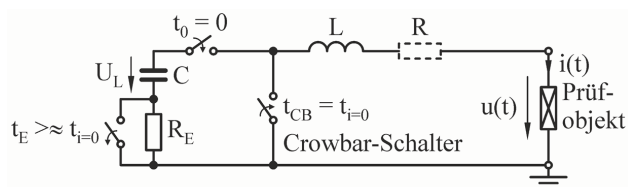


Abb. 7.43: Crowbar-Schaltung zur Erzeugung eines Sinushalbwellenstromes

Um die mehrfache Beanspruchung des Stoßkondensators bzw. der Kondensatorbatterie durch Polaritätswechsel der Spannung zu vermeiden, muss dieser Entladewiderstand im Zusammenwirken mit den gesamten parasitären Induktivitäten L_{par} im Kapazitäts- und Crowbar-Zweig so gewählt werden, dass ein aperiodischer Entladestrom auftritt $R_E^2 > 4 \cdot L_{\text{par}}/C$.

Der Zeitverlauf des Stromes $i(t)$ kann mit folgender Beziehung beschrieben werden:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega t) \approx \hat{I} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{für } 0 \leq t \leq t_{i=0} \approx \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$$

$$i(t) = 0 \quad \text{für } t \geq t_{i=0} \approx \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$$
(7.84)

Der Scheitelwert des Stromes ist:

$$\hat{I} \approx \frac{U_L}{\omega \cdot L} \quad \text{bei } t_i \approx \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2 \cdot \omega}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2} \approx \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}, \quad \tau = \frac{2 \cdot L}{R} \rightarrow \infty, \quad \eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} \approx 1$$
(7.85)

Das mit $R \approx 0$ die Zeitkonstante τ sehr groß wird, bedeutet, dass im Entladekreis nahezu keine Dämpfung vorhanden ist. Die während der Halbwelle geflossene Ladung berechnet sich zu:

$$Q \approx \int_{t=0}^{t=\pi/\omega} i(t) dt = \frac{2}{\omega} \cdot \hat{I} = 2 \cdot U_L \cdot C = \frac{2}{\omega} \cdot \frac{U_L}{\omega \cdot L}$$
(7.86)

Die Spezifische Energie des Halbwellenstromes ist:

$$W/R \approx \int_{t=0}^{t=\pi/\omega} i^2(t) dt = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \cdot \hat{I}^2 = \frac{\pi}{2} \cdot \omega \cdot (U_L \cdot C)^2 = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \cdot \left(\frac{U_L}{\omega \cdot L}\right)^2$$
(7.87)

Die Ausgangsenergie, die zunächst in der Stoßkapazität C gespeichert ist, in die Induktivität L übertragen wird und wieder in die Stoßkapazität zurückgeht, beträgt:

$$W_{el} = \frac{C}{2} \cdot U_L^2 = \frac{\hat{I} \cdot U_L}{2 \cdot \omega} = \frac{1}{2} \cdot \hat{I} \cdot U_L \cdot \sqrt{L \cdot C} = \frac{L}{2} \cdot \hat{I}^2 = W_{magn}$$
(7.88)

Näherungsweise bestimmen sich die Elemente der Crowbar-Schaltung zur Erzeugung eines Halbwellenstromes mit geforderter Amplitude \hat{I} bei gegebener Ladespannung U_L und der Kreisfrequenz ω über:

$$C \approx \frac{1}{\omega} \cdot \hat{I} / U_L, \quad L \approx \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{\hat{I} / U_L} \quad \text{bei } R \approx 0$$
(7.89)

Eine Beispielrechnung für die Crowbar-Schaltung wird mit folgenden Werten angestellt:

Netzfrequente Stromhalbwelle:	$f = 50 \text{ Hz}, \quad \omega = 2\pi \cdot f \approx 314 \text{ Hz}, \quad T = 1/f = 20 \text{ ms}$
Stromscheitelwert:	$\hat{I} = 10 \text{ kA}$
Ladespannung:	$U_L = 10 \text{ kV}$

Entladewiderstand:	$R_E = 10 \, \Omega$
Zuschalten/Strombeginn:	$t = t_0 = 0$
Schließen des Crowbar-Schalters:	$t = t_{i=0} = T/2 = 10 \, \text{ms}$
Öffnen des Entladeschalters:	$t = t_E = t_{i=0} + 1 \, \text{ms} = 11 \, \text{ms}$

Ergebniswerte der Berechnung sind:

$$\begin{aligned} \hat{I}/U_L &= 1 \, \text{kA/kV} \quad , \quad C = 3,18 \, \text{mF} \quad , \quad L = 3,18 \, \text{mH} \\ Q &= 63,66 \, \text{As} \quad , \quad W/R = 500 \, \text{kA}^2\text{s} \quad , \quad W_{\text{el}} = 159,2 \, \text{kJ} = 44,21 \, \text{Wh} \end{aligned}$$

Die sich zu den Beispielwerten ergebenden Zeitverläufe von Strömen und Spannungen für die Schaltung in **Abb. 7.43** zeigt **Abb. 7.44**.

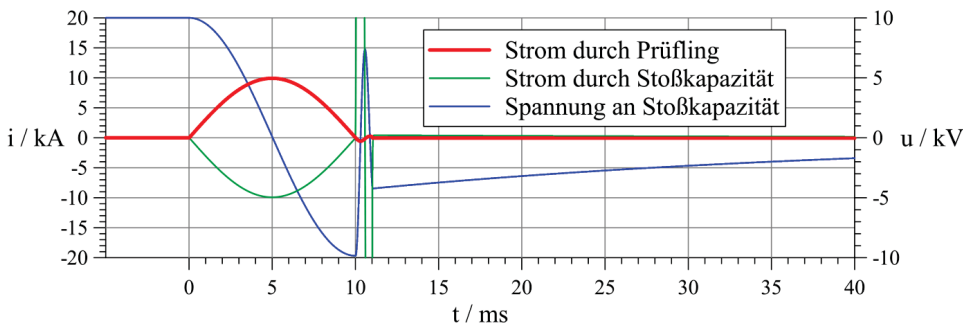


Abb. 7.44: Ströme in der Crowbar-Schaltung und Spannung an der Stoßkapazität

Für netzfrequente Stromverläufe (50 Hz) müssen demnach auch bei Anwendung der Crowbar-Schaltung sehr große Kondensatoranlagen aufgebaut werden, die außerdem noch recht große Induktivitäten enthalten. Damit ist ein nicht zu vernachlässigender Widerstand R im Kreis zu berücksichtigen, der sich aus den parasitären Wirkwiderständen von C und L ergibt.

Der Einsatz von vielen Kondensatoren und variablen Spulenarrangements im CLR-Kreis (mit Dioden) oder im Crowbar-Kreis erlaubt auch die Erzeugung von (Kurzschluss-)Strömen mit anderen technisch wichtigen Frequenzen wie 16,7 Hz, 60 Hz, 400 Hz bis über 1 kHz.

7.9 Literatur

- [79] Sandler, R.B.: Protection of Electronic Circuits from Overvoltages, Dover Publications, Inc., Mineola, New York, (2002), John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989, ISBN: 0-486-42552-5, pp. 87 – 89
- [80] Altgilbers, L.L.; Brown, M.D.J.; Grishnaev, I.; Novac, B.M.; Smith, I.R.; Tkach, I.; Tkach, Yu.: Magnetocumulative Generators, Springer-Verlag, New York / Berlin / Heidelberg, 2000, ISBN: 0-387-98786-X
- [81] Neuber, A.A. (Ed.): Explosively Driven Pulsed Power, Helical Magnetic Flux Compression Generators (Power Systems), 1. Auflage, Springer-Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, Juli 2005, ISBN: 3-540-26051-X
- [82] Zischank, W.: Simulation of Fast Rate-of-Rise Lightning Currents using Exploding Wires, 5.01, 21st International Conference on Lightning Protection (ICLP), Conference Proceedings, Berlin, Germany, 21. – 25. September 1992, pp. 231 – 236
- [83] Kind, D.; Salge, J.; Schiweck, L.; Newi, G.: Explodierende Drähte zur Erzeugung von Megavolt-Impulsen in Hochspannungsprüfkreisen, Elektrotechnische Zeitschrift, Ausgabe A (ETZ-A), Vol. 92, No. 1, 1971, pp. 46 – 51

- [84] Moeller, J.: Kommutierung und Aufsteilung von Stoßströmen in Funkenstrecken erhöhter Schlagweite durch parallelen Zünddraht, *Elektrotechnische Zeitschrift, Ausgabe A (ETZ-A), Aus der Forschung*, Vol. 91, No. 6, 1970, pp. 361 – 363
 - [85] Pai, S.T.; Qi Zhang: *Introduction to High Power Pulse Technology*, Advanced Series in Electrical and Computer Engineering – Vol. 10, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore / New Jersey / London / Hong Kong, 1995 (Reprinted 2003), ISBN: 981-02-1714-5, pp. 32 – 44
 - [86] Smith, P.W.: *Transient Electronics, Pulsed Circuit Technology*, John Wiley & Sons, LTD, Chichester, England, 2002, ISBN: 0-471-97773-X, pp. 211 – 214
 - [87] Vitkovitsky, I.M.: *High power switching*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1987, ISBN: 0-442-29067-5, pp. 138 – 279
 - [88] Schoenbach, K.H.; Kristiansen, M.; Schaefer, G.: A review of opening switch technology for inductive energy storage, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 72, No. 8, August 1984, pp. 1019 – 1040
 - [89] Hasse, P.; Wiesinger, J.; Zischank, W.: *Handbuch für Blitzschutz und Erdung*, 5. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2006, ISBN: 3-7905-0931-0, S. 256 – 257
 - [90] Gräwer, G.: Investigation of the possibility to build a 400 kA pulse current generator to drive a magnetic horn, European Organization for Nuclear Research, CERN – PS DIVISION, CERN-NUFACT Note 038, Geneva, Switzerland, 19. July 2000
 - [91] Shiozaki, M.; Shiga, S.; Otsuki, K.; Shimojima, Y.: Experimental study for the application of zinc oxide type class I SPD, 28th International Conference on Lightning Protection (ICLP), VII-19, pp. 1155 – 1159, Kanazawa, Japan, 17. – 21. September 2006
 - [92] Conrad, T.; Funke, J.; Gerlach, M.; Goldbach, W.; Goodrich, R.; Kladar, D.; Koepfinger, J.; Maytum, M.; Martzloff, F.: Reality Check Initiative on the Equivalency of 8/20 versus 10/350 Waveforms for Testing Surge-Protective Devices, IEEE Power Engineering Society General Meeting, 18. – 22. June 2006, 8 pp.
-
- [N11] IEEE Std C62.45TM-2002 (Revision of IEEE Std C62.45-1992): IEEE Recommended Practice on Surge Testing for Equipment Connected to Low-Voltage (1000 V and Less) AC Power Circuits, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., IEEE Power Engineering Society, 11. April 2003
 - [N12] DIN 48810: Blitzanlage – Trennfunkstrecke – Anforderungen, Prüfungen, September 2001
 - [N13] DIN EN 50164-3 (VDE 0185-203): Blitzschutzbauteile – Teil 3: Anforderungen an Trennfunkstrecken, September 2009

8 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die mathematische Beschreibung und Analyse von elektrischen Schaltungen zur Erzeugung von impulsförmigen Strömen. Der Schwerpunkt liegt auf der Nachbildung von Blitzstromkomponenten, wie diese für die Untersuchung der Blitzwirkungen und der Überspannungs-Schutzeinrichtungen benötigt werden.

Die Wirkung der Blitzströme auf betroffene Objekte ist eindeutig durch den zeitlichen Ablauf und die Höhe der Stoß- und Langzeitströme bestimmt. Zur Vereinfachung werden in den Normen für die einzelnen Blitzstromkomponenten jeweils repräsentative Stromformen definiert. Der Maximalwert des Stromes \hat{I} wird für jede Stoßstromkomponente vorgegeben. Der Erstblitzstoßstrom ist durch die zusätzlichen Parameter Ladung Q und Spezifische Energie SE definiert. Für den Folgeblitzstoßstrom ist die zusätzliche Angabe der Stirnsteilheit di/dt sinnvoll. Der Blitzlangzeitstrom ist mit der Dauer T und der Ladung Q bereits eindeutig bestimmt. Die beiden Parameter Q und SE sind als integrale Beschreibungsgrößen für sich allein nur sehr bedingt für den Vergleich und die Wirkung der Blitzströme geeignet, da sie die physikalischen Prozesse nicht widerspiegeln. Die Umrechnungen der Kenngrößen der zeitlichen Stromverläufe in die integralen Beschreibungsgrößen der Normen und umgekehrt unter Einhaltung der Toleranzgrenzen werden dargestellt.

In der Arbeit werden Stoßstromkreise mit Kondensatoren als primärem Energiespeicherelement analysiert. Aperiodische Blitzstoßströme können mit gedämpften CLR-Reihenkreisen erzeugt werden, wobei Stromverläufe mit zwei exponentiellen Anteilen und der maximalen Steilheit beim Strombeginn auftreten. Die Dimensionierung der Generatoren für die geforderte Stromform anhand der Zeitparameter ($\tau_1, \tau_2; T_1/T_2$) mit gefordertem Stromscheitelwert \hat{I} und der für den technischen Aufbau vorgegebenen Ladespannung U_L erfolgt durch die Berechnung der Elemente C, L, R aus den Bestimmungsgleichungen. Mit der gleichen Vorgehensweise lassen sich CLR-Stoßkreise für gedämpft schwingende Stoßströme dimensionieren, nur dass andere Zeitparameter ($\omega, \tau; T_1/T_2$) zu verwenden sind.

Der Aufbau von Stoßkreisen mit realen Elementen führt zu parasitären Widerständen, Kapazitäten und Induktivitäten, die aber in der Regel nur geringe Abweichungen der realisierten Ströme gegenüber den erwarteten Stromimpulsen bewirken. Wesentlich größere Abweichungen in den Stromformen sind bei Variationen in den Größen der Grundelemente (C, L, R) oder durch angeschlossene Prüfobjekte zu erwarten. Damit die wichtigen Impulsstromkenngrößen Scheitelwert, Stirn- und Rückenhalbwertszeit, Ladung und Spezifische Energie in normativ vorgegebenen Toleranzgrenzen bleiben, dürfen die Werte der Elemente C, L, R und U_L bestimmte Grenzen der Abweichung von den theoretischen Werten nicht überschreiten. Dazu sind in dieser Arbeit Gleichungen, Diagramme und Tabellen angegeben sowie grundsätzliche Betrachtungen zu den Einflüssen dargestellt.

Der Aufbau von Generatoren zur Erzeugung von Folgeblitzstoßströmen ($0,25/100 \mu s$) mit sehr steilen Stromanstiegen erweist sich als schwierig, da insbesondere sehr kleine Kreisinduktivitäten erreicht werden müssen. Im Generatöraufbau überwiegen dann vorhandene parasitäre Eigeninduktivitäten, die nicht beliebig klein gemacht werden können. Mit einer deutlichen Erhöhung der Ladespannung, die direkt proportional eine größere Kreisinduktivität bedingt, kann eine Verbesserung erzielt werden.

Die Realisierung von Blitzlangzeitströmen wurde am Beispiel von Kettenleitern und von stark bedämpften CLR-Kreisen mit großen Kondensatorbänken betrachtet.

In CR-Kreisen (L ist zu vernachlässigen) mit über die Stromflussdauer abnehmendem Dämpfungswiderstand können Ströme erzeugt werden, die der Rechteckform nahe kommen. Ein Langzeitstrom kann theoretisch auch mit einem Crowbar-Kreis erzeugt werden. Damit über eine entsprechende Zeitdauer ein konstanter Strom fließt, muss dazu nach dem Schließen des Crowbar-Schalters die Kreisinduktivität linear abnehmen. Beide Schaltungen erfordern aber einen hohen technischen Aufwand.

Speziell ausgelegte und erweiterte Generatorschaltungen mit den Grundelementen C , L und R sind geeignet, andere Stromformen, wie unipolare Stoßströme der Form $8/20\ \mu\text{s}$ oder Sinushalbwellenströme ($10\ \text{ms}/50\ \text{Hz}$) zu liefern. Es wird untersucht, wie ein Generator als Kombinationsstoßkreis mit geringem Umgestaltungsaufwand aufgebaut werden kann, um die zwei häufig benötigten, aber deutlich unterschiedlichen Impulsstromformen $10/350\ \mu\text{s}$ und $8/20\ \mu\text{s}$ zu erzeugen. Die Anwendung einer Crowbar-Schaltung stellt hierfür eine brauchbare Lösung dar. Dabei wird der Crowbar-Schalter nur für die Erzeugung des aperiodischen $10/350\text{-}\mu\text{s}$ -Impulsstromes und nicht für den schwingenden $8/20\text{-}\mu\text{s}$ -Impulsstrom eingeschaltet. Bei geeigneter Dimensionierung sind für den Übergang von einer auf die andere Stromform nur wenige (Widerstands-)Elemente anzupassen, und im $8/20\text{-}\mu\text{s}$ -Strom-Betrieb liegt sogar Hybridverhalten vor.

Der Crowbar-Stoßkreis zur Erzeugung aperiodischer Stoßströme mit langem Rücken wird wie ein schwach gedämpfter CLR-Kreis für schwingende Impulsströme dimensioniert. Gedämpfte CLR-Reihenkreise und Crowbar-Stoßkreise zeigen in Abhängigkeit vom Charakter der Prüfobjekte unterschiedliche Rückwirkungen im Strom. Bei linear angenommenen Prüfobjekten kann der Einfluss auf die Stromverläufe zumeist analytisch dargestellt werden, wobei lineare Elemente durch ihre Impedanz oder als Gegenspannung abgebildet werden. Beinhalten die Prüfobjekte Lichtbogensvorgänge in Funkenstrecken oder stark nichtlineare Varistorelemente, dann sind diese Objekte geeignet zu modellieren, und anhand numerischer Simulationen kann die Beeinflussung der Stromverläufe erfasst werden.

Ein umfangreicher Vergleich ergibt, dass ohmsche Prüfobjekte beim CLR-Kreis den Scheitelwert reduzieren und den Rücken des Stromes deutlich verlängern, beim Crowbar-Kreis reduzieren sich die integralen Größen Q sowie SE stark und der ohmsche Lastwiderstand muss insgesamt sehr klein sein. Eine Lastinduktivität verringert beim Crowbar-Kreis wesentlich stärker den Scheitelwert und vergrößert die Impulsdauer, wohingegen beim CLR-Kreis fast nur die Stirn des Stoßstromes abgeflacht wird. Beim CLR-Kreis verringern sich \hat{I} , Q und SE mit einer Gegenspannung als Last, beim Crowbar-Kreis ist die Reduzierung der Impulsdauer sowie von Q und SE noch viel ausgeprägter. Durch einen Lichtbogen oder einen Varistor wird der Impulsstrom beim Crowbar-Kreis wesentlich stärker verkürzt als beim CLR-Kreis. Der Strom fällt im Impulsrücken beim Crowbar-Kreis fast linear ab, beim CLR-Kreis bleibt das exponentielle Abklingen nahezu erhalten. Am beanspruchten Varistor liegt deshalb beim CLR-Kreis über eine lange Zeitdauer eine relativ große Spannung an und es fließt lange ein Reststrom, so dass ein großer Energieeintrag in den Varistor stattfindet. Beim Crowbar-Kreis fällt der Strom durch den Varistor nach dem Crowbar-Zeitpunkt schnell auf Null ab, der Energieeintrag in den Varistor ist auf die kurze Stromflussdauer begrenzt und damit deutlich geringer.

Aus der analytischen Beschreibung der Grundformen von Stoßstromgeneratoren können damit nicht nur Kennwerte für ihre Dimensionierung abgeleitet werden, sondern es kann auch ihr Verhalten bei unterschiedlichen Prüfobjekten angegeben werden. Als Ausgangspunkt dienen dabei die häufig gebrauchten Stromformen, die beim Laboreinsatz der Generatoren für reproduzierbare Untersuchungen benötigt und für Prüfw Zwecke erzeugt werden.

Anhänge

A1 Ausgewählte Funktionen zur Beschreibung aperiodischer Impulsströme

A1.1 Begriffe Stromimpuls und Impulsstrom

Eine Beschreibung des Begriffes "Impuls" als Zeitverlauf gibt es in der Impulstechnik oder in der gesamten Elektrotechnik etwas allgemeiner. Dort versteht man unter einem Impuls einen einzelnen zeitlich begrenzten stoßartigen Strom-, Spannungs- oder Leistungsverlauf. Entsprechend dem Zeitverlauf klassifiziert und benannt werden Impulse grob nach ihrer mathematischen Grundform, z.B. als Rechteckimpuls, Dreieckimpuls, Sinusimpuls, Nadelimpuls, Impuls aus zwei exponentiellen Funktionen u.s.w. Die ideale Form eines Impulses wird bei der Erzeugung, Übertragung und insbesondere bei der Anwendung verändert. Die Steilheit der ansteigenden und abfallenden Flanken kann sich ebenso verändern wie der Scheitel- oder Dachwert. Im Impulsverlauf können auch unerwünschte Schwingungsvorgänge auftreten (Überschwingen, Einschwingen, Welligkeit).

Oftmals im Sprachgebrauch, in der Literatur und ebenso in dieser Arbeit wird gleichwertig zum Wort "Impuls" auch das Wort "Stoß" gebraucht. Für die Begriffe "Stromimpuls" und "Impulsstrom" liegt keine unterschiedliche Bedeutung vor, sie werden gleichsam verwendet.

A1.2 Anforderungen an analytische Funktionen für aperiodische Impulsströme

Aperiodische Stromimpulse können durch eine Vielzahl verschiedener mathematischer Funktionen mit unterschiedlich starkem Bezug zu natürlichen oder zu künstlich erzeugten Blitzstoßströmen repräsentiert werden. Die mathematische Beschreibung beruht dabei in der Regel auf Funktionen mit drei unabhängigen Parametern (\hat{I} , τ_1 , τ_2 ; η wird aus der Funktion abgeleitet und aus τ_1 und τ_2 berechnet), mit denen der zeitliche Charakter des Impulses mit schnellem Anstieg und langsamem Abfall angepasst wird. Die verschiedenen Funktionen unterscheiden sich bei entsprechender Anpassung nur wenig im zeitlichen Verlauf, wohl aber im Verhalten an bestimmten Stellen, wie Strombeginn und Zeitpunkt größter Steilheit in der Impulsstirn.

Im Folgenden werden eine unstetige und zwei stetige analytische Funktionen betrachtet, mit denen in einfacher Weise aperiodische Impulsströme beschrieben werden können. Stetig bedeutet, dass diese Funktionen "ohne Schaltvorgänge" im Zeitverlauf, außer beim Strombeginn ($t = 0$), auskommen. Untersucht werden die Dreieck-Geraden-Funktion, die Funktion mit zwei exponentiellen Anteilen und die Funktion von HEIDLER [99]. Zur stark vereinfachten Beschreibung von impulsförmigen Zeitverläufen und zum Vergleich wird eine Funktion aus zwei Geradenabschnitten vorgestellt. Die mathematisch am einfachsten zu handhabende stetige Darstellung erfolgt mit zwei Exponentialfunktionen. Der Nachteil dieser Funktionen besteht darin, dass alle Ableitungen am Strombeginn nicht verschwinden und deshalb die größte Steilheit auch an dieser Stelle auftritt. Der Vorteil der einfachen Differenzier- und Integrierbarkeit der Funktionen selbst sowie ihres Quadrates wird noch durch den Bezug zur Erzeugung von Impulsströmen mit Stoßkreis-Schaltungen ergänzt. Die Ausgangsgröße von vielen Stoßkreis-Schaltungen lässt sich mit Hilfe von Differentialgleichungen beschreiben, deren Lösung auf eine Addition exponentieller Funktionen hinausläuft. Außerdem ist die verallgemeinerte exponentielle Funktion (im Komplexen) auch zur Nachbildung schwingender Impulsverläufe verwendbar.

Das Problem der großen Anfangsteilheit beim Strombeginn lässt sich durch additives Hinzufügen einer weiteren Exponentialfunktion beseitigen, wobei die Anzahl der Parameter nicht unbedingt erhöht werden muss und die anderen Vorteile der Funktion aus zwei exponentiellen Anteilen weitestgehend erhalten bleiben (analog zu Betrachtungen in A2.2). Als stetige Zeitfunktion mit verschwindender Anfangsteilheit wird die HEIDLER-Funktion angegeben. Mit dieser Funktion lassen sich die natürlichen Blitzströme gut nachbilden. Die mathematische Handhabung, insbesondere die explizite analytische Behandlung, ist aber sehr aufwendig, oft müssen numerische Verfahren bei der Berechnung genutzt werden. Besonders die Ermittlung der integralen Impulskenngrößen Q und W/R ist für die HEIDLER-Funktion schwierig.

Außerdem sind in den Prüfnormen bzw. -vorschriften nicht die mathematischen Parameter der Stoßfunktionen, wie τ_1 , τ_2 , m , \hat{I}/η usw. festgelegt, sondern typischerweise die Stirn- und die Rückenhalbwertszeit $t_S = T_1$ und $t_R = T_2$ sowie der Scheitelwert \hat{I} . Die drei ausgewählten Funktionen können mit ihren Parametern so angepasst werden, dass die Vorgaben von Stirn- und Rückenhalbwertszeit sowie für den Scheitelwert zutreffen. Die entsprechenden mathematischen Parameter und weitere Kenngrößen werden jeweils für den positiven Erstblitzstoßstrom sowie den negativen Folgeblitzstoßstrom für den Gefährdungspegel I angegeben.

Die Zeit kann vom eigentlichen Nullpunkt (actual zero) oder vom virtuellen Nullpunkt (virtual zero), das heißt vom Schnittpunkt einer Stirngeraden durch zwei Punkte auf dem Anstieg der Funktion mit der Zeitachse, gezählt werden. Diese zwei Punkte liegen in der Regel bei 10 % und 90 % des Scheitelwertes. Die Zeit vom virtuellen Nullpunkt bis zum Schnittpunkt der verlängerten Stirngeraden beim Scheitelwert ist die Stirnzeit (virtual front time). Die Zeit vom virtuellen Nullpunkt bis zum Auftreten des halben Scheitelwertes im abfallenden Rücken der Funktion ist die Rückenhalbwertszeit (virtual time to half-value) (Abb. A1.1). Manchmal wird auch die Impulsbreite beim halben Scheitelwert (full width at half maximum t_{FWHM}) angegeben. Dies ist der Betrag der Zeitdifferenz vom Auftreten des halben Scheitelwertes in der Impulsstirn bis zum Auftreten des halben Scheitelwertes im abfallenden Rücken.

Andere Definitionen der Stoßform nutzen statt der Stirnzeit $t_S = T_1$ die Anstiegszeit t_a als Zeitdifferenz zwischen 10 % und 90 % des Scheitelwertes, das sind 80 % der Stirnzeit [94], [95].

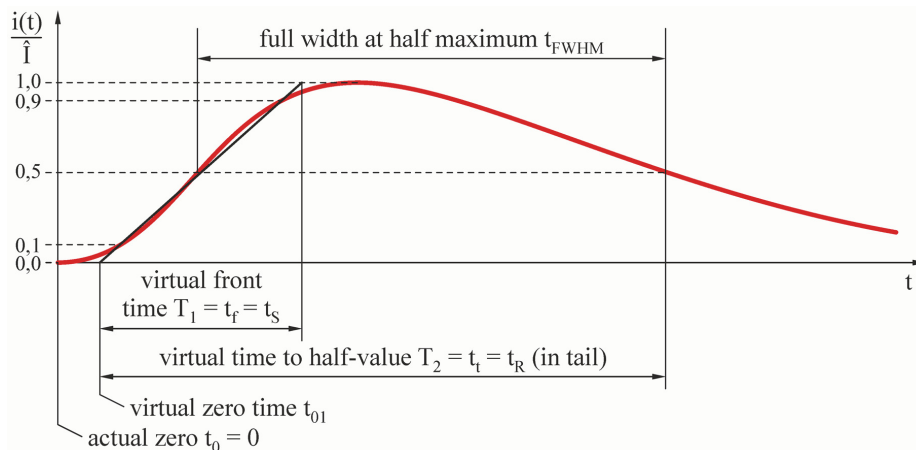


Abb. A1.1: Internationale Definitionen von Zeitkenngrößen bei Impulsstromfunktionen

Einige wesentliche Anforderungen an aperiodische Impulsstromfunktionen sind:

- Funktionswerte $i(t) \geq 0$ definiert für $t \geq 0$
- Stromwert bei Impulsbeginn $i(t=0) = 0$
- Stromwert im Unendlichen $i(t \rightarrow \infty) = 0$
- Zeitverlauf soll nur ein einzelnes Strommaximum (nahe bei $t = 0$) besitzen
- Funktion $i(t)$ sollte mehrfach analytisch differenzierbar sein (auch abschnittsweise)
- Funktion $i(t)$ sollte analytisch oder mindestens numerisch integrierbar sein (auch abschnittsweise)
- zeitliches Quadrat der Funktion $i^2(t)$ sollte analytisch oder mindestens numerisch integrierbar sein (auch abschnittsweise)
- maximale Steilheit $(di/dt)_{\max}$ soll in Impulsstirn auftreten (bei $t \geq 0$)
- Zeitverlauf mit endlichen Integralen $\int_{t=0}^{t \rightarrow \infty} i(t) dt$ und $\int_{t=0}^{t \rightarrow \infty} i^2(t) dt$
- Funktion sollte möglichst nur durch \hat{I} und wenige (Zeit-)Parameter, nur 2 oder 3 Parameter, ausreichend beschrieben sein
- in der Impulsstirn sollte für $t > 0$ nur höchstens ein Wendepunkt auftreten

Diese Anforderungen werden von den folgend aufgeführten Impulsfunktionen erfüllt.

A1.3 Dreieck-Geraden-Funktion

- unstetige Vergleichsfunktion aus zwei Geradenabschnitten; bildet Impulsstirn und Impulsrücken mit je einer Geraden nach; zwei lineare Funktionen notwendig
- nur Angabe des Scheitelwertes \hat{I} und der Stirn- bzw. der Rückenhalbwertszeit $t_s = T_1$ bzw. $t_R = T_2$ notwendig ($t_R \gg t_s$, $\eta = 1$)
- Stirn beginnt bei $t = 0$; Anstiegssteilheit bei $t = 0$ nicht Null

Zeitverlauf:

$$i_1(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{t}{t_s} \quad \text{für } 0 \leq t \leq t_s \quad i = 0 \quad \text{für } t \leq 0$$

$$i_2(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(1 - \frac{t - t_s}{2 \cdot (t_R - t_s)} \right) \quad \text{für } t_s < t \leq 2 \cdot t_R - t_s \quad i = 0 \quad \text{für } t \geq 2 \cdot t_R - t_s$$

Laplace-Transformierte:

$$I(p) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{p^2} \cdot \left(\frac{1}{t_s} + \frac{1}{2 \cdot (t_R - t_s)} \cdot \left(e^{-p(2t_R - t_s)} + \left(1 - 2 \cdot \frac{t_R}{t_s} \right) \cdot e^{-pt_s} \right) \right)$$

Ausnutzungs- bzw. Amplitudenkorrekturfaktor:
 $\eta = 1$

Zeitpunkt des Scheitelwertes:
 $t_j = t_s$

1. Ableitung:

$$\frac{di_1(t)}{dt} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{t_s} \quad \text{für } 0 \leq t \leq t_s$$

$$\frac{di_2(t)}{dt} = -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{2 \cdot (t_R - t_s)} \quad \text{für } t_s < t \leq 2 \cdot t_R - t_s$$

n-te Ableitung:

$$\frac{d^n i_1(t)}{dt^n} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d^n i_2(t)}{dt^n} = 0 \quad \text{für } n > 1$$

maximale Steilheit:

$$\left(\frac{di_1}{dt} \right)_{\max} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{t_s}$$

Impulsladung von $t = 0$ bis $t = t_1 > 0$:

$$Q_1 = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{t_1^2}{2 \cdot t_s} \quad \text{für } 0 \leq t_1 \leq t_s$$

$$Q_1 = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{t_1^2}{2 \cdot t_s} + t_1 \cdot \left(1 - \frac{t_1}{4 \cdot (t_R - t_s)} \right) - t_s \cdot \left(1 - \frac{t_s + 2}{4 \cdot (t_R - t_s)} \right) \right) \quad \text{für } t_s < t_1 \leq 2 \cdot t_R - t_s$$

Gesamtimpulsladung bis $t_1 = 2 \cdot t_R - t_s$:

$$Q_{\text{Ges}}^* = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (t_R - t_s) \quad \text{von } t = t_s \text{ bis } t_1 = 2 \cdot t_R - t_s$$

$$Q_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(t_R - \frac{1}{2} \cdot t_s \right)$$

Stromquadratintegral von $t = 0$ bis $t = t_1 > 0$:

$$I^2 t_1 = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{t_1^3}{3 \cdot t_s^2} \quad \text{für } 0 \leq t_1 \leq t_s$$

$$I^2 t_1(t_s) = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{t_s}{3} \quad \text{für } t_1 = t_s$$

$$I^2 t_1 = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \left[\begin{aligned} & \frac{t_1^3}{3 \cdot t_s^2} + \\ & t_1 \cdot \left(t_1 \cdot \left(\frac{t_1 - 3 \cdot (2 \cdot t_R - t_s)}{12 \cdot (t_R - t_s)^2} \right) + \left(1 + \frac{t_s}{2 \cdot (t_R - t_s)} \right)^2 \right) - \\ & t_s \cdot \left(t_s \cdot \left(\frac{t_s - 3 \cdot (2 \cdot t_R - t_s)}{12 \cdot (t_R - t_s)^2} \right) + \left(1 + \frac{t_s}{2 \cdot (t_R - t_s)} \right)^2 \right) \end{aligned} \right] \quad \text{für } t_s < t_1 \leq 2 \cdot t_R - t_s$$

Gesamtstromquadratintegral bis $t_1 = 2 \cdot t_R - t_s$:

$$I^2 t_{\text{Ges}}^* = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{2}{3} \cdot (t_R - t_s) \quad \text{von } t = t_s \text{ bis } t_1 = 2 \cdot t_R - t_s$$

$$I^2 t_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot t_R - t_s)$$

1. Ableitung bei $t = 0$:

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{t_s} \neq 0$$

n-te Ableitung bei $t = 0$:

$$\left. \frac{d^n i_1}{dt^n} \right|_{t=0} = 0 \quad \text{für } n > 1$$

maximale Steilheit bei:

$$0 \leq t \leq t_s \\ \text{(gleich für gesamte Stirn)}$$

Werte für Impulsform 10/350 μs und $\hat{I} = 200 \text{ kA}$:
(positiver Erstblitzstoßstrom)

$$t_s = 10 \mu\text{s} \quad , \quad t_R = 350 \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} = 0 \mu\text{s} \quad , \quad \eta = 1 \quad , \quad t_i = 10 \mu\text{s}$$

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} = \left(\frac{di_1}{dt} \right)_{\max} = 20 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad \text{von } t = 0 \text{ bis } t = t_s$$

$$\left(\frac{di_2}{dt} \right)_{\text{Rücken}} \approx -0,294 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad \text{von } t = t_s \text{ bis } t = t_R$$

$$Q_1(t_s) = 1 \text{ As}$$

$$Q_{\text{Ges}}^* = 68 \text{ As}$$

$$Q_{\text{Ges}} = 69 \text{ As}$$

$$I^2 t_1(t_s) = 133 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$I^2 t_{\text{Ges}}^* = 9067 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$I^2 t_{\text{Ges}} = 9200 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$\text{Zeitdauer bis } i(t_1\%) = 1\% \cdot \hat{I}: \quad t_{1\%} = 683 \mu\text{s}$$

Werte für Impulsform 1/200 μs und $\hat{I} = 100 \text{ kA}$:
(negativer Erstblitzstoßstrom)

$$t_s = 1 \mu\text{s} \quad , \quad t_R = 200 \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} = 0 \mu\text{s} \quad , \quad \eta = 1 \quad , \quad t_i = 1 \mu\text{s}$$

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} = \left(\frac{di_1}{dt} \right)_{\max} = 100 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad \text{von } t = 0 \text{ bis } t = t_s$$

$$\left(\frac{di_2}{dt} \right)_{\text{Rücken}} \approx -0,251 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad \text{von } t = t_s \text{ bis } t = t_R$$

$$Q_1(t_s) = 0,05 \text{ As}$$

$$Q_{\text{Ges}}^* = 19,9 \text{ As}$$

$$Q_{\text{Ges}} = 19,95 \text{ As}$$

$$I^2 t_1(t_s) = 3,33 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$I^2 t_{\text{Ges}}^* = 1327 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$I^2 t_{\text{Ges}} = 1330 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$\text{Zeitdauer bis } i(t_1\%) = 1\% \cdot \hat{I}: \quad t_{1\%} = 395 \mu\text{s}$$

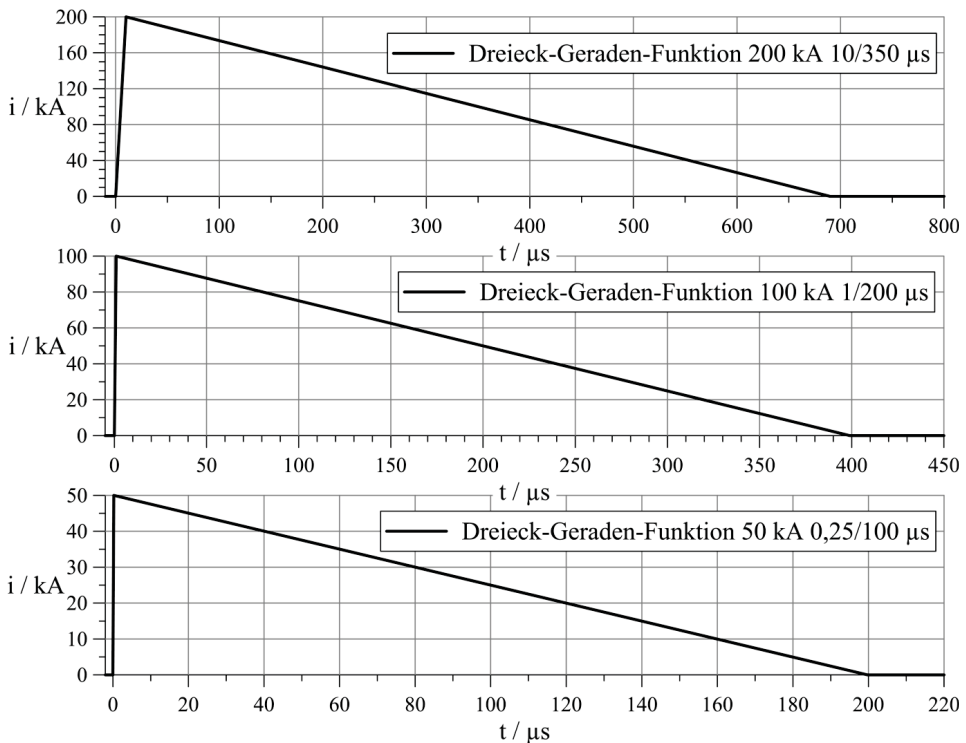


Abb. A1.2: Dreieck-Geraden-Funktion für Erstblitzstoßströme und Folgeblitzstoßstrom

Werte für Impulsform 0,25/100 μs und $\hat{I} = 50 \text{ kA}$:

(negativer Folgeblitzstoßstrom, in **Abb. A1.2** positiv dargestellt)

$$t_s = 0,25 \mu\text{s}, \quad t_R = 100 \mu\text{s}, \quad t_{01} = 0 \mu\text{s}, \quad \eta = 1, \quad t_i = 0,25 \mu\text{s}$$

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} = \left(\frac{di_1}{dt} \right)_{\max} = 200 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad \text{von } t = 0 \text{ bis } t = t_s$$

$$\left(\frac{di_2}{dt} \right)_{\text{Rücken}} \approx -0,251 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad \text{von } t = t_s \text{ bis } t = t_R$$

$$Q_1(t_s) = 0,00625 \text{ As}$$

$$Q_{\text{Ges}}^* = 4,988 \text{ As}$$

$$Q_{\text{Ges}} = 4,994 \text{ As}$$

$$I^2 t_1(t_s) = 0,2083 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$I^2 t_{\text{Ges}}^* = 166,25 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$I^2 t_{\text{Ges}} = 166,46 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$\text{Zeitdauer bis } i(t_{1\%}) = 1 \% \cdot \hat{I}: \quad t_{1\%} = 198 \mu\text{s}$$

A1.4 Funktion aus zwei exponentiellen Anteilen

- Beschreibungen sind unter anderem in [93], [94], [95], [96], [99] zu finden
- meistverwendete Beziehung wegen einfacher Differentiation und Integration
- weist bei $t = 0$ eine Diskontinuität der Funktion und ihrer Ableitungen auf und ist deshalb nicht zur Nachbildung von natürlichen Erst- oder Folgeblitzstoßströmen (LEMP) geeignet (maximale Steilheit bei $t = 0$)
- zur Nachbildung von Impulsströmen einfacher CLR-Kreise gut anwendbar
- Zeitkonstante τ_1 (für den Impulsrücken) und Zeitkonstante τ_2 (für die Impulsstirn) sind positiv, damit die Funktion nicht progressiv gegen unendlich ansteigt ($\tau_1 \gg \tau_2$)
- eine der beiden Zeitkonstanten τ_1 oder τ_2 kann auch unendlich groß gewählt werden, so dass nur die jeweils andere Exponentialfunktion erhalten bleibt und ein System 1. Ordnung beschrieben wird

Zeitverlauf:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad \text{mit } \tau_1 > \tau_2$$

Laplace-Transformierte:

$$I(p) = \frac{\frac{\hat{I}}{\eta}}{\frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \cdot p^2 + \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \cdot p + \frac{1}{\tau_1 - \tau_2}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}}{p^2 + \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right) \cdot p + \frac{1}{\tau_1 \cdot \tau_2}}$$

$$I(p) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{1}{p + \frac{1}{\tau_1}} - \frac{1}{p + \frac{1}{\tau_2}} \right) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}}{\left(p + \frac{1}{\tau_1} \right) \cdot \left(p + \frac{1}{\tau_2} \right)}$$

Ausnutzungs- bzw. Amplitudenkorrekturfaktor:

$$\eta = \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1}} - \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}}} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1}}$$

Zeitpunkt des Scheitelwertes:

$$t_i = \ln \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \cdot \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2}$$

1. Ableitung:

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} - \frac{1}{\tau_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right)$$

n-te Ableitung:

$$\frac{d^n i(t)}{dt^n} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (-1)^n \cdot \left(\frac{1}{\tau_1^n} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{1}{\tau_2^n} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

maximale Steilheit:

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right)$$

Impulsladung von $t = 0$ bis $t = t_1 > 0$:

$$Q_1 = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\tau_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_1}} \right) - \tau_2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_2}} \right) \right)$$

Stromquadratintegral von $t = 0$ bis $t = t_1 > 0$:

$$I^2 t_1 = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \left(-\frac{\tau_1}{2} \cdot e^{-\frac{2}{\tau_1} t_1} + \frac{2}{\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}} \cdot e^{-\left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}\right) t_1} - \frac{\tau_2}{2} \cdot e^{-\frac{2}{\tau_2} t_1} + \frac{(\tau_1 - \tau_2)^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} \right)$$

Gesamtstromquadratintegral bis $t_1 \rightarrow \infty$:

$$I^2 t_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{(\tau_1 - \tau_2)^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)}$$

Werte für Impulsform 10/350 μs und $\hat{I} = 200 \text{ kA}$:

(positiver Erstblitzstoßstrom)

$$\tau_1 \approx 470 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_2 \approx 4,06 \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} \approx -0,59 \mu\text{s} \quad , \quad \eta \approx 0,951 \quad , \quad t_1 \approx 19,48 \mu\text{s}$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} \approx 51,29 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad , \quad t_{\text{smax}} = 0 \mu\text{s} \quad , \quad Q_{\text{Ges}} \approx 98 \text{ As} \quad , \quad I^2 t_{\text{Ges}} \approx 10127 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$\text{Zeitdauer bis } i(t_1\%) = 1\% \cdot \hat{I}: \quad t_{1\%} \approx 2188 \mu\text{s}$$

Werte für Impulsform 1/200 μs und $\hat{I} = 100 \text{ kA}$:(negativer Erstblitzstoßstrom, in **Abb. A1.3** positiv dargestellt)

$$\tau_1 \approx 284 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_2 \approx 0,374 \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} \approx -0,061 \mu\text{s} \quad , \quad \eta \approx 0,99 \quad , \quad t_1 \approx 2,484 \mu\text{s}$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} \approx 269,8 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad , \quad t_{\text{smax}} = 0 \mu\text{s} \quad , \quad Q_{\text{Ges}} \approx 28,7 \text{ As} \quad , \quad I^2 t_{\text{Ges}} \approx 1445 \text{ kA}^2\text{s}$$

$$\text{Zeitdauer bis } i(t_1\%) = 1\% \cdot \hat{I}: \quad t_{1\%} \approx 1312 \mu\text{s}$$

Werte für Impulsform 0,25/100 μs und $\hat{I} = 50 \text{ kA}$:(negativer Folgeblickstoßstrom, in **Abb. A1.3** positiv dargestellt)

$$\tau_1 \approx 143 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_2 \approx 0,092 \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} \approx -0,015 \mu\text{s} \quad , \quad \eta \approx 0,995 \quad , \quad t_1 \approx 0,68 \mu\text{s}$$

1. Ableitung bei $t = 0$:

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right) \gg 0$$

n-te Ableitung bei $t = 0$:

$$\left. \frac{d^n i}{dt^n} \right|_{t=0} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (-1)^n \cdot \left(\frac{1}{\tau_1^n} - \frac{1}{\tau_2^n} \right) \neq 0$$

maximale Steilheit bei:

$$t_{\text{smax}} = 0$$

Gesamtimpulsladung bis $t_1 \rightarrow \infty$:

$$Q_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (\tau_1 - \tau_2)$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} \approx 543,7 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad , \quad t_{\text{smax}} = 0 \mu\text{s} \quad , \quad Q_{\text{Ges}} \approx 7,2 \text{ As} \quad , \quad I^2 t_{\text{Ges}} \approx 180,5 \text{ kA}^2\text{s}$$

Zeitdauer bis $i(t_{1\%}) = 1\% \cdot \hat{I}$: $t_{1\%} \approx 660 \mu\text{s}$

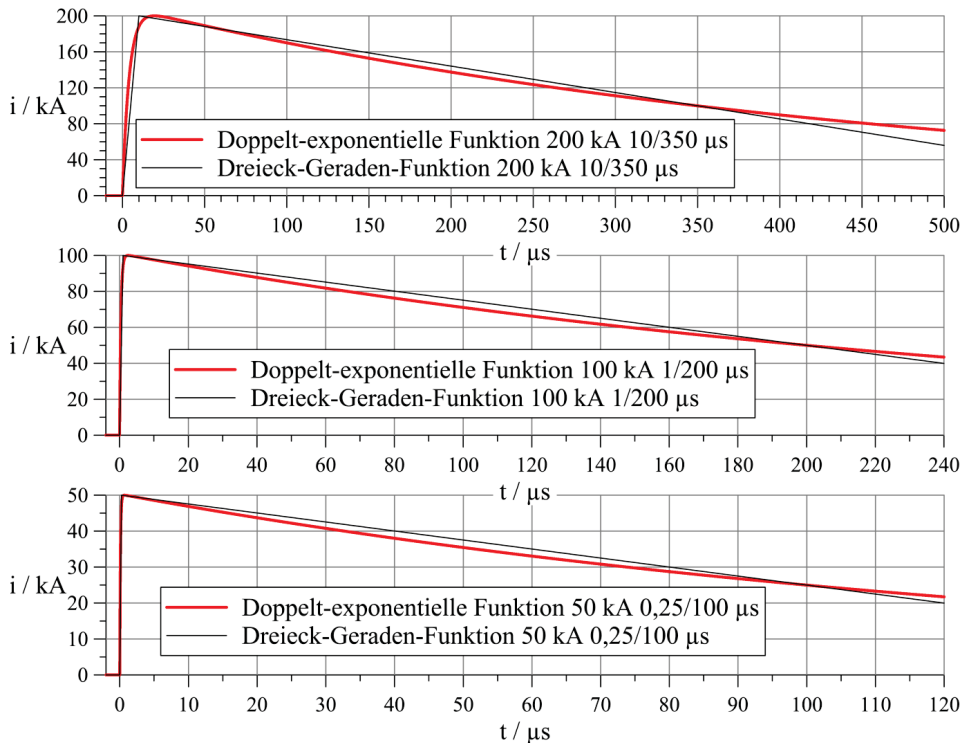


Abb. A1.3: Funktion aus zwei exponentiellen Anteilen (doppelt-exponentielle Funktion) für Erstblitzstoßströme und Folgeblickstoßstrom

A1.5 HEIDLER-Funktion

- Beschreibungen sind unter anderem in [93], [97], [99], [100], [101], [102] zu finden
- für Beschreibung von Blitzstromverläufen wird meist $m = 10$ (oder auch $m = 5$) gewählt
- die 1. Ableitung der Funktion weist für $m > 1$ keine Diskontinuität bei $t = 0$ auf
- Funktion sehr schwer analytisch zeitintegrierbar, aber numerisch zeitintegrierbar und damit z.B. für numerische LEMP-Berechnungen nutzbar
- Quadrat der Funktion sehr schwer analytisch, aber numerisch zeitintegrierbar
- τ_1 ist die Stirnzeitkonstante des ansteigenden Impulses von $t = 0$ bis $t = t_i$
- τ_2 ist die Rückenzeitkonstante, die den Abfall des Stromes auf etwa 37 % des Scheitelwertes \hat{I} angibt

Zeitverlauf:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^m}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^m} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{1 + \left(\frac{\tau_1}{t}\right)^m}$$

Laplace-Transformierte:

$$I(p) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\tau_1}{\sqrt{(2\pi)^{m-1} \cdot m}} \cdot G_{l \ m+1}^{m+1 \ 1} \left(\left(\frac{\tau_1}{m} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} + p \right) \right) \left| \begin{matrix} -\frac{1}{m}, - \\ -\frac{1}{m}, 0, \text{Liste}_{k=1}^{h-1} \left(\frac{k}{m} \right), - \end{matrix} \right. \right)$$

$m = 1, 2, 3, \dots, 10, \dots$ (obwohl die Transformation anhand der Meijer-G-Funktion auch mit gebrochenem Exponenten m durchführbar ist)

G ist die verallgemeinerte Meijer-G-Funktion, welche erst über die inverse Laplace-Transformation definiert wurde:

$$G_{u \ v}^{h \ n} \left(z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_u \\ b_1, \dots, b_h, b_{h+1}, \dots, b_v \end{matrix} \right. \right) \\ = \frac{1}{2\pi j} \cdot \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{\Gamma(1-a_1-p) \cdot \dots \cdot \Gamma(1-a_n-p) \cdot \Gamma(b_1+p) \cdot \dots \cdot \Gamma(b_h+p)}{\Gamma(a_{n+1}+p) \cdot \dots \cdot \Gamma(a_u+p) \cdot \Gamma(1-b_{h+1}-p) \cdot \dots \cdot \Gamma(1-b_v-p)} \cdot z^{-p} dp$$

Ausnutzungs- bzw. Amplitudenkorrekturfaktor:

$$\eta \approx e^{-\frac{\tau_1}{\tau_2} \cdot \left(m \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^{\frac{1}{m+1}}}$$

Zeitpunkt des Scheitelwertes:

$$t_i = -\frac{\tau_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{\tau_1}{2}\right)^2 + \tau_1 \cdot \tau_2} \quad \text{bei } m = 1$$

$$t_i \approx \tau_1 \cdot \left(m \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^{\frac{1}{m+1}} \quad \text{bei } m > 4, \quad t_i \approx 2 \cdot \tau_1$$

1. Ableitung:

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{1 + \left(\frac{\tau_1}{t}\right)^m} \cdot \left(\frac{m}{t} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^m} - \frac{1}{\tau_2} \right)$$

1. Ableitung bei $t = 0$:

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{2 \cdot \tau_2} \quad \text{bei } m = 0$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{\tau_1} \quad \text{bei } m = 1$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad \text{bei } m > 1$$

2. Ableitung:

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{1 + \left(\frac{\tau_1}{t}\right)^m} \cdot \left(\frac{(m-1) \cdot m}{t^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^m\right)^2} - \frac{2 \cdot m}{t \cdot \tau_2} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^m} + \frac{1}{\tau_2^2} \right)$$

n-te Ableitung bei $t = 0$:

$$\left. \frac{d^n i}{dt^n} \right|_{t=0} \neq 0 \quad \text{bei } n > 1 \quad \text{unabhängig von } m$$

$$\left. \frac{d^n i}{dt^n} \right|_{t=0} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (-1)^n \cdot \frac{1}{2 \cdot \tau_2^n} \neq 0 \quad \text{bei } m = 0$$

maximale Steilheit:

nicht definiert bei $m = 0$; exakt berechenbar bei $m = 1$;
mit konkreten Werten numerisch berechenbar bei $m > 1$

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} \approx \sqrt{2} \cdot \frac{\hat{I}}{t_s} \quad \text{bei } i(t_{s\max}) \approx \frac{\hat{I}}{2}$$

maximale Steilheit bei:

nicht definiert bei $m = 0$; exakt berechenbar bei $m = 1$;
mit konkreten Werten numerisch berechenbar bei $m > 1$ (Lösung einer Gleichung vierten Grades für $t_{s\max}$)
 $t_{s\max} \approx \tau_1$ (bei großen m)

Impulsladung von $t = 0$ bis $t = t_1 > 0$ nach [98]:

$$Q_1 = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \tau_2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_2}} + \frac{1}{m} \cdot \sum_{k=0}^{m-1} u_k \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2} \cdot e^{-u_k \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \left[\text{Ei} \left(-u_k \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2} \right) - \text{Ei} \left(\frac{t_1}{\tau_2} - u_k \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \right] \right)$$

mit der Integraleponentialfunktion $\text{Ei}(x) = - \int_{y \rightarrow -\infty}^{y=x} \frac{e^y}{y} dy$ und

$$\text{mit } u_k = \sqrt[m]{-1} = \cos \left((2k+1) \cdot \frac{\pi}{m} \right) + j \cdot \sin \left((2k+1) \cdot \frac{\pi}{m} \right) \quad \text{und } k = 0, 1, \dots, m-1$$

Gesamtimpulsladung bis $t_1 \rightarrow \infty$:

$$Q_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \int_0^\infty \frac{\left(\frac{t}{\tau_2}\right)^m \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^m + \left(\frac{t}{\tau_2}\right)^m} dt \quad Q_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \tau_2 \quad \text{für } \frac{\tau_2}{\tau_1} \gg 1 \quad \text{und } m \gg 1$$

$$\text{nach [98]: } Q_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \tau_2 \cdot \left(1 + \frac{1}{m} \cdot \sum_{k=0}^{m-1} u_k \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2} \cdot e^{-u_k \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \text{Ei} \left(-u_k \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \right)$$

$$\text{oder } Q_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \tau_2 \cdot m \cdot \Gamma(m) \cdot U\left(m, 0, \frac{\tau_1}{\tau_2}\right)$$

mit der Eulerschen Gamma-Funktion $\Gamma(x) = \int_{y=0}^{y \rightarrow \infty} y^{x-1} \cdot e^{-y} dy$ und der confluenten

hypergeometrischen Funktion $U(a, b, c) = \frac{1}{\Gamma(a)} \cdot \int_{y=0}^{y \rightarrow \infty} y^{a-1} \cdot (y+1)^{b-a-1} \cdot e^{-c \cdot y} dy$

Stromquadratintegral von $t = 0$ bis $t = t_1 > 0$:

Quadrat der Funktion sehr schwer mit allgemeiner oberer Grenze bestimmt nach der Zeit integrierbar

Gesamtstromquadratintegral bis $t_1 \rightarrow \infty$:

$$I^2 t_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \tau_2 \cdot m \cdot \Gamma(2m) \cdot U\left(2m, 0, 2 \frac{\tau_1}{\tau_2}\right)$$

Werte für Impulsform 10/350 μs und $\hat{I} = 200 \text{ kA}$ und $m = 10$:

(positiver Erstblitzstoßstrom) (siehe auch [N14])

$$\tau_1 \approx 18,8 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_2 \approx 480 \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} \approx 14 \mu\text{s} \quad , \quad \eta \approx 0,937 \quad , \quad t_i \approx 31,02 \mu\text{s}$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = 0 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad , \quad \left(\frac{di}{dt} \right)_{\text{max}} \approx 27,46 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad , \quad t_{\text{smax}} \approx 18,349 \mu\text{s}$$

$$Q_{\text{Ges}} \approx 98,5 \text{ As} \quad , \quad I^2 t_{\text{Ges}} \approx 10020 \text{ kA}^2\text{s} \quad , \quad \text{Zeitdauer bis } i(t_{1\%}) = 1 \% \cdot \hat{I}: \quad t_{1\%} \approx 2243 \mu\text{s}$$

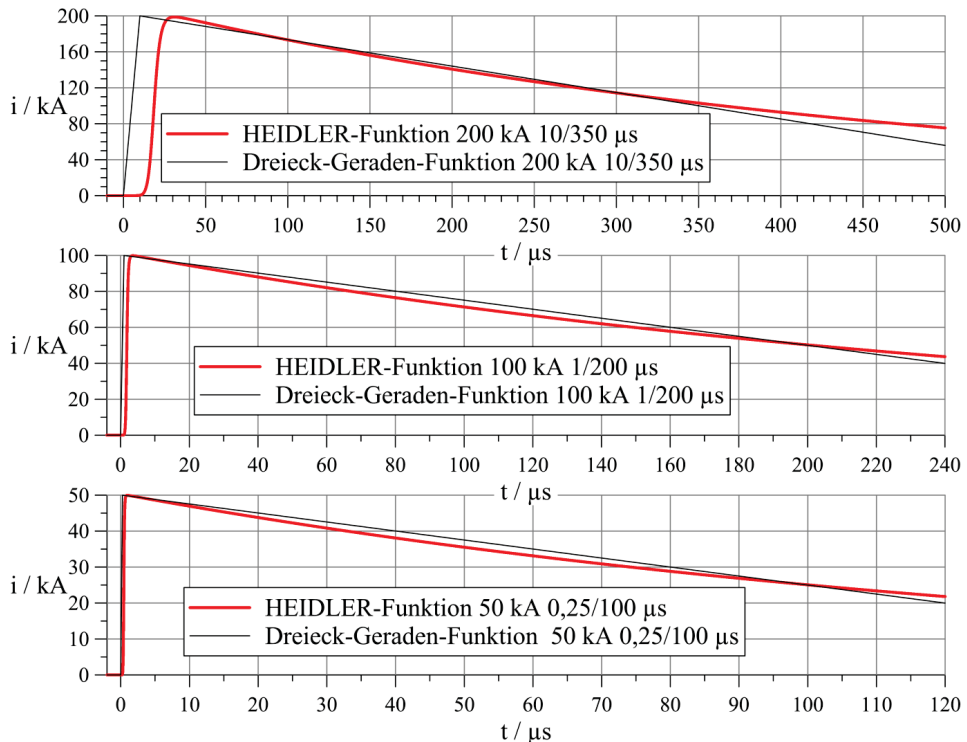


Abb. A1.4: HEIDLER-Funktion für Erstblitzstoßströme und Folgeblickstoßstrom ($m = 10$)

Werte für Impulsform $1/200 \mu\text{s}$ und $\hat{I} = 100 \text{ kA}$ und $m = 10$:

(negativer Erstblitzstoßstrom, in **Abb. A1.4** positiv dargestellt)

$$\tau_1 \approx 1,826 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_2 \approx 285 \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} \approx 1,365 \mu\text{s} \quad , \quad \eta \approx 0,988 \quad , \quad t_i \approx 3,563 \mu\text{s}$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = 0 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad , \quad \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} \approx 139 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad , \quad t_{\text{smax}} \approx 1,789 \mu\text{s}$$

$$Q_{\text{Ges}} \approx 28,7 \text{ As} \quad , \quad I^2 t_{\text{Ges}} \approx 1442 \text{ kA}^2\text{s} \quad , \quad \text{Zeitdauer bis } i(t_{1\%}) = 1\% \cdot \hat{I}: \quad t_{1\%} \approx 1318 \mu\text{s}$$

Werte für Impulsform $0,25/100 \mu\text{s}$ und $\hat{I} = 50 \text{ kA}$ und $m = 10$:

(negativer Folgeblickstoßstrom, in **Abb. A1.4** positiv dargestellt) (siehe auch [N14])

$$\tau_1 \approx 0,454 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_2 \approx 143,4 \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} \approx 0,34 \mu\text{s} \quad , \quad \eta \approx 0,993 \quad , \quad t_i \approx 0,945 \mu\text{s}$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = 0 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad , \quad \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} \approx 278,6 \text{ kA}/\mu\text{s} \quad , \quad t_{\text{smax}} \approx 0,445 \mu\text{s}$$

$$Q_{\text{Ges}} \approx 7,2 \text{ As} \quad , \quad I^2 t_{\text{Ges}} \approx 180,3 \text{ kA}^2\text{s} \quad , \quad \text{Zeitdauer bis } i(t_{1\%}) = 1\% \cdot \hat{I}: \quad t_{1\%} \approx 661 \mu\text{s}$$

A1.6 Blitzstoßstrom bei Bezug integraler Größen auf die Amplitude

Bei der Blitzstoßstromprüfung nach Prüfklasse I (für SPD Typ 1) in [N15] ist der Impulsstrom I_{imp} nur über den Scheitelwert I_{peak} , die Ladung Q und die Spezifischen Energie W/R definiert. Als Nebenbedingungen müssen der Scheitelwert des Stromes innerhalb von $50 \mu\text{s}$ und die Werte von Q und W/R innerhalb von 10 ms erreicht sein. Zur Impulsform wird in [N15], ([N16], [N17]) sinngemäß angemerkt:

Eine mögliche Wellenform, die die angegebenen Parameter erfüllt, ist der $10/350\text{-}\mu\text{s}$ -Impuls.

In Anlehnung an [N15] sollen die Blitzstoßströme mit dem Impulsstromscheitelwert $\hat{I} = i(t_i)$ folgende Vorgaben für die Impulsladung und die Spezifische Impulsenergie erfüllen:

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \frac{\hat{I}}{k_Q} = \frac{\hat{I}}{2000 \text{ s}^{-1}} = \hat{I} \cdot a = \hat{I} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ s} \quad (\text{A1.1})$$

$$W/R_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \frac{\hat{I}^2}{k_W} = \frac{\hat{I}^2}{4000 \text{ s}^{-1}} = \hat{I}^2 \cdot b = \hat{I}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ s} \quad (\text{A1.2})$$

Zum Vergleich werden Impulsformen mit zwei exponentiellen Funktionen und einer exponentiellen Funktion herangezogen. Abgeleitet werden sollen die Bereiche in denen sich die Stirnzeit T_1 und die Rückenhalbwertszeit T_2 bewegen können, um die Vorgaben einzuhalten.

Für einen aperiodischen Stromimpuls in doppelt-exponentieller Darstellung gilt:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad , \quad \eta = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \quad (\text{A1.3})$$

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot (\tau_1 - \tau_2) \quad , \quad W/R_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \frac{\hat{I}^2}{\eta^2} \cdot \frac{(\tau_1 - \tau_2)^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} \quad (\text{A1.4})$$

$$W/R_{\text{Ges}} = \frac{Q_{\text{Ges}}^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} \quad , \quad Q_{\text{Ges}} = \sqrt{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2) \cdot W/R_{\text{Ges}}} \quad (\text{A1.5})$$

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{Q_{\text{Ges}}^2}{2 \cdot W/R_{\text{Ges}}} \quad (\text{A1.6})$$

Mit den Vorgaben:

$$Q_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}}{2000 \text{ s}^{-1}} \quad , \quad W/R_{\text{Ges}} = \frac{\hat{I}^2}{4000 \text{ s}^{-1}} \quad \text{und} \quad \frac{2 \cdot W/R_{\text{Ges}}}{Q_{\text{Ges}}^2} = 2000 \text{ s}^{-1} \quad (\text{A1.7})$$

folgt ein Zusammenhang für die Zeitkonstanten (mathematische Zeitparameter):

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{1}{2000 \text{ s}^{-1}} = 500 \text{ } \mu\text{s} \quad , \quad \tau_1 = 500 \text{ } \mu\text{s} - \tau_2 \quad (\text{A1.8})$$

Eine Summe der Zeitkonstanten von 500 μs kann aber bei zwei exponentiellen Funktionen mit $\tau_2 > 0$ und $\tau_1 > \tau_2$ nicht so aufgeteilt werden, dass für die Ladung Q_{Ges} und für die Spezifische Energie W/R_{Ges} die Vorgaben erfüllt sind:

$$\begin{aligned} 500 \text{ } \mu\text{s} &= \frac{Q_{\text{Ges}}}{\hat{I}} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\eta} = \tau_1 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{\tau_1 - 1}} \\ &= (500 \text{ } \mu\text{s} - \tau_2) \cdot \left(\frac{500 \text{ } \mu\text{s}}{\tau_2} - 1 \right)^{\frac{1}{\frac{500 \text{ } \mu\text{s}}{\tau_2} - 2}} > 500 \text{ } \mu\text{s} \end{aligned} \quad (\text{A1.9})$$

$$\begin{aligned} 250 \text{ } \mu\text{s} &= \frac{W/R_{\text{Ges}}}{\hat{I}^2} = \frac{(\tau_1 - \tau_2)^2}{2 \cdot \eta^2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} = \frac{\tau_1^2}{2 \cdot (\tau_1 + \tau_2)} \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{2}{\tau_1 - 1}} \\ &= \frac{(500 \text{ } \mu\text{s} - \tau_2)^2}{2 \cdot 500 \text{ } \mu\text{s}} \cdot \left(\frac{500 \text{ } \mu\text{s}}{\tau_2} - 1 \right)^{\frac{2}{\frac{500 \text{ } \mu\text{s}}{\tau_2} - 2}} > 250 \text{ } \mu\text{s} \end{aligned} \quad (\text{A1.10})$$

Einige konkrete Werte, die bei diesen Impulsströmen vorliegen, sind in **Tab. A1.1** angegeben. Anhand eines Vergleiches der Werte in **Tab. A1.1** kann man für die Praxis ableiten, dass die Impulsstromform $10/350 \text{ } \mu\text{s}$ geeignet ist, die 3 geforderten Größen \hat{I} , $Q = \hat{I}/2$ und $W/R = Q^2 = (\hat{I}/2)^2 = \hat{I}^2/4$ und ihre Beziehungen zueinander abzubilden (mit \hat{I} in kA, Q in As und W/R in $\text{kA}^2\text{s} = \text{kJ}/\Omega$). Dies gilt besonders dann, wenn der Scheitel der Stromimpulses in $t_1 \leq 50 \text{ } \mu\text{s}$ erreicht sein soll und damit $T_1 \ll T_2$ ist.

Ein rein exponentiell abklingender Strom:

$$i(t) = \hat{I} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad , \quad Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \hat{I} \cdot \tau \quad , \quad W/R_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \hat{I}^2 \cdot \frac{\tau}{2} \quad (\text{A1.11})$$

besitzt folgende geflossene Ladung und Spezifische Energie:

$$W/R_{\text{Ges}} = \frac{Q_{\text{Ges}}^2}{2 \cdot \tau} \quad , \quad Q_{\text{Ges}} = \sqrt{2 \cdot \tau \cdot W/R_{\text{Ges}}} \quad , \quad \tau = \frac{Q_{\text{Ges}}^2}{2 \cdot W/R_{\text{Ges}}} \quad (\text{A1.12})$$

Mit den Vorgaben für Q_{Ges} und W/R_{Ges} folgt:

$$\tau = \frac{1}{2000 \text{ s}^{-1}} = 500 \text{ } \mu\text{s} \quad , \quad T_2 = -\ln(0,5) \cdot \tau = \ln(2) \cdot \tau \approx 346,574 \text{ } \mu\text{s} \quad (\text{A1.13})$$

Ein exponentiell abklingender Stromverlauf erfüllt also bei vorgegebenem Anfangsstrom \hat{I} (Stromscheitelwert) die Bedingungen für Q_{Ges} und W/R_{Ges} exakt. Allerdings ist die Impulsstirn mit der Stirnzeit $T_1 = 0$ verschwindend kurz (siehe **Tab. A1.1**). Dieser Stromverlauf liegt trotzdem mit der Rückenhalbwertszeit $T_2 \approx 347 \text{ } \mu\text{s}$ sehr nah an der Impulsform 10/350 μs .

Tab. A1.1: Numerisch bestimmte Werte für Impulsströme mit zwei exponentiellen Funktionen

k_Q / s^{-1}	k_W / s^{-1}	$\tau_1 / \mu\text{s}$	$\tau_2 / \mu\text{s}$	$T_1 / \mu\text{s}$	$T_2 / \mu\text{s}$	$t_{01} / \mu\text{s}$	$t_i / \mu\text{s}$	
2040,854	3949,920	470,107	4,064	10,000	350,000	-0,590	19,475	¹
2030	4000	483,828	1,503	3,917	345,809	-0,236	8,704	²
2010	4000	494,634	0,403	1,088	346,194	-0,067	2,870	²
2000	4000	500,000	0,000	0,000	346,574	0,000	0,000	³
2000	3960	494,059	0,941	2,494	349,455	-0,151	5,906	⁴
2000	3980	497,092	0,408	1,099	347,932	-0,067	2,899	⁴

¹ Vorgabe von T_1 und T_2 , Impuls mit zwei exponentiellen Funktionen der Form 10/350 μs ($a = 1/k_Q \approx 489,99 \text{ } \mu\text{s}$, $b = 1/k_W \approx 253,17 \text{ } \mu\text{s}$)

² Vorgabe von k_W , Impuls mit zwei exponentiellen Funktionen

³ Vorgabe von k_Q und k_W , Impuls mit einer exponentiellen Funktion der Form 0/347 μs

⁴ Vorgabe von k_Q , Impuls mit zwei exponentiellen Funktionen

Ein weiterer Impulsstromverlauf, der die Vorgaben exakt erfüllt, ist mit dem aperiodischen Grenzfall gegeben:

$$i(t) = \hat{I} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_0}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_0}} \quad (\text{A1.14})$$

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \hat{I} \cdot e \cdot \tau_0 \quad , \quad W/R_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \hat{I}^2 \cdot \frac{e^2}{4} \cdot \tau_0 \quad (\text{A1.15})$$

$$W/R_{\text{Ges}} = \frac{Q_{\text{Ges}}^2}{4 \cdot \tau_0} \quad , \quad Q_{\text{Ges}} = 2 \cdot \sqrt{\tau_0 \cdot W/R_{\text{Ges}}} \quad , \quad \tau_0 = \frac{Q_{\text{Ges}}^2}{4 \cdot W/R_{\text{Ges}}} \quad (\text{A1.16})$$

Mit den Vorgaben für Q_{Ges} und W/R_{Ges} folgt:

$$\tau_0 = \frac{1}{4000 \text{ s}^{-1}} = 250 \text{ } \mu\text{s} \quad , \quad t_i = \tau_0 = 250 \text{ } \mu\text{s} \quad (\text{A1.17})$$

Die technischen Zeitparameter sind numerisch zu berechnen und lauten:

$$T_1 = t_s \approx 178,2 \text{ } \mu\text{s} \quad , \quad T_2 = t_R \approx 677,8 \text{ } \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} \approx -8,3 \text{ } \mu\text{s}$$

Der Stromverlauf beim aperiodischen Grenzfall mit den genannten Zeitparametern weist aber keine hohe Steilheit in der Impulsstirn auf. Damit würde für die Prüfung z.B. von Blitzschutzbauteilen die hohe Dynamik des Impulsstromes fehlen. Außerdem wird der Scheitelwert des Stromes nach Beziehung (A1.17) erst bei $t_i > 50 \text{ } \mu\text{s}$ erreicht.

Untersucht werden soll noch, inwieweit die Vorgaben bezüglich Q und W/R bei Blitzströmen zu erreichen sind, die mit einem Crowbar-Stoßkreis erzeugt werden. Der Zeitverlauf des Stromes setzt sich beim Crowbar-Stoßkreis aus zwei Teilen zusammen (siehe Kapitel 5.2.1):

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{für } 0 \leq t \leq t_{uc=0} \approx t_i, \quad \eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} \quad (\text{A1.17})$$

$$i(t) = \hat{I} \cdot e^{-2 \cdot \frac{t}{\tau} + \frac{\pi}{\omega \cdot \tau}} \quad \text{für } t \geq t_{uc=0} \approx t_i, \quad t_i = \frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega}, \quad t_{uc=0} = \frac{\pi}{\omega} - t_i$$

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \hat{I} \cdot \tau \cdot \left(\frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}} + \frac{e^{-\frac{2 \cdot \arctan(\omega \cdot \tau) - \pi}{\omega \cdot \tau}}}{2} \right) \quad (\text{A1.18})$$

$$W/R_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \hat{I}^2 \cdot \frac{\tau}{4} \cdot e^{2 \cdot \frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}} \quad (\text{A1.19})$$

Zum Blitzstrom 10/350 μs gehören beim Crowbar-Kreis die Werte:

$$\begin{aligned} \tau &\approx 973,5 \mu\text{s}, \quad \omega \approx 126656,6 \text{ s}^{-1}, \quad t_{01} \approx -0,22 \mu\text{s}, \quad t_i \approx 12,3 \mu\text{s} \\ k_Q &\approx 2021,6 \text{ s}^{-1}, \quad a \approx 494,7 \mu\text{s}, \quad k_W \approx 4006,2 \text{ s}^{-1}, \quad b \approx 249,6 \mu\text{s} \end{aligned}$$

Bei der Stromform 10/350 μs liegen damit die Werte k_Q bzw. $1/k_Q$ und k_W bzw. $1/k_W$ für den Strom des Crowbar-Kreises näher an den Vorgaben als für den Impulsstrom mit zwei exponentiellen Funktionen (entsprechend **Tab. A1.1**). Aber auch für den Impulsstrom des Crowbar-Kreises können die Vorgaben $k_Q = 2000 \text{ s}^{-1}$ und $k_W = 4000 \text{ s}^{-1}$ nicht exakt erreicht werden, außer bei $\tau = 1000 \mu\text{s}$ und $\omega \rightarrow \infty$, was wiederum den Stromverlauf mit einer exponentiellen Funktion darstellt (nur zweiter Teil des Stromes von Beziehung (A1.17) mit $t_i = 0$).

A1.7 Literatur

- [93] Hasse, P.; Wiesinger, J.; Zischank, W.: Handbuch für Blitzschutz und Erdung, 5. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2006, ISBN: 3-7905-0931-0, S. 95 – 99
- [94] Sandler, R.B.: Protection of Electronic Circuits from Overvoltages, Wiley-Interscience (John Wiley & Sons), New York, 1989
- [95] CIGRE Working Group 01, Study committee 33 (33.01), "Guide to Procedures for Estimating the Lightning Performance of Transmission Lines", CIGRE Technical Brochure Ref. 63, Paris, 1991
- [96] Mata, C.T.; Rakov, V.A.; Rambo, K.J.; Diaz, P.; Rey, R.; Uman, M.A.: Measurement of the Division of Lightning Return Stroke Current Among the Multiple Arresters and Grounds of a Power Distribution Line, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No. 4, October 2003
- [97] Heidler, F.; Cvetić, J.M.; Stanić, B.V.: Calculation of Lightning Current Parameters, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 2, April 1999
- [98] Andreotti, A.; Falco, S.; Verolino, L.: Some integrals involving Heidler's lightning return stroke current expression, Electrical Engineering (Archiv für Elektrotechnik), Springer-Verlag GmbH, Vol. 87, No. 3, April 2005, pp. 121 – 128

-
- [99] Heidler, F.: Lightning Electromagnetic Impulse Theorie und Messungen, Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 1987
 - [100] Heidler, F.: Analytische Blitzstromfunktion zur LEMP-Berechnung (analytical lightning current function for LEMP calculations), 18th International Conference on Lightning Protection (ICLP), Conference Proceedings, Paper No. 1.9, Munich, 16. – 20. September 1985
 - [101] Stein, B.: The Heidler-lightning model for LEMP calculations, an alternative to the original Type-15 source, Minutes of the European EMTP Users Group Meeting, Leuven EMTP Center, 27. October, 1986
 - [102] Heidler, F.; Hopf, Ch.: LEMP Calculation and Lightning Current Function, 8th International Symposium on High Voltage Engineering, Proceedings, Vol. 4, 71.13, Yokohama, Japan, 23. – 27. August 1993, pp. 237 – 240
-
- [N14] DIN EN 62305-1 (VDE 0185-305-1): Blitzschutz – Teil 1: Allgemeine Grundsätze, Oktober 2006, Anhang B (informativ): Zeitfunktionen des Blitzstroms für Analyse Zwecke, S. 36 – 39
 - [N15] DIN EN 61643-11 (VDE 0675-6-11): Überspannungsschutzgeräte für Niederspannung – Teil 11: Überspannungsschutzgeräte für den Einsatz in Niederspannungsanlagen – Anforderungen und Prüfungen, Dezember 2002, S. 23 und S. 26 (7.1.1)
 - [N16] IEC 61643-1: Surge protective devices connected to low-voltage power distribution systems – Part 1: Performance requirements and testing methods, 2002
 - [N17] IEEE Std C62.45TM-2002 (Revision of IEEE Std C62.45-1992): IEEE Recommended Practice on Surge Testing for Equipment Connected to Low-Voltage (1000 V and Less) AC Power Circuits, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., IEEE Power Engineering Society, 11. April 2003, p. 42 (A.2)

A2 Analytische Beschreibung periodischer Impulsströme

A2.1 Zeitfunktion und charakteristische Punkte gedämpft schwingender Stoßströme

Angenommen werden folgender mathematischer Impulsstromverlauf und die zugeordnete Laplace-Transformierte für einen periodisch gedämpften Impulsstrom:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad , \quad i(0) = 0 \quad , \quad i'(0) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \omega \quad , \quad i''(0) = -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot 2 \cdot \frac{\omega}{\tau} \quad (\text{A2.1})$$

$$I(p) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\omega}{\left(p + \frac{1}{\tau}\right)^2 + \omega^2} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{p^2 \cdot \frac{1}{\omega} + p \cdot \frac{2}{\omega \cdot \tau} + \left(\omega + \frac{1}{\omega \cdot \tau^2}\right)} \quad (\text{A2.2})$$

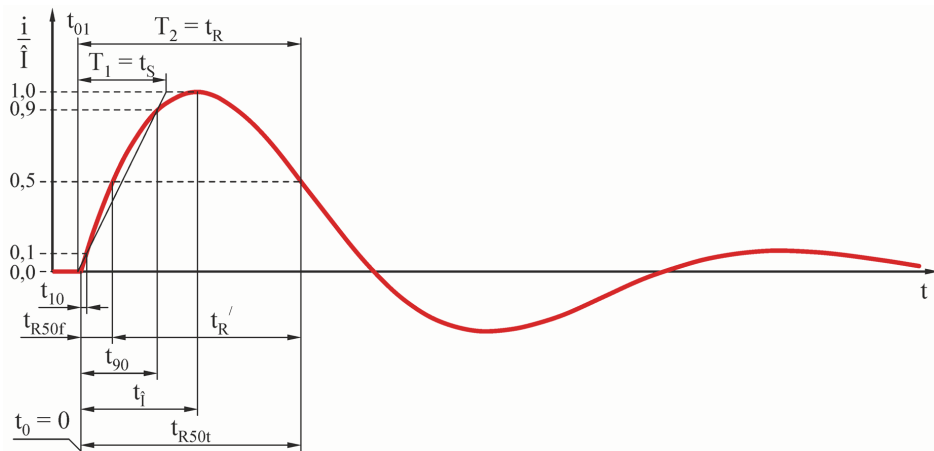


Abb. A2.1: Schematischer periodischer Impulsstromverlauf mit Zeitkennwerten

Um den Stromverlauf darzustellen, sind die Zeitkonstante τ und die Kreisfrequenz ω für eine Stromform, festgelegt durch Stirn- und Rückenhalbwertszeit T_1 und T_2 , gesucht. Für die Berechnung der gesuchten Größen τ und ω sowie der Zeit des virtuellen Strombeginns t_{01} entsteht ein stark nichtlineares System aus 3 Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{10} \cdot \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \cdot \tau^2}}} &= e^{-\frac{1}{\tau} \cdot \left(\frac{1}{10} \cdot T_1 + t_{01}\right)} \cdot \sin\left(\omega \cdot \left(\frac{1}{10} \cdot T_1 + t_{01}\right)\right) \\ \frac{9}{10} \cdot \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \cdot \tau^2}}} &= e^{-\frac{1}{\tau} \cdot \left(\frac{9}{10} \cdot T_1 + t_{01}\right)} \cdot \sin\left(\omega \cdot \left(\frac{9}{10} \cdot T_1 + t_{01}\right)\right) \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \cdot \tau^2}}} &= e^{-\frac{1}{\tau} \cdot (T_2 + t_{01})} \cdot \sin(\omega \cdot (T_2 + t_{01})) \end{aligned} \quad (\text{A2.3})$$

Dieses Gleichungssystem kann numerisch gelöst werden und ergibt z.B. für die Stirnzeit $T_1 = t_s = 8 \mu\text{s}$ sowie die Rückenhalbwertszeit $T_2 = t_R = 20 \mu\text{s}$:

$$\tau \approx 24 \mu\text{s} \quad , \quad \omega \approx 120023 \text{ s}^{-1} \\ t_{10} \approx 0,52 \mu\text{s} \quad , \quad t_{90} \approx 6,92 \mu\text{s} \quad , \quad t_{50} \approx 19,7 \mu\text{s} \quad , \quad t_{01} \approx -0,276 \mu\text{s}$$

Zudem ist auch die Zeitdauer $t_R' = t_{R50t} - t_{R50f}$ als die Impulsbreite bei halbem Scheitelwert von Bedeutung ($t_R' = t_{FWHV} - \text{Full Width at Half Value}$). Mit der Rückenhalbwertszeit $T_2 \approx 1,25 \cdot t_R'$ kann für den 8/20- μs - bzw. den 4/10- μs -Impuls angegeben werden:

$$t_R' \approx \frac{T_2}{1,25} = \frac{20 \mu\text{s}}{1,25} = 16 \mu\text{s} \quad , \quad t_R' \approx \frac{T_2}{1,25} = \frac{10 \mu\text{s}}{1,25} = 8 \mu\text{s} \quad (\text{A2.4})$$

Dies gilt nur, weil bei diesen beiden Impulsformen das Verhältnis $T_2/T_1 = 5/2 = 2,5$ vorliegt. Eine bessere Näherung für t_R' , die für den 8/20- und den 4/10- μs -Impuls zum gleichen Ergebnis kommt, ist:

$$t_R' \approx T_2 - \frac{1}{2} \cdot T_1 \quad (\text{A2.5})$$

Die exakte Lösung liefert wieder ein Gleichungssystem, jetzt für die Zeitpunkte, an denen 50 % des Scheitelwertes in der Stirn t_{R50f} und im Rücken t_{R50t} auftreten:

$$\frac{1}{2} \cdot \hat{I} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t_{R50f}}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t_{R50f}) \quad , \quad \frac{1}{2} \cdot \hat{I} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t_{R50t}}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t_{R50t}) \quad (\text{A2.6})$$

Hierbei gilt, dass sich t_{10} , t_{90} , t_{R50f} und t_{R50t} sowie t_i auf den wirklichen Strombeginn bei $t = t_0 = 0$ und die Zeitparameter T_1 und T_2 auf den virtuellen Strombeginn bei $t = t_{01}$ beziehen (**Abb. A2.1**). Eine Zusammenstellung der Zeitkennwerte für typische periodische Impulsströme gibt **Tab. A2.1**.

Tab. A2.1: Zeitkennwerte für ausgewählte schwingende Impulsformen bei 10%-90%-50%-Impulsdefinition

Impulsform $t_s = T_1/t_R = T_2$	τ in μs	ω in $(\mu\text{s})^{-1}$	T_2/T_1	t_{R50f} in μs	t_{R50t} in μs	t_R' in μs
4/10 μs	12,011	0,240	2,50	1,480	9,862	8,382
8/20 μs	24,022	0,120	2,50	2,961	19,724	16,763
20/60 μs	37,082	0,033	3,00	6,913	59,174	52,262
30/80 μs	72,078	0,028	2,67	10,805	78,880	68,075

Weitere oft genannte Impulsformen, wie 10/20 μs oder 5/10 μs , können nicht mit der 10%-90%-50%-Definition beschrieben werden, da hierfür das Verhältnis T_2/T_1 kleiner als das minimale von 2,076 ist, welches für die ungedämpfte Sinusschwingung gilt.

Für den 8/20- μs -Impulsstrom werden im Folgenden weitere Kenngrößen genannt. Es lässt sich das Produkt aus Kreisfrequenz und Zeitkonstante oder dessen Reziprokwert angeben:

$$b = \omega \cdot \tau \approx 2,883 \quad , \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{\omega \cdot \tau} \approx 0,347 \quad (\text{A2.7})$$

Der Zeitpunkt des Scheitelwertes t_i in Bezug auf den wirklichen Strombeginn $t = t_0 = 0$:

$$t_i = \frac{1}{\omega} \cdot \arctan(\omega \cdot \tau) \approx 10,306 \mu\text{s} \quad (\text{A2.8})$$

Der Stromausnutzungsfaktor η wird durch Einsetzen der Scheitelzeit t_i in die Zeitfunktion des Stromverlaufes ermittelt:

$$\eta = e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}} \cdot \sin(\arctan(\omega \cdot \tau)) = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} = \frac{e^{-\frac{\arctan(b)}{b}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2}}} \approx 0,615 \quad (\text{A2.9})$$

Der erste Wendepunkt der periodischen Stromfunktion liegt bei der doppelten Scheitelzeit:

$$t_w = 2 \cdot t_i = \frac{2}{\omega} \cdot \arctan(\omega \cdot \tau) \approx 20,612 \mu\text{s} \quad (\text{A2.10})$$

$$\frac{i(t_w)}{\hat{I}} = \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\frac{t_w}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t_w) = \frac{2 \cdot \eta}{\omega \cdot \tau} = \frac{2 \cdot e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}} \approx 0,427 \quad (\text{A2.11})$$

Beim gedämpft schwingenden Strom lautet die erste zeitliche Ableitung:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(\frac{1}{\tau} \cdot \sin(\omega \cdot t) - \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \right) \\ &= -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \sin(\omega \cdot t - \arctan(\omega \cdot \tau)) \end{aligned} \quad (\text{A2.12})$$

Der maximale Stromanstieg tritt immer beim Strombeginn bei $t = 0$ auf:

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} = \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \omega = \hat{I} \cdot \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}} \quad (\text{A2.13})$$

Die Einhüllenden i_e zum gedämpft schwingenden Stromverlauf lauten (siehe **Abb. A2.2**):

$$i_{e+}(t) = +\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad i_{e-}(t) = -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{A2.14})$$

Beim periodisch abklingenden Stromimpuls können die Zeitpunkte für bestimmte Stromwerte nicht einfach aus dem Zeitverlauf ermittelt werden, da es außer zu den Scheitelzeiten $t_{k,E}$ mehr als einen Zeitwert zu einem Stromwert gibt. Deshalb ist es sinnvoll, die Einhüllende $i_e(t)$ heranzuziehen, die besagt, dass zu einem Zeitwert keine größeren Beträge des Stromes möglich sind.

Das Verhältnis aufeinander folgender Amplituden einer Polarität ist konstant [103]:

$$\frac{\hat{I}_n}{\hat{I}_{n-2}} = \frac{i(t_n)}{i(t_{n-2})} = e^{-\frac{T}{\tau}} = e^{-\frac{2\pi}{\omega \cdot \tau}} \quad (\text{A2.15})$$

wobei T die Schwingungsdauer ist:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{A2.16})$$

Das Verhältnis der Beträge der ersten beiden Stromscheitelwerte ergibt sich zu:

$$\frac{\hat{I}_{2-}}{\hat{I}_{1+}} = e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}} \quad (\text{A2.17})$$

Darin ist $\hat{I}_{1+} = \hat{I}$ der erste (positive) Scheitelwert und \hat{I}_{2-} der folgende (negative) Scheitelwert mit entgegengesetzter Polarität. Das maximale prozentuale Durchschwingen:

$$D[\%] = 100\% \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}} \quad (\text{A2.18})$$

beträgt mit $\pi/(\omega\tau) \approx 1,09$ für den 8/20- μs -Stoßstrom $D \approx 33,6\%$. Allerdings wäre nach Vorgaben in vielen Normen 20 % ([N18]) oder 30 % einzuhalten. In ähnlicher Weise ist das logarithmische Dekrement d anzugeben [103]:

$$d = \ln \left| \frac{\hat{I}_n}{\hat{I}_{n+1}} \right| = \ln \left| \frac{i(t_n)}{i(t_{n+1})} \right| = \frac{\pi}{\omega\tau} \quad (\text{A2.19})$$

Die Berührungspunkte B_k der Einhüllenden mit der periodischen Stromfunktion liegen bei [103]:

$$t_{k,B} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\pi}{\omega}, \quad i(t_{k,B}) = (-1)^k \cdot \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t_{k,B}}{\tau}} = (-1)^k \cdot \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega\tau} \left(k - \frac{1}{2}\right)} \quad (\text{A2.20})$$

Die Extremwerte E_k der periodischen Stromfunktion (Scheitelwerte) treten immer kurz vor den Berührungspunkten B_k auf [103]:

$$t_{k,E} = \frac{(k-1) \cdot \pi + \arctan(\omega\tau)}{\omega} \quad (\text{A2.21})$$

$$i(t_{k,E}) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t_{k,E}}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t_{k,E}) = \hat{I} \cdot \frac{(-1)^{k-1}}{e^{\frac{(k-1) \cdot \pi}{\omega\tau}}} \quad (\text{A2.22})$$

Die Wendepunkte W_k der periodischen Stromfunktion liegen an folgenden Stellen [103]:

$$t_{k,W} = \frac{(k-1) \cdot \pi + 2 \cdot \arctan(\omega\tau)}{\omega} \quad (\text{A2.23})$$

$$i(t_{k,W}) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t_{k,W}}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t_{k,W}) = \hat{I} \cdot \frac{2 \cdot \eta}{\omega \cdot \tau} \cdot \frac{(-1)^{k-1}}{e^{\frac{(k-1) \cdot \pi}{\omega\tau}}} \quad (\text{A2.24})$$

Die Nulldurchgänge N_k der periodischen Funktion treten zu folgenden Zeitpunkten auf [103]:

$$t_{k,N} = k \cdot \frac{\pi}{\omega}, \quad i(t_{k,N}) = 0 \quad (\text{A2.25})$$

Alle genannten Punkte ergeben sich mit $k = 1, 2, 3, \dots, n$. Diese verschiedenen charakteristischen Punkte zeigt **Abb. A2.2** für den wertnormierten Stoßstrom der Form $8/20 \mu\text{s}$.

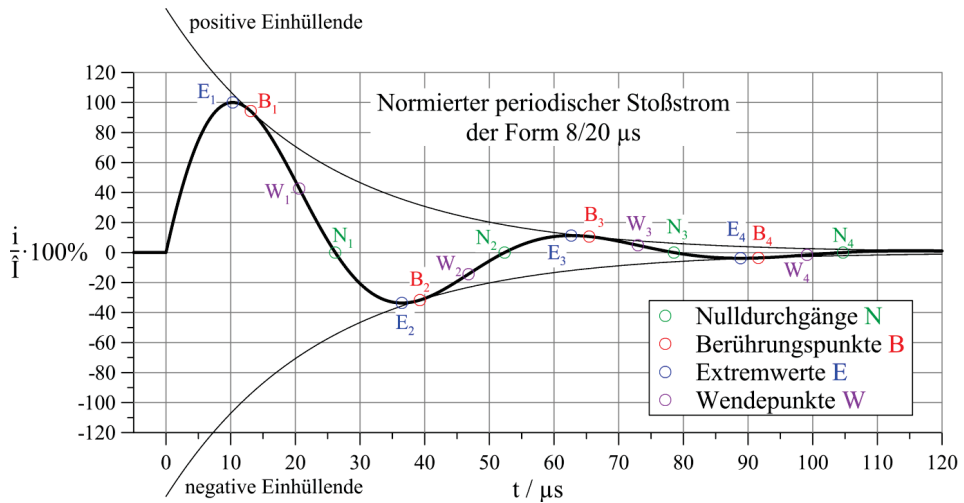


Abb. A2.2: Periodischer Zeitverlauf mit charakteristischen Punkten und Einhüllenden

Für zwei periodisch gedämpfte Impulsformen gibt **Tab. A2.2** das Abklingen des Zeitverlaufes anhand der Einhüllenden an. Die Stoßströme der Formen $8/20 \mu\text{s}$ und $30/80 \mu\text{s}$ erreichen demzufolge praktisch nach $200 \mu\text{s}$ bzw. $600 \mu\text{s}$ ihr Ende.

Tab. A2.2: Zeitwerte am Ende der Einhüllenden von periodischen Stromimpulsen

$\frac{i_e}{I} \cdot 100\%$	8/20 μs $\tau \approx 24 \mu\text{s} \quad \omega \approx 0,120 (\mu\text{s})^{-1}$ $\eta \approx 0,615$	30/80 μs $\tau \approx 72 \mu\text{s} \quad \omega \approx 0,028 (\mu\text{s})^{-1}$ $\eta \approx 0,522$
	$t(i_e/\hat{I}) / \mu\text{s}$	$t(i_e/\hat{I}) / \mu\text{s}$
5 %	≈ 84	≈ 263
2 %	≈ 106	≈ 329
1 %	≈ 122	≈ 379
0,5 %	≈ 139	≈ 429
0,2 %	≈ 161	≈ 495
0,1 %	≈ 178	≈ 545

A2.2 8/20- μs -Stoßstrom mit verschwindender Steilheit beim Strombeginn

Eine weitere Funktion zur Darstellung eines Stoßstromes der Form $8/20 \mu\text{s}$ soll hier noch erwähnt werden, die im Gegensatz zur obigen Funktion beim Strombeginn ($t = 0$) nicht mit der maximalen Steilheit startet. In [104] und [N19] lautet diese gedämpfte Sinusschwingung:

$$i(t) = 1,4 \cdot \hat{I} \cdot \sin(0,126 (\mu\text{s})^{-1} \cdot t) \cdot e^{-\frac{t}{28,1 \mu\text{s}}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{1 \mu\text{s}}}\right) \quad (\text{A2.26})$$

Der Faktor $(1 - e^{-t})$ bewirkt, dass die Steilheit beim Strombeginn Null ist:

$$\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (\text{A2.27})$$

Mathematisch entsteht mit Hinzunahme des Faktors $(1 - e^{-t})$ aus dem Zeitverlauf 2. Ordnung ein Verlauf 3. Ordnung. Der damit zusätzlich eingeführte 3. Zeitparameter ist eine Zeitkonstante mit dem Wert $1 \mu\text{s}$, die in (A2.26) für die Impulsform $8/20 \mu\text{s}$ festgelegt wurde. Will man den Effekt der verschwindenden Anfangssteilheit für Funktionen anderer Impulsformen mit anderen Stirn- und Rückenhalbwertszeiten nutzen, dann muss in der Regel diese Zeitkonstante neu definiert werden.

Die allgemeine Darstellung der Funktion lautet:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot (1 - e^{-t}) \quad (\text{A2.28})$$

Eine gegenüber (A2.26) genauere Anpassung der Zeitparameter für die Stirnzeit $T_1 = t_S = 8 \mu\text{s}$ und die Rückenhalbwertszeit $T_2 = t_R = 20 \mu\text{s}$ liefert die Werte:

$$\tau \approx 29,94 \mu\text{s} \quad , \quad \omega \approx 0,120 (\mu\text{s})^{-1} \quad , \quad \eta \approx 0,672 \quad , \quad t_{01} \approx 0,145 \mu\text{s} \quad , \quad t_i \approx 10,81 \mu\text{s}$$

Mit der Anwendung der erweiterten Funktion laufen numerische Simulationen stabiler, da die Unstetigkeit beim Start des Stoßstromes abgemildert ist. Außerdem kommen die Beziehungen (A2.26) bzw. (A2.28) dem Zeitverlauf von Stoßströmen näher, welche real in elektrischen Installationen auftreten [N19].

A2.3 Literatur

- [103] Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, 25. Auflage, B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart · Leipzig, Verlag Nauka, Moskau, 1991, ISBN: 3-8154-2000-8, S. 84
- [104] Mansoor, A.; Martzloff, F.D.: Driving High Surge Currents into Long Cables: More Begets Less, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, No. 3, July 1997, pp. 1176 – 1183

- [N18] DIN IEC 60-1 (VDE 0432-1): Hochspannungs-Prüftechnik – Teil 1: Allgemeine Festlegungen und Prüfbedingungen, Juni 1994
- [N19] IEEE Std C62.45TM-2002 (Revision of IEEE Std C62.45-1992): IEEE Recommended Practice on Surge Testing for Equipment Connected to Low-Voltage (1000 V and Less) AC Power Circuits, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., IEEE Power Engineering Society, 11. April 2003

A3 Zeitparameter von Impulsen und ihre Zuordnung zum Zeitverlauf

Unter technischen Zeitparametern sollen die Stirnzeit $T_1 = t_s$ und die Rückenhalbwertszeit $T_2 = t_R$ verstanden werden; diese beschreiben den Impulsverlauf mit der Kurzform T_1/T_2 . Die analytische Beschreibung eines Impulsverlaufes erfolgt hingegen mit den mathematischen Zeitparametern, wie der Zeitkonstante(n) τ_1, τ_2, τ bzw. der Kreisfrequenz ω .

Graphische Darstellungen mit den technischen Zeitparametern und weiteren charakteristischen Zeitkennwerten sind in den Kapiteln 4, A1 und A2 zu finden.

Das minimale Verhältnis von Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit für den ungedämpften periodischen Fall (**Tab. A3.1**), das Verhältnis von Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit für den aperiodischen Grenzfall (**Tab. A3.1**), wie auch der Zusammenhang zwischen Zeitkonstante(n) bzw. Kreisfrequenz und Stirn- bzw. Rückenhalbwertszeit ist von der Definition der Stirn- bzw. Rückenhalbwertszeit für den zeitlichen Impulsverlauf abhängig.

Bei Stoßströmen wird meist die 10%-90%-50%-Definition angewendet ($T_1 = 1,25 \cdot t_a$, $t_{10\%} = 0,1 \cdot T_1 = 0,125 \cdot t_a$, $t_{90\%} = 0,9 \cdot T_1 = 1,125 \cdot t_a$):

Stirnzeit / front time:

$$t_s = t_f = T_1 = \frac{10}{8} \cdot (t_{90\%} - t_{10\%}) = \frac{5}{4} \cdot (t_{90\%} - t_{10\%}) \quad (\text{A3.1})$$

Rückenhalbwertszeit / time to half value (in the tail):

$$t_R = t_t = T_2 = t_{50\%} + \frac{1}{8} \cdot (t_{90\%} - 9 \cdot t_{10\%}) \quad (\text{A3.2})$$

Virtueller Strombeginn / virtual zero time (virtual origin) und virtuelles Strommaximum (virtuelle Scheitelzeit):

$$t_{01} = \frac{1}{8} \cdot (9 \cdot t_{10\%} - t_{90\%}) \quad , \quad t_{11} = t_{01} + T_1 = \frac{1}{8} \cdot (9 \cdot t_{90\%} - t_{10\%}) \quad (\text{A3.3})$$

Umgekehrt können die speziellen Zeitwerte einfach aufgeschrieben werden:

$$t_{10\%} = \frac{1}{10} \cdot t_s + t_{01} \quad , \quad t_{90\%} = \frac{9}{10} \cdot t_s + t_{01} \quad , \quad t_{50\%} = t_R + t_{01} \quad (\text{A3.4})$$

Nutzt man die übliche Anstiegszeit $t_a = t_{90\%} - t_{10\%}$ und eine unübliche Definition der Rückenzeit $t_r = t_{50\%} - t_{10\%}$ (gleiche Bezugszeit $t_{10\%}$ in der Impulsstirn), dann lauten die Stirn- und die Rückenhalbwertszeit:

$$t_s = t_f = T_1 = \frac{10}{8} \cdot t_a = 1,25 \cdot t_a \quad (\text{A3.5})$$

$$t_R = t_t = T_2 = t_r + \frac{1}{8} \cdot t_a = t_r + 0,125 \cdot t_a$$

Für die 30%-90%-50%-Definition, welche allerdings nur bei sehr steilen Impulsspannungen, wie der Blitzstoßspannung 1,2/50 µs, Anwendung findet, gilt

($T_1 = 1,67 \cdot t_a$, $t_{30\%} = 0,3 \cdot T_1 = 0,5 \cdot t_a$, $t_{90\%} = 0,9 \cdot T_1 = 1,5 \cdot t_a$):

$$t_s = t_f = T_1 = \frac{10}{6} \cdot (t_{90\%} - t_{30\%}) = \frac{5}{3} \cdot (t_{90\%} - t_{30\%}) \quad (A3.6)$$

$$t_R = t_l = T_2 = t_{50\%} + \frac{1}{6} \cdot (3 \cdot t_{90\%} - 9 \cdot t_{30\%}) = t_{50\%} + \frac{1}{2} \cdot (t_{90\%} - 3 \cdot t_{30\%}) \quad (A3.7)$$

$$t_{01} = \frac{1}{2} \cdot (3 \cdot t_{30\%} - t_{90\%}) \quad , \quad t_{11} = t_{01} + T_1 = \frac{1}{6} \cdot (7 \cdot t_{90\%} - t_{30\%}) \quad (A3.8)$$

Auch hierfür können wieder die speziellen Zeitwerte angegeben werden:

$$t_{30\%} = \frac{3}{10} \cdot t_s + t_{01} \quad , \quad t_{90\%} = \frac{9}{10} \cdot t_s + t_{01} \quad , \quad t_{50\%} = t_R + t_{01} \quad (A3.9)$$

Eine 0%-100%-50%-Definition, die wiederum bei einer Impulsspannung nämlich der Schaltstoßspannung 250/2500 µs benutzt wird, bedeutet:

$$t_s = t_f = T_1 = t_{100\%} = t_l = t_{11} \quad (A3.10)$$

$$t_R = t_l = T_2 = t_{50\%} \quad (A3.11)$$

$$t_{01} = 0 \quad (A3.12)$$

Allgemein wird für eine A%-B%-C%-Definition vereinbart:
(virtueller Beginn $t_{01} \leq 0$ und $0 \leq a, b, c \leq 1$)

$$\begin{aligned} t_{A\%} &= a \cdot t_s + t_{01} & a &= \frac{A\%}{100\%} & \text{mit} & \quad 0 \leq a < c \\ t_{B\%} &= b \cdot t_s + t_{01} & b &= \frac{B\%}{100\%} & \text{mit} & \quad c < b \leq 1 \\ t_{C\%} &= t_R + t_{01} & c &= \frac{C\%}{100\%} & \text{mit} & \quad a < c < b \end{aligned} \quad (A3.13)$$

Stirnzeit / front time und bzw. mit der Anstiegszeit:

$$t_s = t_f = T_1 = \frac{t_{B\%} - t_{A\%}}{b - a} = \frac{t_a}{b - a} \quad , \quad t_a = t_{B\%} - t_{A\%} \quad (A3.14)$$

Rückenhalfwertszeit / time to half value (in the tail):

$$t_R = t_l = T_2 = t_{C\%} - t_{01} = t_{C\%} + \frac{a \cdot t_{B\%} - b \cdot t_{A\%}}{b - a} = t_{C\%} - t_{A\%} + \frac{t_a}{b/a - 1} \quad (A3.15)$$

Virtueller Strombeginn / virtual zero time (virtual origin) und virtuelles Strommaximum (virtuelle Scheitelzeit):

$$t_{01} = \frac{b \cdot t_{A\%} - a \cdot t_{B\%}}{b - a} = t_{A\%} + \frac{t_a}{1 - b/a}, \quad t_{i1} = t_{01} + T_1 = \frac{(1-a) \cdot t_{B\%} - (1-b) \cdot t_{A\%}}{b - a} \quad (A3.16)$$

Verhältnis von Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit:

$$\frac{t_R}{t_S} = \frac{t_i}{t_f} = \frac{T_2}{T_1} = (b - a) \cdot \frac{t_{C\%} - t_{A\%}}{t_{B\%} - t_{A\%}} + a \quad (A3.17)$$

Außerdem gilt:

$$t_{A\%} = a \cdot t_S - t_R + t_{C\%}, \quad t_{B\%} = b \cdot t_S - t_R + t_{C\%} \quad (A3.18)$$

Allgemeine Relationen zwischen den Größen lauten:

$$\begin{aligned} 0 \leq a \leq 1, \quad 0 \leq b \leq 1, \quad 0 \leq c \leq 1, \quad b > a \\ t_{A\%} > 0, \quad t_{B\%} > 0, \quad t_{C\%} > 0 \\ t_{B\%} > t_{A\%}, \quad t_{C\%} > t_{B\%}, \quad t_{A\%} < t_i, \quad t_{B\%} < t_i, \quad t_{C\%} > t_i \\ t_S > 0, \quad t_R > 0, \quad t_R > t_S \end{aligned} \quad (A3.19)$$

Ebenfall allgemein gilt damit für den virtuellen Strombeginn:

$$t_{01} \begin{cases} \leq 0 \\ > 0 \end{cases} \quad \text{bei} \quad \frac{t_{B\%}}{t_{A\%}} \begin{cases} \geq b \\ < a \end{cases} \quad (A3.20)$$

Für die gängigen Impulsfunktionen 2. Ordnung:

$$\frac{i(t)}{\hat{I}} = \frac{1}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right), \quad \frac{i(t)}{\hat{I}} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{t}{\tau_0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_0}}, \quad \frac{i(t)}{\hat{I}} = \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (A3.21)$$

steht bei $b > a = 0$ fest:

$$t_{01} = t_{A\%} = 0 \quad (A3.22)$$

und bei $b > a > 0$ ist immer:

$$t_{01} < 0 \quad \text{bei} \quad \frac{t_{B\%}}{t_{A\%}} > \frac{b}{a} \quad (A3.23)$$

Für den aperiodischen Grenzfall kann dies einfach nachgewiesen werden:

$$a = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{t_{A\%}}{\tau} \cdot e^{-\frac{t_{A\%}}{\tau}} \quad \text{und} \quad b = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{t_{B\%}}{\tau} \cdot e^{-\frac{t_{B\%}}{\tau}} \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{t_{B\%}}{t_{A\%}} \cdot e^{\frac{t_{A\%} - t_{B\%}}{\tau}} \quad (A3.24)$$

$$\frac{t_{B\%}}{t_{A\%}} > \frac{b}{a} \quad \text{gilt, da bei } t_{B\%} > t_{A\%} \quad \text{und} \quad \tau > 0 \quad e^{\frac{t_{A\%} - t_{B\%}}{\tau}} < 1 \quad (\text{A3.25})$$

Bei Impulsfunktionen höherer Ordnung mit $d^n i/dt^n|_{t=0} = 0$ und $n \geq 1$ ist meist $t_{01} > 0$.

Die folgenden Tabellen beinhalten einige Kennwerte für die drei oben genannten Impulsdefinitionen. Die Kreisfrequenz ω_0 gilt dabei für die ungedämpfte periodische Schwingung (Sinusfunktion für $\tau \rightarrow \infty$).

Tab. A3.1: Minimales Verhältnis (keine Dämpfung) und Produkte aus Kreisfrequenz und Stirn- bzw. Rückenhalbwertszeit

Definition der Zeitparameter des Impulses	minimales Verhältnis von Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit: $m = \min \left(\frac{t_R}{t_S} \right) = \frac{t_R}{t_S} \Big _{\tau \rightarrow \infty}$	Produkt aus Kreisfrequenz und Stirnzeit: $o = \omega_0 \cdot t_S \Big _{\tau \rightarrow \infty} = \omega_0 \cdot \frac{t_R}{m} \Big _{\tau \rightarrow \infty}$	Produkt aus Kreisfrequenz und Rückenhalbwertszeit: $r = \omega_0 \cdot t_R \Big _{\tau \rightarrow \infty} = o \cdot m$
10%-90%-50%	$\approx 2,076$	$\approx 1,275$	$\approx 2,645$
30%-90%-50%	$\approx 2,003$	$\approx 1,358$	$\approx 2,721$
0%-100%-50%	$5/3 \approx 1,667$	$\pi/2 \approx 1,571$	$5 \cdot \pi/6 \approx 2,618$

Tab. A3.2: Aperiodisches Grenzfallverhältnis von Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit sowie Verhältnis der Zeitkonstante beim aperiodischen Grenzfall zu Rückenhalbwertszeit bzw. zu Stirnzeit

Definition der Zeitparameter des Impulses	Verhältnis von Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit für aperiodischen Grenzfall: $q = \frac{t_R}{t_S} \Big _{\tau_1 = \tau_2} = \frac{t_R}{t_S} \Big _{\omega=0}$	Verhältnis von Zeitkonstante zu Rückenhalbwertszeit für aperiodischen Grenzfall: $p = \frac{\tau_0}{t_R} = \frac{d}{q}$	Verhältnis von Zeitkonstante zu Stirnzeit für aperiodischen Grenzfall: $d = \frac{\tau_0}{t_S} = p \cdot q$
10%-90%-50%	$\approx 3,805$	$\approx 0,369$	$\approx 1,403$
30%-90%-50%	$\approx 3,470$	$\approx 0,358$	$\approx 1,242$
0%-100%-50%	$\approx 2,678$	$\approx 0,373$	1,0

Eine Gesamtdarstellung der Größen Zeitkonstante τ_1 und Zeitkonstante τ_2 für den Fall der aperiodischen Dämpfung, Zeitkonstante τ und Reziprokwert der Kreisfrequenz $1/\omega$ für den Fall der periodischen Dämpfung und Zeitkonstante τ_0 für den aperiodischen Grenzfall in einem eingegrenzten Wertebereich zeigt **Abb. A3.1** für die 10%-90%-50%-Impulsdefinition. Dabei wird die Abhängigkeit von der Rückenhalbwertszeit $t_R = T_2$ und als Parameter die Stirnzeit $t_S = T_1$ gewählt, da immer $t_R > t_S$ gilt (**Tab. A3.1**). Die einzelnen Kurven der Größen im Diagramm von **Abb. A3.1** konnten nur durch die numerische Lösung von Gleichungssystemen bestimmt werden.

Bei Impuls- bzw. Stoßströmen ist die Impulsform T_1/T_2 zumeist über die 10%-90%-50%-Impulsdefinition gegeben. Deshalb werden in den folgenden Kapiteln dafür entsprechende Näherungsbeziehungen angegeben.

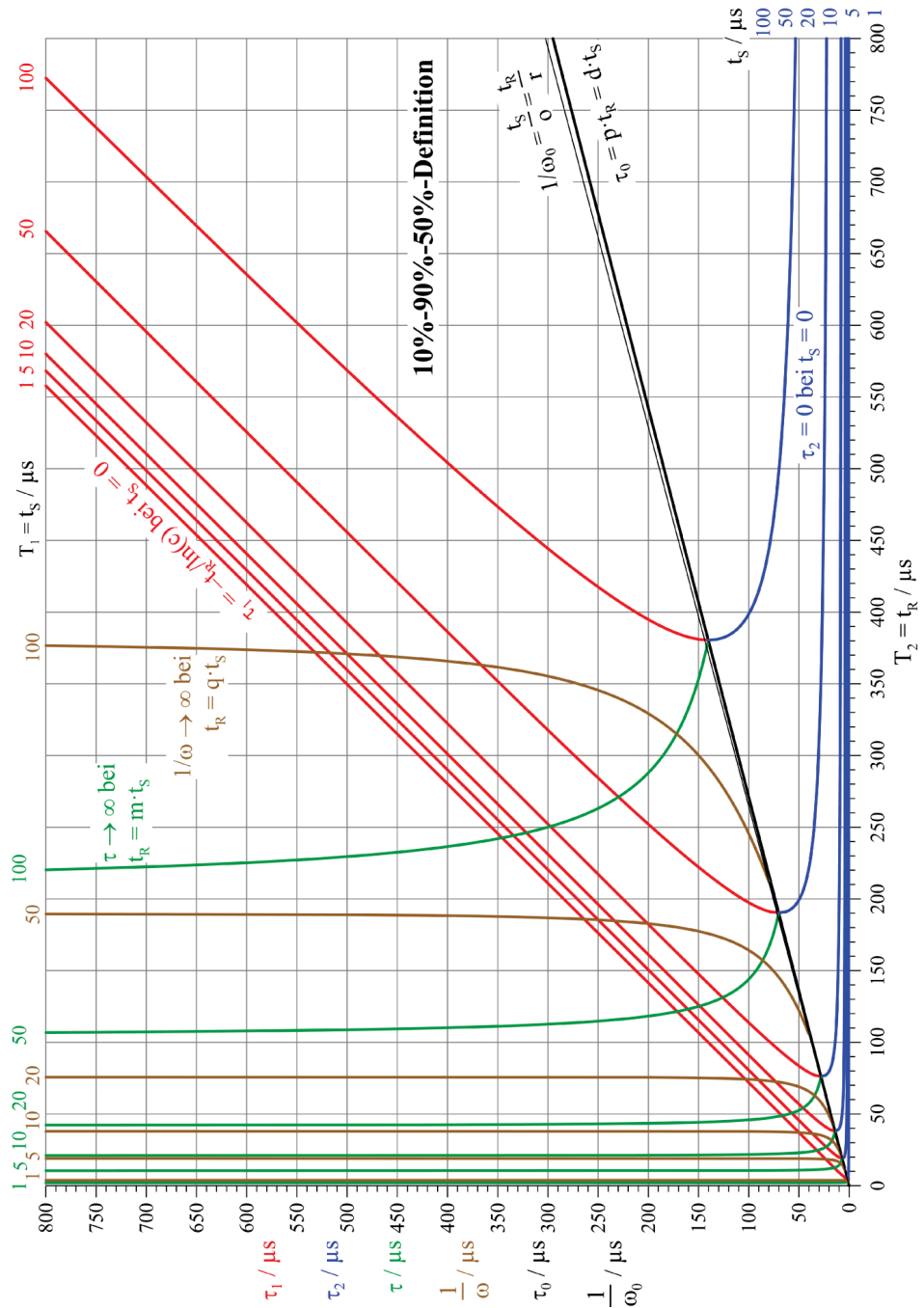


Abb. A3.1: Gesamtdarstellung der Zeitkonstanten in Abhängigkeit von der Stirn- und der Rückenhalbwertszeit für alle Dimensionierungsfälle bei 10%-90%-50%-Impulsdefinition

A3.1 Näherung für Impulsdefinition aperiodisch gedämpfter Stoßströme

Für die 10%-90%-50%-Impulsdefinition gilt näherungsweise:

$$\begin{aligned} \text{Stirnzeit: } T_1 = t_s &\approx e \cdot \tau_2 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}} \approx e \cdot \tau_2 \approx 2,7 \cdot \tau_2 & (A3.27) \\ (\tau_2 << \tau_1) & \\ (\tau_2 < \tau_1/100) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Rückenhalfwertszeit: } T_2 = t_R &\approx \ln(2) \cdot (\tau_1 + \tau_2) + \frac{\ln\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}} \approx \ln(2) \cdot \tau_1 \approx 0,7 \cdot \tau_1 & (A3.28) \\ (\tau_1 >> \tau_2) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Stirnzeitkonstante: } \tau_2 &\approx \frac{1}{e \cdot \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)} \approx \frac{T_1}{e} \approx \frac{T_1}{2,7} & (A3.29) \\ (T_1 << T_2) & \\ (T_1 < T_2/20) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Rückenzeitkonstante: } \tau_1 &\approx \frac{T_2}{\ln(2)} - \frac{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}} \approx \frac{T_2}{\ln(2)} \approx \frac{T_2}{0,7} & (A3.30) \\ (T_2 >> T_1) & \end{aligned}$$

A3.2 Näherung für Impulsdefinition gedämpft schwingender Stoßströme

Für die 10%-90%-50%-Impulsdefinition gilt näherungsweise:

$$\begin{aligned} \text{Stirnzeit: } T_1 &= \frac{10}{8} \cdot \frac{\arcsin\left(\frac{9}{10}\right) - \arcsin\left(\frac{1}{10}\right)}{\omega} \approx \frac{1,274}{\omega} & (A3.31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Rückenhalfwertszeit: } T_2 &\approx \tau \cdot \ln(2) \approx 0,693 \cdot \tau & (A3.32) \\ (\text{stark gedämpfte Schwingung } \tau < 1/\omega) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Rückenhalfwertszeit: } T_2 &\approx \frac{\pi - \arcsin\left(\frac{5}{10}\right)}{\omega} \approx \frac{2,618}{\omega} & (A3.33) \\ (\text{nahezu ungedämpfte Schwingung } \tau >> 1/\omega) & \end{aligned}$$

A3.3 Näherungsweise Bestimmung der mathematischen Zeitparameter anhand einer normierten Funktion aus 2 exponentiellen Anteilen für den aperiodischen Fall

Führt man beim aperiodischen Fall mit starker Dämpfung das Zeitkonstantenverhältnis k ein [105]:

$$k = \frac{\tau_1}{\tau_2} \rightarrow \tau_2 = \frac{\tau_1}{k} \quad (A3.34)$$

dann entsteht aus der Zeitverlaufsfunktion $i(t)$:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \rightarrow i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-k \cdot \frac{t}{\tau_1}} \right) \quad (\text{A3.35})$$

aus dem Scheitelfaktor η :

$$\eta = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \rightarrow \eta = k^{\frac{1}{1-k}} \cdot \left(1 - \frac{1}{k} \right) \quad (\text{A3.36})$$

und aus der Scheitelzeit t_i wird:

$$t_i = \frac{\ln\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}} \rightarrow t_i = \tau_1 \cdot \frac{\ln(k)}{k-1} \quad (\text{A3.37})$$

Weiter wird die normierte Zeit d mit Bezug auf die Scheitelzeit t_i eingeführt:

$$d = \frac{t}{t_i}, \quad t = d \cdot t_i = d \cdot \tau_1 \cdot \frac{\ln(k)}{k-1} \quad (\text{A3.38})$$

Für $t < t_i$ ist damit $d < 1$ und für $t > t_i$ ist $d > 1$. Jetzt kann der Strom zeit- und wertnormiert aufgeschrieben werden, wobei jeder Stromwert auf den Scheitelwert \hat{I} bezogen wird:

$$\frac{i(d)}{\hat{I}} = \frac{e^{-d \frac{\ln(k)}{k-1}} - e^{-k d \frac{\ln(k)}{k-1}}}{e^{-\frac{\ln(k)}{k-1}} - e^{-k \frac{\ln(k)}{k-1}}} = \frac{1}{k-1} \cdot \left(k^{\frac{k-d}{k-1}} - k^{\frac{d+1}{k-1}} \right) = k^{\frac{d-k}{1-k}} \cdot \frac{1-k^{-d}}{k-1} \quad (\text{A3.39})$$

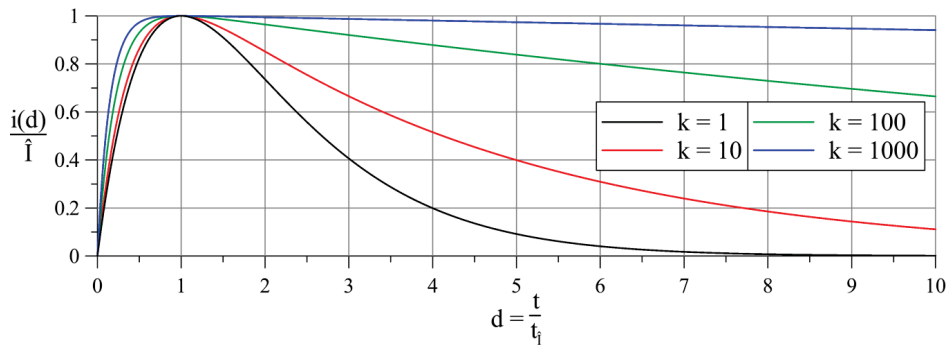


Abb. A3.2: Zeit- und wertnormierte aperiodische Stromverläufe

Für verschiedene k ergeben sich unterschiedliche impulsförmige Verläufe, wie **Abb. A3.2** zeigt, die alle den Maximalwert 1 bei $d = 1$ aufweisen. Das Verhältnis k kann im Bereich 1 bis $+\infty$ liegen. Bei $k = 1$ liegt der aperiodische Grenzfall vor und für $k \rightarrow \infty$ strebt die normierte Stromfunktion (A3.39) für alle $0 < d < 1$ gegen 1.

Hier sollen wieder Stirn- und Rückenhalbwertszeit T_1 und T_2 , und zwar zunächst speziell für die 10%-90%-50%-Impulsdefinition Verwendung finden. In Abhängigkeit vom Zeitkonstantenverhältnis k , dass praktisch mit einem Bereich von $> 1 \dots 10000$ abgedeckt wird ($k = 1$ ist der aperiodische Grenzfall), werden folgende Funktionen berechnet:

$$\frac{i(d)}{\hat{I}} = \frac{1}{10} \rightarrow d_{10\%} = f(k) \quad , \quad 0 < d < 0,04 \quad (A3.40)$$

$$\frac{i(d)}{\hat{I}} = \frac{9}{10} \rightarrow d_{90\%} = f(k) \quad , \quad 0,25 < d < 0,61 \quad (A3.41)$$

$$\frac{i(d)}{\hat{I}} = \frac{1}{2} \rightarrow d_{50\%} = f(k) \quad , \quad d > 2,67 \quad (A3.42)$$

Daraus lassen sich die mit der Scheitelzeit t_i normierte Stirn- und Rückenhalbwertszeit sowie das Verhältnis der normierten technischen Zeitparameter bestimmen:

$$\frac{T_1}{t_i} = \frac{5}{4} \cdot (d_{90\%} - d_{10\%}) \quad (A3.43)$$

$$\frac{T_2}{t_i} = d_{50\%} + \frac{1}{8} \cdot (d_{90\%} - 9 \cdot d_{10\%}) \quad (A3.44)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{5} \cdot \frac{d_{50\%} - d_{10\%}}{d_{90\%} - d_{10\%}} + \frac{1}{10} \quad (A3.45)$$

In den Diagrammen von **Abb. A3.3** und **Abb. A3.4** sind die numerisch berechneten Funktionen dargestellt.

Die Vorgehensweise bei gegebener Stirn- und Rückenhalbwertszeit T_1 und T_2 zur Ermittlung der Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 ist wie folgt.

Zuerst wird für das Verhältnis T_2/T_1 der Wert für k aus dem Diagramm **Abb. A3.3** oder **Abb. A3.4** entnommen (blaue Kurve). Dieses k wird in einer der Kurven T_1/t_i oder T_2/t_i eingesetzt. Mit dem abgelesenen Wert T_1/t_i oder T_2/t_i und dem gegebenen Wert T_1 oder T_2 ergibt sich t_i . Über die oben schon genannten Beziehungen berechnen sich die Zeitkonstanten:

$$\tau_1 = \frac{k-1}{\ln(k)} \cdot t_i \quad \text{bzw.} \quad \tau_2 = \frac{\tau_1}{k} \quad (A3.46)$$

Bei gegebenen Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 kann die Prozedur sinngemäß rückwärts angewendet werden. Mit dem Verhältnis der Zeitkonstanten ist k bekannt und mit k sowie τ_1 wird die Scheitelzeit t_i berechnet. Die Werte der Kurven T_1/t_i und T_2/t_i werden für k aus **Abb. A3.3** oder **Abb. A3.4** abgelesen. Mit diesen Werten und t_i können die Stirn- und Rückenhalbwertszeit T_1 und T_2 angegeben werden.

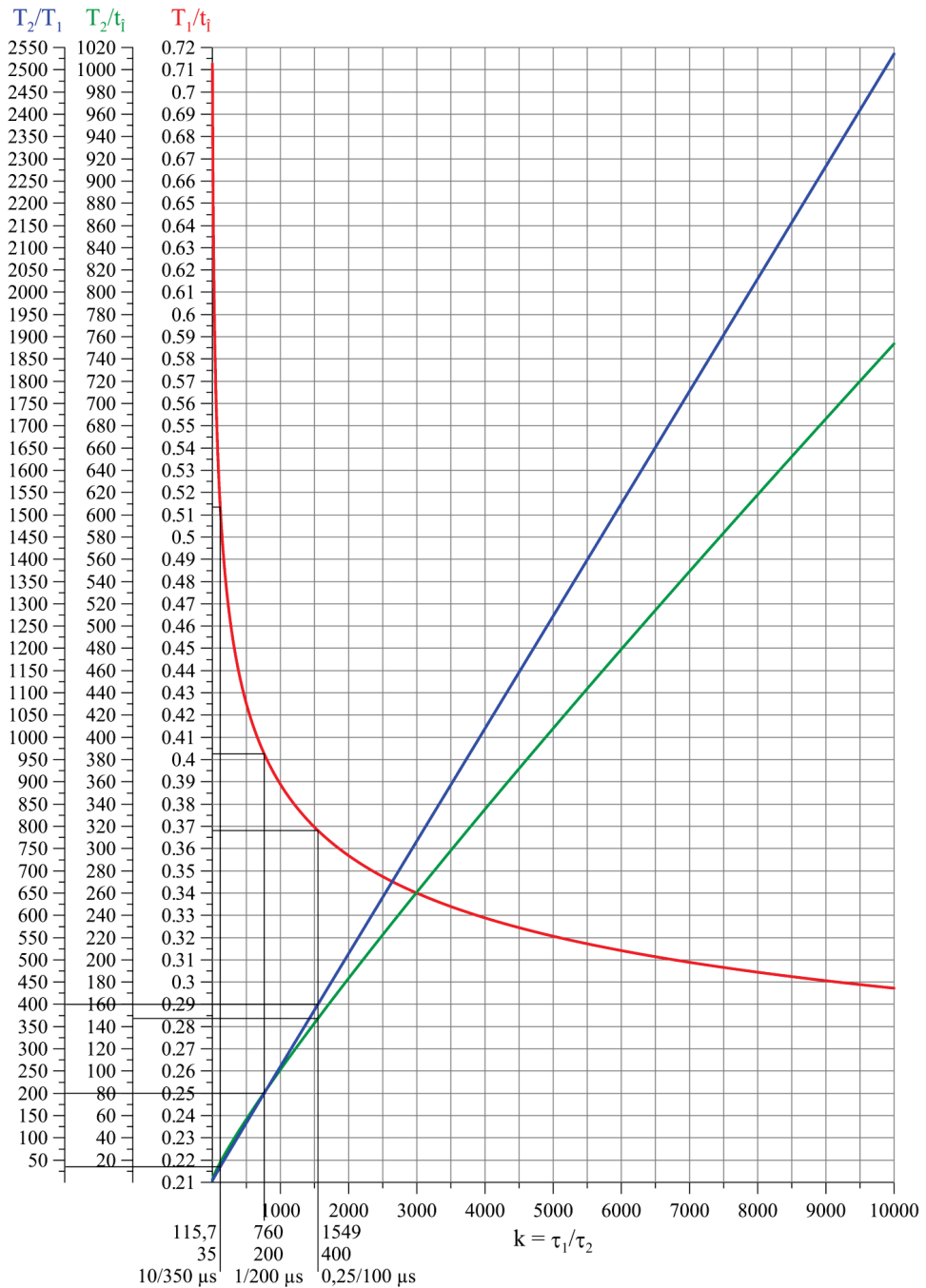


Abb. A3.3: Normierte Stirn- und Rückenhalfwertszeit sowie Rückenhalfwerts- zu Stirnzeit in Abhängigkeit vom Zeitkonstantenverhältnis bis $k = 10000$ für aperiodische Impulse

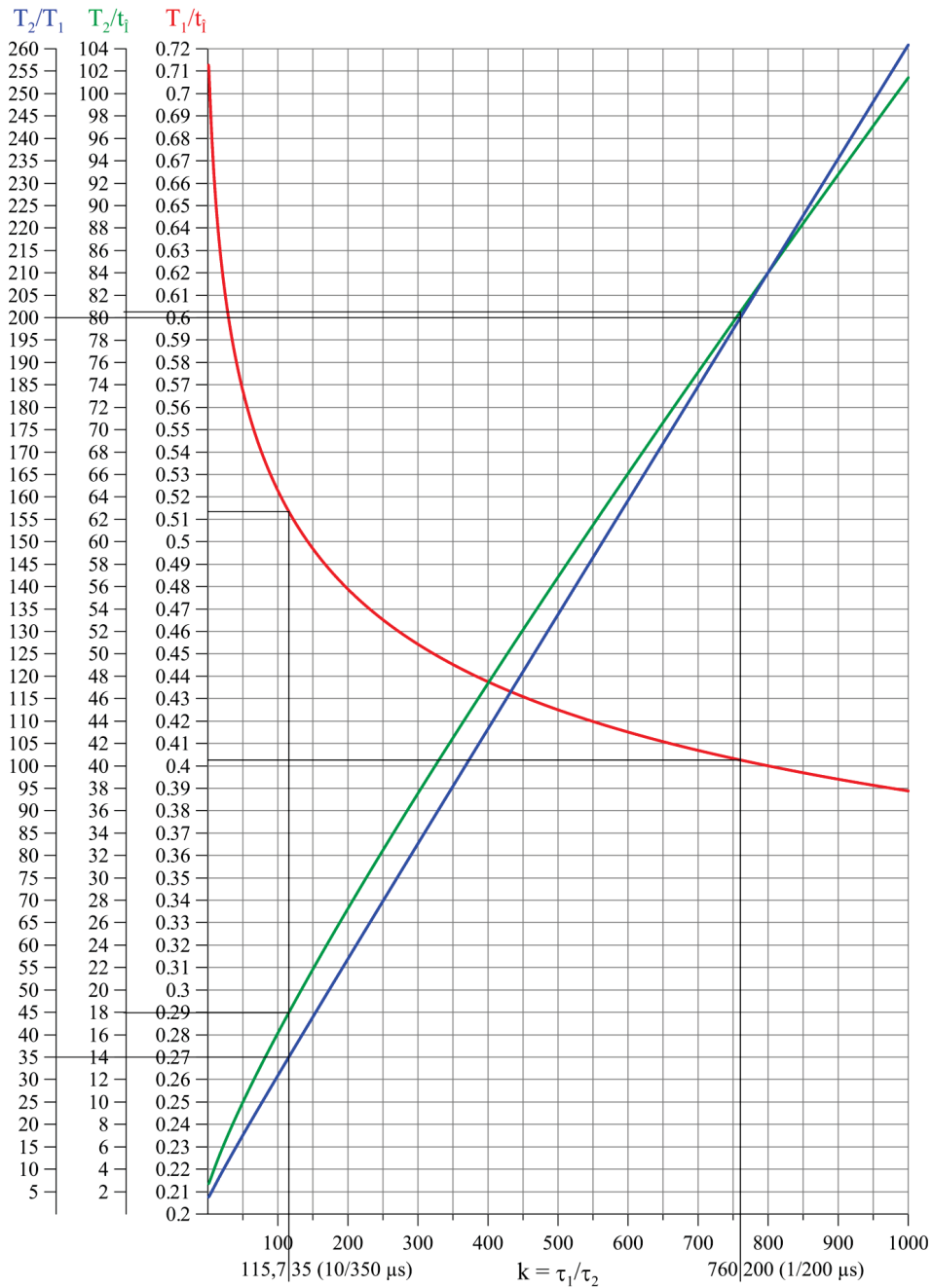


Abb. A3.4: Normierte Stirn- und Rückenhalfwertszeit sowie Rückenhalfwerts- zu Stirnzeit in Abhängigkeit vom Zeitkonstantenverhältnis bis $k = 1000$ für aperiodische Impulse

Für andere Impulsdefinitionen (30%-90%-50% oder 0%-100%-50%) müssen die Kurven numerisch neu berechnet werden. Zur 30%-90%-50%-Impulsdefinition ist nur $d_{30\%}$ neu anzugeben:

$$\frac{i(d)}{\hat{i}} = \frac{3}{10} \rightarrow d_{30\%} = f(k) \quad , \quad 0 < d < 0,13 \quad (A3.47)$$

Die Funktionen und das Verhältnis der normierten technischen Zeitparameter sind dann:

$$\frac{T_1}{t_i} = \frac{5}{3} \cdot (d_{90\%} - d_{30\%}) \quad (A3.48)$$

$$\frac{T_2}{t_i} = d_{50\%} + \frac{1}{2} \cdot (d_{90\%} - 3 \cdot d_{30\%}) \quad (A3.49)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{5} \cdot \frac{d_{50\%} - d_{30\%}}{d_{90\%} - d_{30\%}} + \frac{3}{10} \quad (A3.50)$$

Für die 0%-100%-50%-Impulsdefinition ist $d_{100\%}$ (entspricht t_i) zu verwenden:

$$\frac{i(d)}{\hat{i}} = 0 \rightarrow d_{0\%} = f(k) = 0 \quad \text{und} \quad \frac{i(d)}{\hat{i}} = 1 \rightarrow d_{100\%} = f(k) = 1 \quad (A3.51)$$

Die Funktionen und das Verhältnis der normierten technischen Zeitparameter sind dann:

$$\frac{T_1}{t_i} = d_{100\%} - d_{0\%} = 1 \quad , \quad \frac{T_2}{t_i} = d_{50\%} \quad , \quad \frac{T_2}{T_1} = d_{50\%} \quad (A3.52)$$

Die Darstellung in **Abb. A3.5** zeigt die Kurven für alle 3 Impulsdefinitionen in der Gegenüberstellung. Die Kurven für T_2/t_i sind nicht exakt gleich, liegen aber fast übereinander, die Unterschiede sind marginal und können in dieser Diagrammdarstellung nicht sichtbar gemacht werden. Für den ganzen Bereich liegt die Kurve T_2/t_i bei 30%-90%-50%-Definition über der Kurve bei 10%-90%-50%-Definition und diese wiederum über der Kurve bei 0%-100%-50%-Definition.

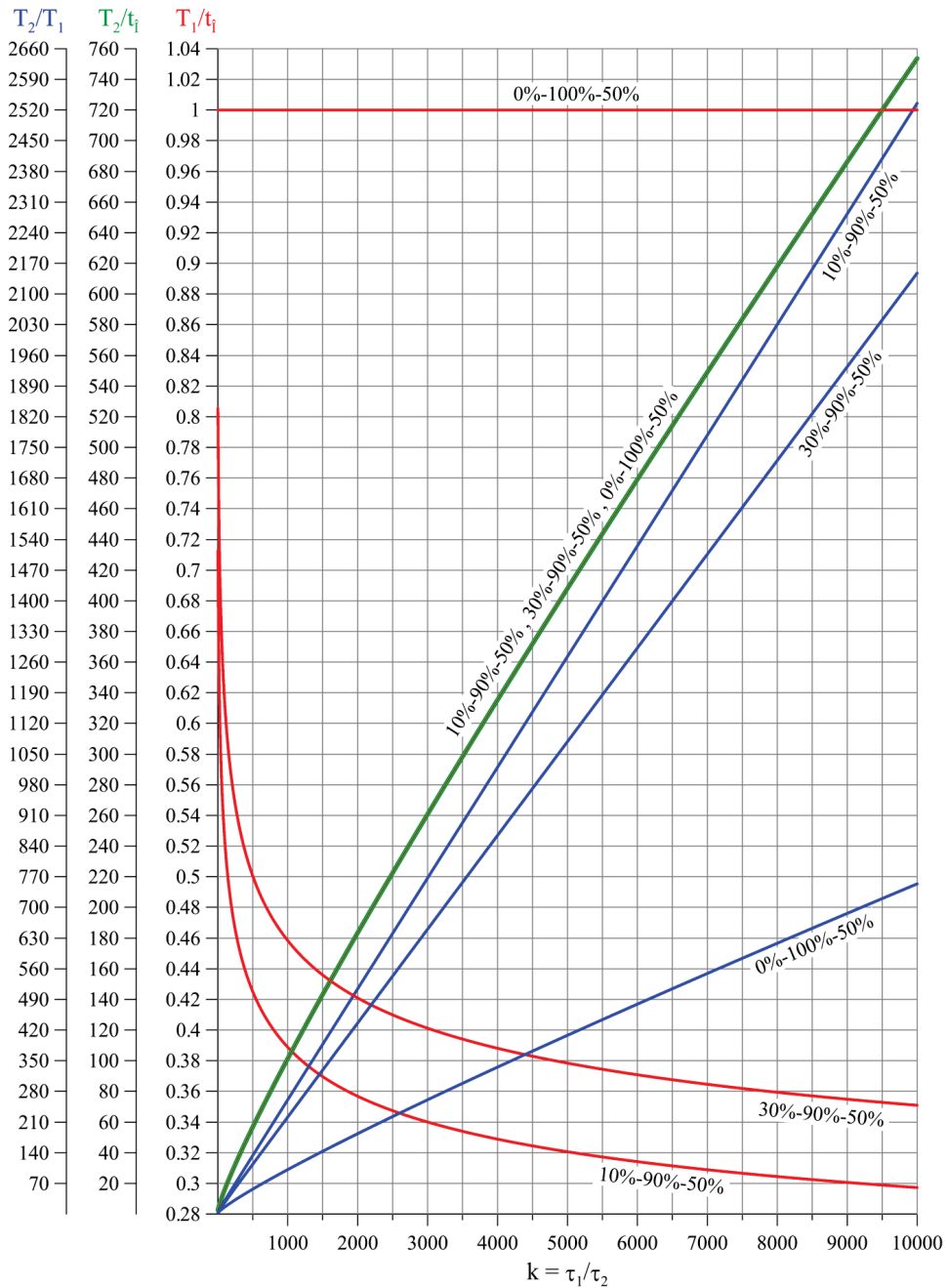


Abb. A3.5: Gegenüberstellung der normierten Stirn- und Rückenhalfwertszeit sowie des Verhältnisses Rückenhalfwerts- zu Stirnzeit in Abhängigkeit vom Zeitkonstantenverhältnis für die 10%-90%-50%- , 30%-90%-50%- und die 0%-100%-50%-Impulsdefinition für aperiodische Impulse

A3.4 Näherungsweise Bestimmung der mathematischen Zeitparameter anhand einer normierten abklingenden Sinusfunktion für den Schwingfall

Für den Schwingfall mit schwacher Dämpfung lauten die Stromfunktion, der Stromausnutzungsfaktor und die Scheitelzeit:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad , \quad \eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} \quad , \quad t_i = \frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} \quad (\text{A3.53})$$

Die Zusammenfassung der Kreisfrequenz ω und der Zeitkonstante τ zum Faktor f ergibt folgenden Stromausnutzungsfaktor und folgende Scheitelzeit:

$$f = \omega \cdot \tau \quad (\text{A3.54})$$

$$\eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(f)}{f}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{f^2}}} \quad , \quad t_i = \frac{\arctan(f)}{\omega} = \tau \cdot \frac{\arctan(f)}{f} \quad (\text{A3.55})$$

Der Faktor f ist eine andere Größe als der Faktor k beim aperiodischen Stromverlauf und umfasst den Wertebereich 0 bis $+\infty$. Der Stromverlauf für $f = 0$ (Grenzwert von rechts) entspricht dabei dem aperiodischen Grenzfall und für $f \rightarrow \infty$ ergibt sich die ungedämpfte Sinusschwingung $\sin(\pi/2 \cdot d)$.

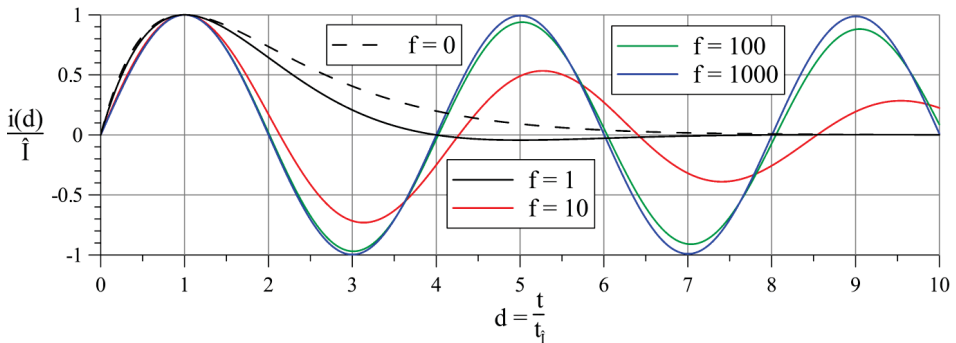


Abb. A3.6: Zeit- und wertnormierte periodische Stromverläufe

Mit der normierten Zeit $d = t/t_i$ entsteht der zeit- und wertnormierte periodische Impulsverlauf:

$$\frac{i(d)}{\hat{I}} = \sqrt{1 + \frac{1}{f^2}} \cdot e^{(1-d) \cdot \frac{\arctan(f)}{f}} \cdot \sin(d \cdot \arctan(f)) \quad (\text{A3.56})$$

Wieder ergeben sich zu verschiedenen f unterschiedliche schwingende Impulsverläufe, die alle den (ersten) Maximalwert 1 bei $d = 1$ aufweisen (**Abb. A3.6**). Die normierten Zeitwerte lassen sich numerisch berechnen. In den Diagrammen von **Abb. A3.7** und **Abb. A3.8** sind wieder die normierten technischen Zeitparameter und das Verhältnis von Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit dargestellt.

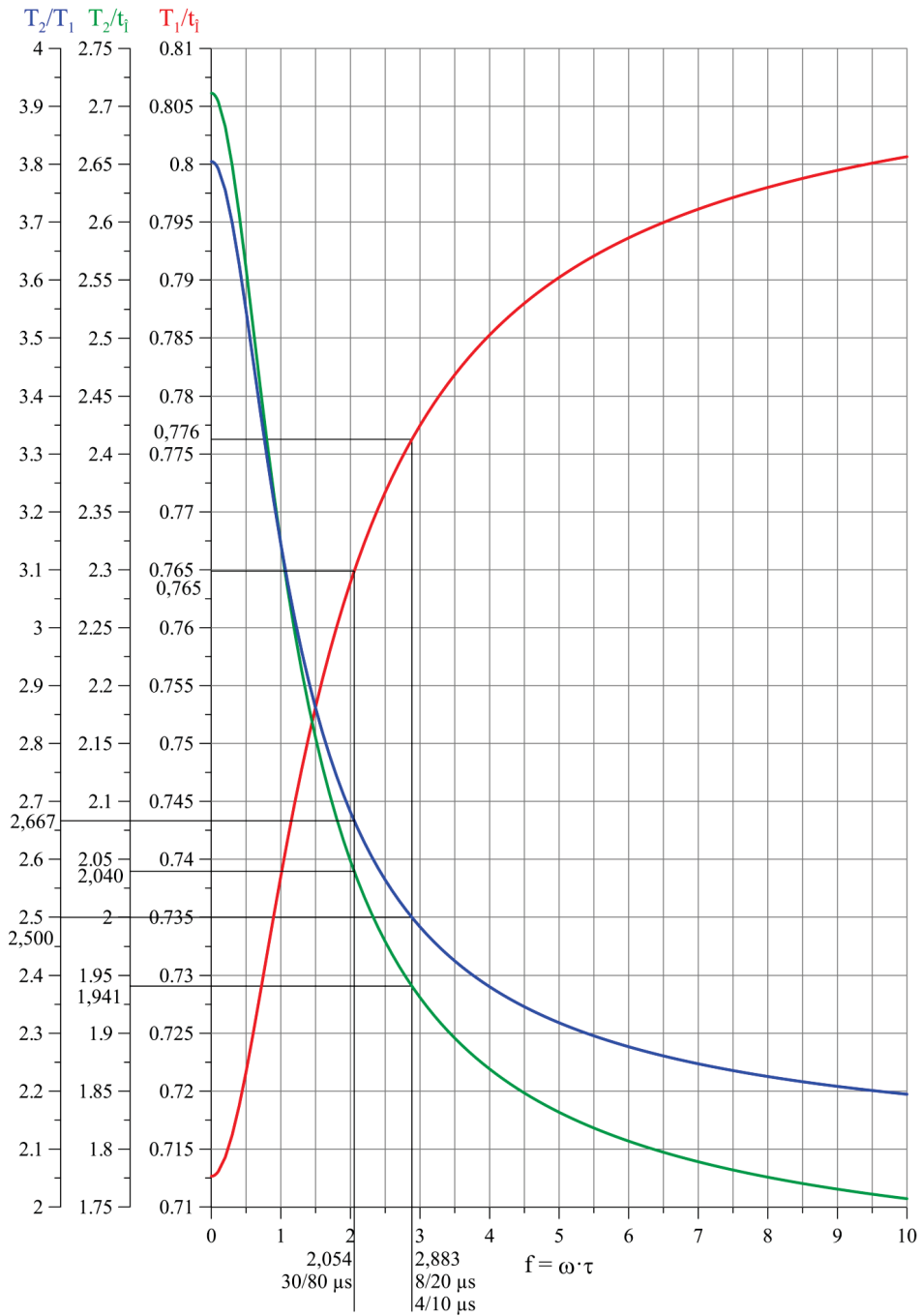


Abb. A3.7: Normierte Stirn- und Rückenhalfwertszeit sowie Rückenhalfwerts- zu Stirnzeit in Abhängigkeit vom Faktor f bis $f = 10$ für schwingende Impulse

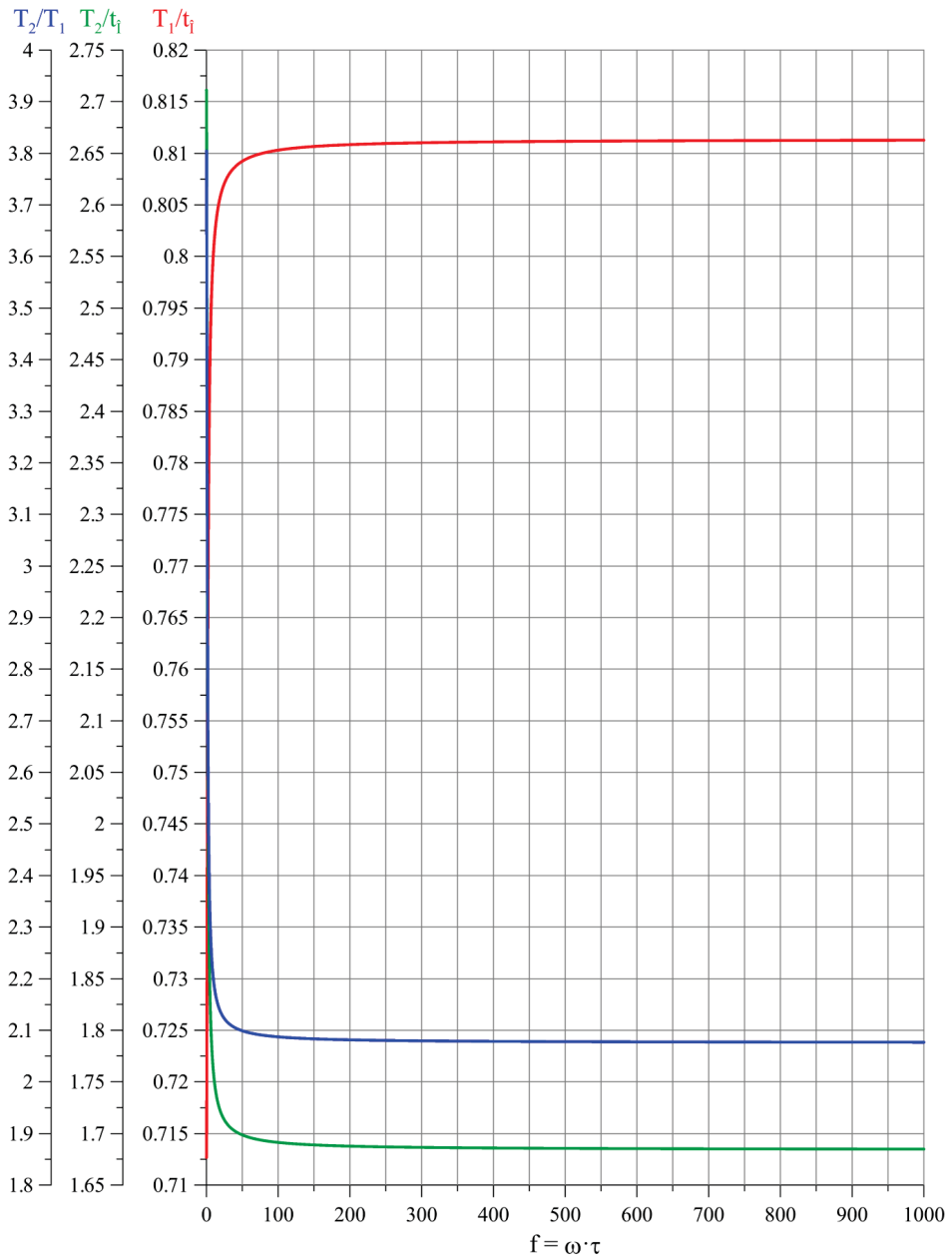


Abb. A3.8: Normierte Stirn- und Rückenhalbwertszeit sowie Rückenhalbwerts- zu Stirnzeit in Abhängigkeit vom Faktor f bis $f = 1000$ für schwingende Impulse

A3.5 Literatur

- [105] Kaiser, K.L.: Electromagnetic Compatibility Handbook, CRC Press, Boca Raton, FL · London · New York, NY · Washington, D.C., 2005, ISBN: 0-8493-2087-9, pp. 12-193 – 12-197

A4 Dimensionierung von CLR-Stoßkreisen

A4.1 Beziehungen für den CLR-Reihenkreis

Zur Erzeugung von energiereichen Impulsströmen werden elektrische Kreise mit passiven Energiespeicherelementen eingesetzt. Die einfachste und mathematisch wie auch bei einer Simulation übersichtlichste Schaltung ist der CLR-Reihenschwingkreis (**Abb. A4.1**). In der Regel sind die Kapazität C als eine konzentrierte Kondensatorbatterie und der Wirkwiderstand R als ein oder mehrere niederohmige Widerstandselemente konstruktiv aufgebaut. Durch die hohe Änderungsgeschwindigkeit des Impulsstromes werden die parasitären Induktivitäten L des Kreises voll wirksam und müssen bei einer Berechnung berücksichtigt werden. Die wirksame Reiheninduktivität bestimmt wesentlich die Anfangsteilheit des Stromimpulses.

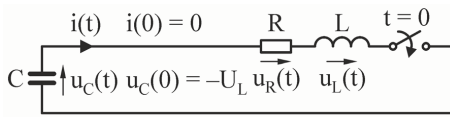


Abb. A4.1: Ersatzschaltbild eines CLR-Reihen(schwing)kreises bei der Entladung einer Stoßkapazität

In einem Reihenkreis mit zwei Energiespeichern sind die Dämpfungskonstante (-ziffer, -koeffizient) [106]:

$$\delta = \frac{R}{2 \cdot L} \quad (\text{A4.1})$$

die Resonanzfrequenz (Eigenfrequenz) [106]:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad (\text{A4.2})$$

und die Schwingungsfrequenz:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2} \quad (\text{A4.3})$$

Die (Kreis-)Güte im Reihen-CLR-Kreis ist definiert zu:

$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{A4.4})$$

Zunächst soll der idealisierte CLR-Reihenkreis mathematisch hinsichtlich der Impulsstromerzeugung diskutiert werden. Dies ist einer der einfachsten Kreise mit zwei unabhängigen und in dem Fall auch verschiedenartigen Energiespeichern (C, L).

Die Maschengleichung:

$$u_C(t) + u_R(t) + u_L(t) = 0 \quad (\text{A4.5})$$

führt nach Einführung des gesuchten Stromes $i(t)$ auf:

$$\frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0 \quad (\text{A4.6})$$

Die charakteristischen Parameter R , L und C der Stromkreiselemente sollen konstant, d.h. unabhängig vom Strom i und der Zeit t sein. Die Ableitung der Gleichung nach der Zeit t und die Division durch L ergibt die Differentialgleichung 2. Ordnung mit den Anfangsbedingungen:

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{L \cdot C} = 0, \quad i(t)|_{t=0} = 0 = i(0), \quad \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{U_L}{L} = \dot{i}(0) \quad (\text{A4.7})$$

Das negative Vorzeichen der Ladespannung U_L in **Abb. A4.1** resultiert aus der Festlegung der Spannungsrichtung im Ersatzschaltbild. Die Integration der Differentialgleichung führt auf die allgemeine Lösung:

$$i(t) = \frac{U_L}{L} \cdot \frac{e^{-\frac{R}{2L}t}}{\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t\right) \quad (\text{A4.8})$$

Die allgemeine Gleichung beinhaltet eine Lösungsvielfalt mit 5 verschiedenen Typen in Abhängigkeit von der Dämpfung im System, nach **Tab. A4.1** ausgedrückt über den Wirkwiderstand R . Davon sind drei Lösungen Grenzfälle, die praktisch nicht oder nur näherungsweise zur Anwendung kommen. Zwischen den Grenzfällen ergeben sich zwei Lösungsbereiche, die praktisch genutzt werden.

Tab. A4.1: Lösungsvielfalt des einfachen CLR-Systems in Abhängigkeit von der Kreisdämpfung

Lösungsvielfalt				
Grenzfall $R = 0$	Lösungsbereich -----	Grenzfall 	Lösungsbereich -----	Grenzfall $R \rightarrow \infty$
$R \ll 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$	$0 < R < 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$	$R = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$	$2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} < R < \infty$	$R \gg 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$
Schwingfall, ungedämpft	Schwingfall, periodisch gedämpft	aperiodischer Grenzfall	Kriechfall, aperiodisch gedämpft	Fall ohne Entladung, kein Stromfluss
keine Dämpfung	unterkritische bzw. schwache Dämpfung	kritische Dämpfung	überkritische bzw. starke Dämpfung	maximale Dämpfung
nondamped	oscillatory, underdamped	critically damped	overdamped, nonoscillatory (dead-beat)	maximally damped

Die Dämpfung als Unterscheidungskriterium wird dabei über die Größe des Widerstandes in Bezug auf das Verhältnis der Blindelemente (Speicherelemente C und L) angegeben. Die für die 5 speziellen Fälle anzugebenden Lösungen sind in **Tab. A4.2** aufgeschrieben.

Tab. A4.2: Lösungen für die Spezialfälle

Wirkwiderstand R in Bezug zur charakteristischen Kreisimpedanz Z	Zeitlicher Stromverlauf als Lösung der Differentialgleichung
	Anmerkungen
$R = 0$, $R \ll Z \rightarrow$	$i(t) = \dot{i}(0) \cdot \sqrt{L \cdot C} \cdot \sin(\sqrt{L \cdot C} \cdot t)$ $e^{-0} = 1$, $\sinh(j \cdot x) = j \cdot \sin(x)$
$R < 2 \cdot Z = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow$	$i(t) = \dot{i}(0) \cdot \frac{e^{-\frac{R}{2L}t}}{\sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2} \cdot t\right)$ $\sinh(j \cdot x) = j \cdot \sin(x)$
$R = 2 \cdot Z = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow$	$i(t) = \dot{i}(0) \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot t$ $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{\sinh(a \cdot t)}{a} = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{\sin(b \cdot t)}{b} = t$
$R > 2 \cdot Z = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow$	$i(t) = \dot{i}(0) \cdot \frac{e^{-\frac{R}{2L}t}}{\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t\right)$
$R \rightarrow \infty$, $R \gg Z \rightarrow$	$i(t) = \dot{i}(0) \cdot 0 = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x \cdot t}}{x} \cdot \sinh(x \cdot t) = 0$

Die Zeitverlaufsfunction und die n-te zeitliche Ableitung des Stromes lauten mit den Kreiselementen:

$$\begin{aligned}
 i(t) &= U_L \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \frac{2}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t\right) \\
 &= \frac{U_L}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \left(e^{\left(-\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}\right)t} - e^{\left(-\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}\right)t} \right)
 \end{aligned} \tag{A4.9}$$

$$\frac{d^n i(t)}{dt^n} = \frac{U_L}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \left(\left(-\frac{R}{2 \cdot L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \right)^n \cdot e^{\left(-\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}\right)t} - \left(-\frac{R}{2 \cdot L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \right)^n \cdot e^{\left(-\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}\right)t} \right) \tag{A4.10}$$

Die maximale Steilheit des Stromes tritt bei $t = 0$ auf und ist:

$$\left(\frac{di(t)}{dt} \right)_{\max} = \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{U_L}{L} \tag{A4.11}$$

Das unbestimmte und das bestimmte Zeitintegral des Stromes bzw. die Ladung lauten:

$$\int i(t) dt = -U_L \cdot C \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \sinh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L} \right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t \right) + \cosh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L} \right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t \right) \right) \quad (A4.12)$$

$$\int_{t=0}^{t=t_1} i(t) dt = U_L \cdot C \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{2L}t_1} \cdot \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \sinh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L} \right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1 \right) + \cosh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L} \right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \cdot t_1 \right) \right) \right)$$

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = U_L \cdot C \quad (A4.13)$$

Das unbestimmte und das bestimmte Zeitintegral des Stromquadrates bzw. die Spezifische Energie sind:

$$\int i^2(t) dt = \frac{U_L^2}{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \left(\frac{2 \cdot L}{R} - \sqrt{\left(\frac{C \cdot R}{2} \right)^2 - L \cdot C} \cdot \sinh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{L} \right)^2 - \frac{4}{L \cdot C}} \cdot t \right) - \frac{C \cdot R}{2} \cdot \cosh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{L} \right)^2 - \frac{4}{L \cdot C}} \cdot t \right) \right) \quad (A4.14)$$

$$\int_{t=0}^{t=t_1} i^2(t) dt = \frac{U_L^2}{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}} \cdot \left(e^{-\frac{R}{L}t_1} \cdot \left(\frac{2 \cdot L}{R} - \sqrt{\left(\frac{C \cdot R}{2} \right)^2 - L \cdot C} \cdot \sinh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{L} \right)^2 - \frac{4}{L \cdot C}} \cdot t_1 \right) - \frac{C \cdot R}{2} \cdot \cosh \left(\sqrt{\left(\frac{R}{L} \right)^2 - \frac{4}{L \cdot C}} \cdot t_1 \right) \right) - \left(-\frac{2 \cdot L}{R} + \frac{C \cdot R}{2} \right) \right)$$

$$I^2 t_{\text{Ges}} = SE_{\text{Ges}} = \left(\frac{W}{R} \right)_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \frac{1}{2} \cdot U_L^2 \cdot \frac{C}{R} \quad (\text{A4.15})$$

Die Scheitelzeit und der Stromscheitelwert berechnen sich zu:

$$t_1 = \frac{L}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}}}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}}} \right) \quad (\text{A4.16})$$

$$\hat{i} = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}}}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}}} \right)^{\frac{1}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}}}} \quad (\text{A4.17})$$

Die Wendepunktzeit und der Wendepunkt (im Rücken) werden berechnet über:

$$t_w = \frac{L}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}} - \frac{2}{R^2} \cdot \frac{L}{C}}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}} - \frac{2}{R^2} \cdot \frac{L}{C}} \right) \quad (\text{A4.18})$$

$$i_w = U_L \cdot R \cdot \frac{C}{L} \cdot \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}} - \frac{2}{R^2} \cdot \frac{L}{C}}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}} - \frac{2}{R^2} \cdot \frac{L}{C}} \right)^{\frac{1}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}}}} \quad (\text{A4.19})$$

Bei gegebener Ladespannung U_L und gegebener Stoßkapazität C sind die Ausgangsladung $U_L \cdot C$ und die Energie $U_L^2 \cdot C/2$ im Kreis fest.

A4.2 Normierte Stromverläufe im CLR-Reihenkreis

Der Stromverlauf eines CLR-Reihenkreises kann anhand der Kreiselemente zeit- und wertnormiert entsprechend **Abb. A4.2** dargestellt werden ([106], [108]):

$$t_n = \frac{t}{T} = \frac{t}{\sqrt{L \cdot C}} \quad , \quad i_n = \frac{i}{\hat{i}_m} = \frac{i}{\frac{U_L}{Z}} = \frac{i}{\frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C}}}} \quad (\text{A4.20})$$

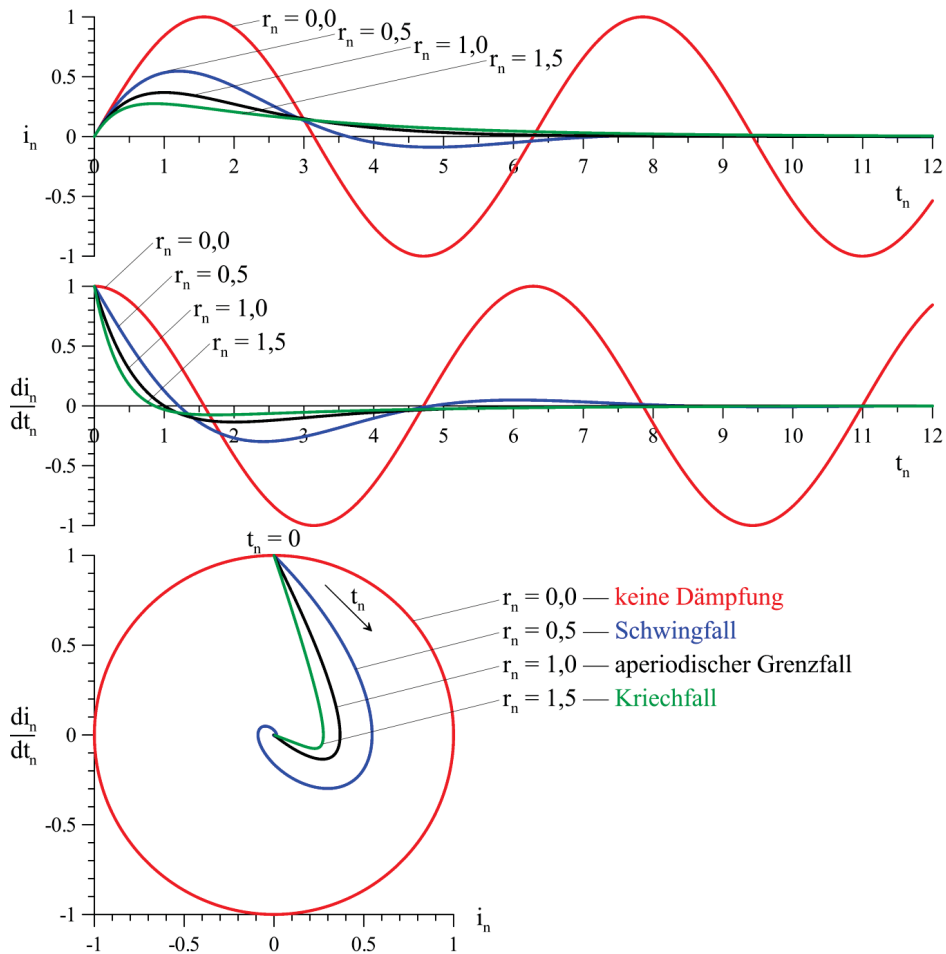


Abb. A4.2: Normierte Stromverläufe und deren zeitliche Ableitung bei unterschiedlicher normierter Dämpfung

Ebenso wird die Dämpfung bzw. der Dämpfungswiderstand im Kreis normiert angegeben:

$$r_n = \frac{R}{R_{\text{aper}}} = T \cdot \delta = \frac{R}{2 \cdot Z} = \frac{R}{2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (\text{A4.21})$$

In den Beziehungen sind T die charakteristische Zeit des Kreises, \hat{I}_m der Scheitelwert des Stromverlaufes ohne Dämpfung ($\delta = 0$), Z die charakteristische Kreisimpedanz (äquivalenter Wellenwiderstand), R_{aper} der Kreiswiderstand für den aperiodischen Grenzfall und $\delta = R/(2 \cdot L)$ der Dämpfungsfaktor.

A4.3 Wellenwiderstand von CLR-Reihenkreisen

Mit Einführung eines äquivalenten Wellenwiderstandes Z und einem Dämpfungsgrad a des CLR-Reihenkreises:

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad , \quad a = \frac{R}{2 \cdot Z} \quad (\text{A4.22})$$

kann für das Stromschieitelwert-Ladespannungs-Verhältnis geschrieben werden:

$$\frac{\hat{i}}{U_L} = \frac{\left(\frac{a - \sqrt{a^2 - 1}}{a + \sqrt{a^2 - 1}} \right)^{\frac{1}{a + \sqrt{a^2 - 1} - 1}} - \left(\frac{a - \sqrt{a^2 - 1}}{a + \sqrt{a^2 - 1}} \right)^{\frac{1}{1 - a - \sqrt{a^2 - 1}}}}{2 \cdot Z \cdot \sqrt{a^2 - 1}} \quad (\text{A4.23})$$

Mit der Bezugsgröße Wellenwiderstand Z erhält man eine dimensionslose Größe, die einem Leitwert entspricht:

$$\frac{\hat{i}/U_L}{1/Z} = \frac{\hat{i}}{U_L} \cdot Z = \frac{\left(\frac{a - \sqrt{a^2 - 1}}{a + \sqrt{a^2 - 1}} \right)^{\frac{1}{a + \sqrt{a^2 - 1} - 1}} - \left(\frac{a - \sqrt{a^2 - 1}}{a + \sqrt{a^2 - 1}} \right)^{\frac{1}{1 - a - \sqrt{a^2 - 1}}}}{2 \cdot \sqrt{a^2 - 1}} \quad (\text{A4.24})$$

Die Betrachtung anhand der Gleichung (A4.24) sowie der Bilder **Abb. A4.3** und **Abb. A4.4** zeigt, dass im Schwingfall bei schwacher Dämpfung ($a < 1$) die größten Stromschieitelwerte erreicht werden. Im Extremfall bei verschwindender Dämpfung $a = 0$ wird $\hat{I} = U_L/Z$. Ausgehend vom aperiodischen Grenzfall ($a = 1$) nimmt bei zunehmender Dämpfung ($a > 1$) die Stromamplitude ab und verschwindet für $a \rightarrow \infty$ ($R \gg Z$).

In den Diagrammen von **Abb. A4.3** und **Abb. A4.4** ist $D = 1/T^2 - \delta^2 = 1/(L \cdot C) - R^2/(4 \cdot L^2)$ die Diskriminante zur Fallunterscheidung.

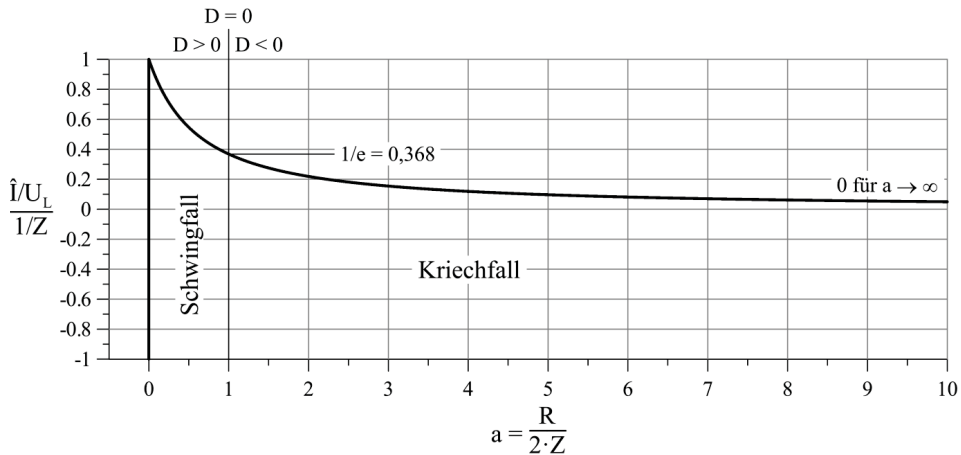


Abb. A4.3: Bezogenes Stromschieitelwert-Ladespannungs-Verhältnis in Abhängigkeit vom Dämpfungsgrad

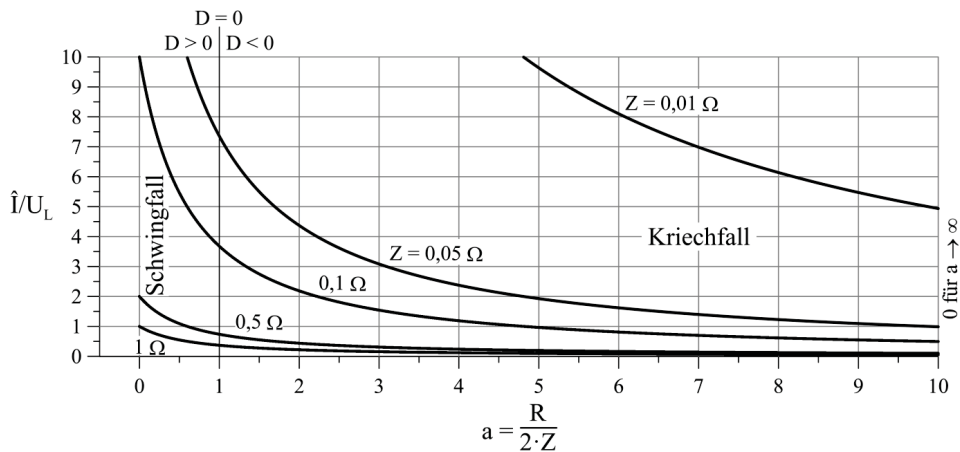


Abb. A4.4: Stromscheitelwert-Ladespannungs-Verhältnis in Abhängigkeit vom Dämpfungsgrad für verschiedene äquivalente Wellenwiderstände

A4.4 CLR-Reihenkreis für starke aperiodische Dämpfung

Zur Dimensionierung von Impulsgeneratoren für aperiodisch gedämpfte Stromimpulse (Kriechfall) können aus den Beziehungen:

$$\tau_{1,2} = \frac{R \cdot C}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{R \cdot C}{2}\right)^2 - L \cdot C} \quad \text{"+" für } \tau_1, \text{ "-" für } \tau_2, \tau_1 > \tau_2 \quad (\text{A4.25})$$

bei bekannten bzw. vorgegebenen Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 die Schwingkreiselemente bestimmt werden. Die Elemente R und L werden dabei in Beziehung zur Kapazität C, die den Speicher der Eingangsenergie darstellt, gesetzt:

$$L = \frac{1}{C} \cdot \tau_1 \cdot \tau_2, \quad R = \frac{1}{C} \cdot (\tau_1 + \tau_2) \quad (\text{A4.26})$$

Beide, die Induktivität L und der Wirkwiderstand R, müssen umgekehrt proportional mit steigender Kapazität C, d.h. mit steigendem Energieinhalt im Kreis, verkleinert werden, damit eine durch die Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 vorgegebene Impulsform erreicht wird. Zu einem Kapazitätswert gehört immer ein festes Paar L-R.

Soll mit einem CLR-Reihenschwingkreis die Stromform $T_1/T_2 = 10/350 \mu\text{s}$ erzeugt werden, dann können folgende zugeschnittene Größengleichungen angegeben werden:

$$L \approx \frac{1,910}{C} \quad \text{und} \quad R \approx \frac{0,474}{C} \quad \text{mit } C \text{ in mF, } L \text{ in } \mu\text{H} \text{ und } R \text{ in } \Omega \quad (\text{A4.27})$$

Die Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 wurden hier in μs eingesetzt. Zur einfachen Bestimmung der Schwingkreiselemente eignet sich das doppelt-logarithmische Diagramm nach **Abb. A4.5**.

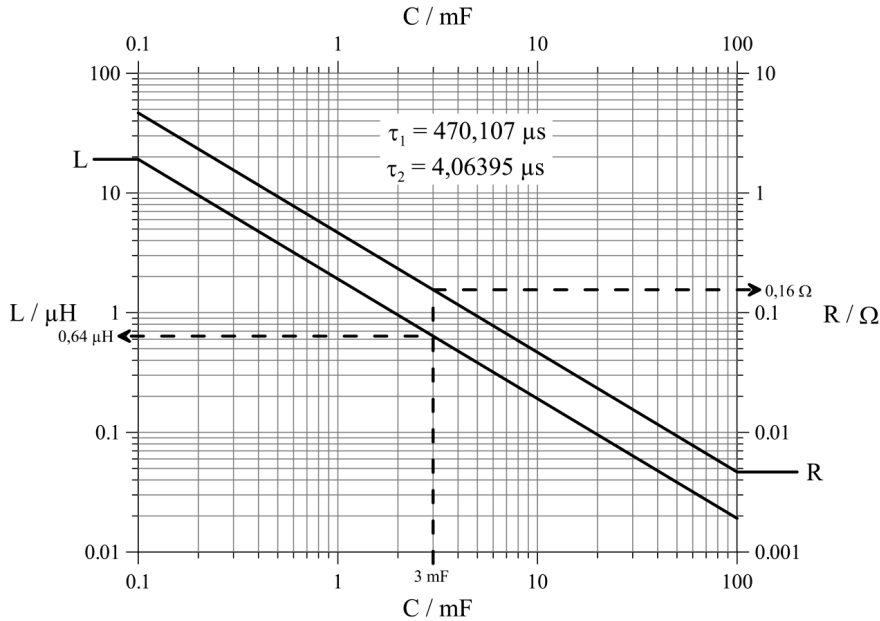


Abb. A4.5: Bestimmung von R und L bei vorgegebenem C im Reihenschwingkreis für die Impulsstromform 10/350 μ s (mit Beispiel)

Mit der Beziehung für den Scheitelwert:

$$\hat{I} = \frac{U_L}{\sqrt{R^2 - \frac{4 \cdot L}{C}}} \cdot \eta \quad (\text{A4.28})$$

kann man das Verhältnis von gewünschter Impulsstromamplitude zu erforderlicher Ladespannung oder umgekehrt angeben:

$$\frac{\hat{I}}{U_L} = \frac{\eta}{\tau_1 - \tau_2} \cdot C \quad \text{oder} \quad \frac{U_L}{\hat{I}} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\eta} \cdot \frac{1}{C} \quad (\text{A4.29})$$

Bei Betrachtung der Stromform $T_1/T_2 = 10/350 \mu$ s können die zugeschnittenen Größengleichungen verwendet werden:

$$\frac{\hat{I}}{U_L} \approx 2,041 \cdot C \quad \text{und} \quad \frac{U_L}{\hat{I}} \approx \frac{0,490}{C} \quad \text{mit } C \text{ in mF} \quad (\text{A4.30})$$

Über **Abb. A4.6** kann man mit U_L/\hat{I} angeben, auf wie viel kV der Kondensator aufgeladen werden muss, um eine bestimmte Impulsamplitude in kA zu erreichen. Dazu wird U_L/\hat{I} einfach mit der gewünschten Impulsamplitude multipliziert. Die Angabe \hat{I}/U_L dient dazu, bei einer vorgegebenen Ladespannung in kV die zu erwartende Impulsamplitude in kA voraus zu berechnen.

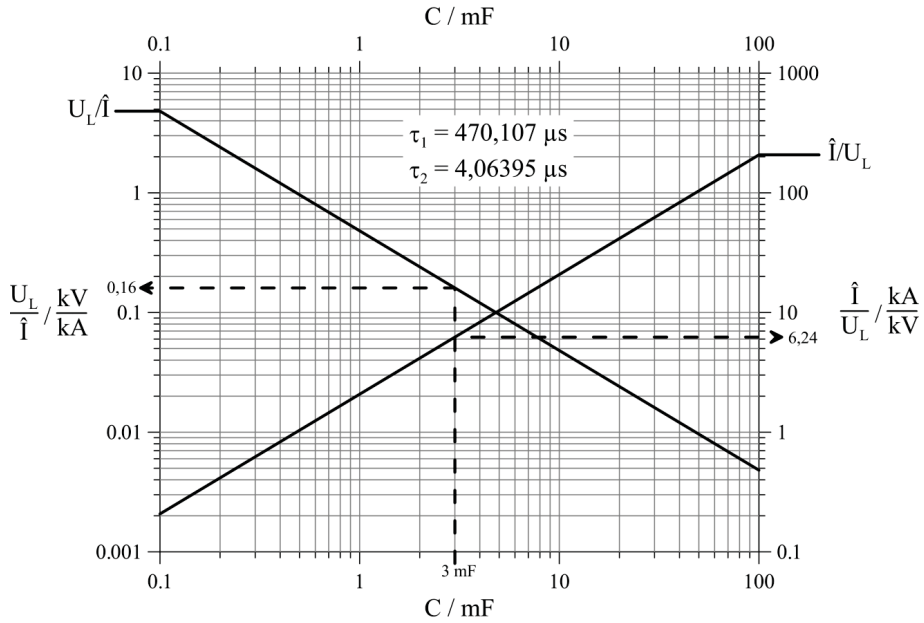


Abb. A4.6: Strombezogene Ladespannung und spannungsbezogene Impulsamplitude für die Impulsstromform 10/350 μs (mit Beispiel)

Der Zeitverlauf des erzeugten Impulsstromes ist:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad \text{bzw.} \quad i(t) = \frac{U_L}{\sqrt{R^2 - \frac{4 \cdot L}{C}}} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (\text{A4.31})$$

In Gleichung (A4.31) ist der Ausnutzungsfaktor η enthalten:

$$\eta = \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1} - \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \quad (\text{A4.32})$$

$$\text{mit } \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}}}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}}} = 1 - \frac{2}{1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}}}}$$

$$\eta = 2 \cdot \frac{\left(\frac{1 + z_{\text{aper}}}{1 - z_{\text{aper}}} \right)^{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{z_{\text{aper}}} \right)}}{1 + \frac{1}{z_{\text{aper}}}} \quad \text{mit } z_{\text{aper}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{\frac{\tau_1}{\tau_2} + 1}} = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}} \quad (\text{A4.33})$$

Die Scheitelzeit und der Stromscheitelwert im aperiodisch gedämpften Fall sind:

$$t_i = \frac{\ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C}}}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C}}} \right)}{\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{L \cdot C}}} \quad (\text{A4.34})$$

$$\hat{I} = \frac{U_L}{\sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}} \cdot y^{\frac{1}{1-y}} \cdot \left(1 - \frac{1}{y}\right) \quad \text{mit} \quad y = \frac{\tau_1}{\tau_2} = 1 - \frac{2}{1 - \frac{1}{z_{\text{aper}}}} \quad , \quad 0 < z_{\text{aper}} \leq 1$$

oder

$$\hat{I} = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot \left(\frac{1 - z_{\text{aper}}}{1 + z_{\text{aper}}} \right)^{\frac{1}{2z_{\text{aper}}}} = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot F_{\text{aper}} \quad , \quad 0 \leq F_{\text{aper}} < 1/e = 0,368 \quad (\text{A4.35})$$

Für weitere aperiodische Impulsstromformen gibt **Tab. A4.3** die genannten Kenngrößen an.

Tab. A4.3: Zeitkonstanten, Ausnutzungsfaktor und Scheitelzeit von Impulsströmen (natürliche Blitzströme) bei Verwendung von zwei exponentiellen Funktionen

Impulsstrom	Rückenzeitkonstante $\tau_1 / \mu\text{s}$	Stirnzeitkonstante $\tau_2 / \mu\text{s}$	Stromausnutzungsfaktor η	Scheitelzeit $t_i / \mu\text{s}$
10/350 μs	≈ 470	$\approx 4,064$	$\approx 0,951$	$\approx 19,475$
1/200 μs	≈ 284	$\approx 0,374$	$\approx 0,990$	$\approx 2,484$
0,25/100 μs	≈ 143	$\approx 0,092$	$\approx 0,995$	$\approx 0,679$

Die oben eingeführten Hilfsgrößen z_{aper} und F_{aper} für aperiodische Impulse betragen z.B.:

Positiver Erstblitzstoßstrom 10/350 μs :	$z_{\text{aper}} = 0,983$	$F_{\text{aper}} = 0,089$
Negativer Erstblitzstoßstrom 1/200 μs :	$z_{\text{aper}} = 0,997$	$F_{\text{aper}} = 0,036$
Negativer Folgeblitzstoßstrom 0,25/100 μs :	$z_{\text{aper}} = 0,999$	$F_{\text{aper}} = 0,025$
(Blitzstoßspannung 1,2/50 μs :	$z_{\text{aper}} = 0,988$	$F_{\text{aper}} = 0,075$)

Demnach liegen für viele typische aperiodische Impulsformen die Werte von z_{aper} dicht bei 1 und der Faktor F_{aper} nahe bei 0. Bei $z_{\text{aper}} = 0$ und demzufolge $F_{\text{aper}} = 1/e$ liegt der aperiodische Grenzfall vor.

Folgende Näherungsbeziehungen für den Stromscheitelwert \hat{I} sind in Anlehnung an [109] noch anzugeben, letztere Beziehung besitzt einen maximalen relativen Fehler von $\pm 6 \%$:

$$\hat{I} \approx \frac{U_L}{R + \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad , \quad \hat{I} \approx \frac{U_L}{\frac{47}{50} \cdot R + \sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{U_L}{0,94 \cdot R + \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (\text{A4.36})$$

Zur Vollständigkeit wird noch die Laplace-Transformierte des Impulsstromes angegeben:

$$\begin{aligned}
 I(p) &= \frac{U_L}{p^2 \cdot L + p \cdot R + \frac{1}{C}} = \frac{U_L}{L} \cdot \frac{1}{p^2 + p \cdot \frac{R}{L} + \frac{1}{L \cdot C}} \\
 &= \frac{U_L}{\sqrt{R^2 - \frac{4 \cdot L}{C}}} \cdot \left(\frac{1}{p + \frac{R}{2 \cdot L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}}} - \frac{1}{p + \frac{R}{2 \cdot L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}}} \right) \quad (A4.37)
 \end{aligned}$$

Auch für den CLR-Kreis kann formal ein fiktiver Innenwiderstand aus Leerlauf (LL)- und Kurzschluss (KS)-Betrieb definiert werden:

$$R_f = \frac{\hat{U}_{LL}}{\hat{I}_{KS}} = \frac{U_L}{\hat{I}} \quad (A4.38)$$

$$\begin{aligned}
 R_f = f(R, L, C) &= \frac{\left(\frac{R}{2} + \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}} \right)}{\left(\frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C}}}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C}}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C}}} \right)} \quad (A4.39)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_f = f(\tau_1, \tau_2) &= \frac{1}{\eta} \cdot \sqrt{R^2 - \frac{4 \cdot L}{C}} = \frac{\sqrt{R^2 - \frac{4 \cdot L}{C}}}{\left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)} \\
 &= \frac{1}{C} \cdot \frac{\tau_1}{\left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}}} = L \cdot \frac{1}{\tau_2 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}}} = R \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}}} \quad (A4.40)
 \end{aligned}$$

Für den aperiodisch gedämpften Fall lassen sich die erforderlichen Elemente für den Stoßkreis anhand der mathematischen Zeitparameter τ_1 und τ_2 berechnen:

$$C = (\tau_1 - \tau_2) \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \hat{I} / U_L = \tau_1 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1} \cdot \hat{I} / U_L$$

$$L = \frac{1}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}} \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \tau_2 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \quad (\text{A4.41})$$

$$R = \left(1 + \frac{2}{\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1} \right) \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L}$$

Zur Vereinfachung der Berechnung kann **Tab. A4.4** und zur graphischen Bestimmung können die Diagramme **Abb. A4.7**, **Abb. A4.8** und **Abb. A4.9** herangezogen werden, welche folgende Zusammenhänge und Beziehungen nutzen:

$$C = f\left(\frac{\hat{I}}{U_L}\right) \quad \text{mit dem Parameter} \quad u = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\eta} \quad (\text{A4.42})$$

$$L = f\left(\frac{U_L}{\hat{I}}\right) \quad \text{mit dem Parameter} \quad v = \frac{\eta}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}} \quad (\text{A4.43})$$

$$R = f\left(\frac{U_L}{\hat{I}}\right) \quad \text{mit dem Parameter} \quad w = \left(1 + \frac{2}{\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1} \right) \cdot \eta \quad (\text{A4.44})$$

Für aperiodische Stromimpulse muss hierbei für die Zeitkonstanten bzw. die technischen Zeitparameter gelten (10%-90%-50%-Impulsdefinition vorausgesetzt):

$$\tau_1 \geq \tau_2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{t_R}{t_s} \geq 3,805 \quad (\text{A4.45})$$

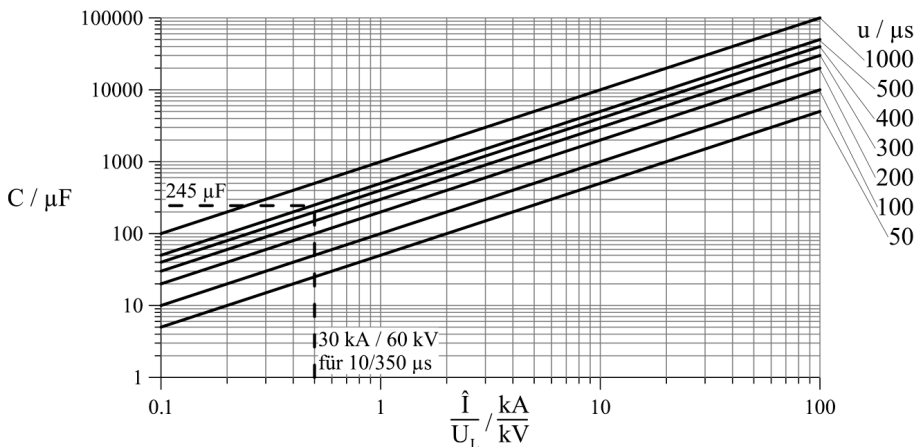


Abb. A4.7: Diagramm zur Bestimmung der Kreiskapazität in Abhängigkeit vom Verhältnis Stromamplitude zu Ladespannung und vom Impulsformparameter u

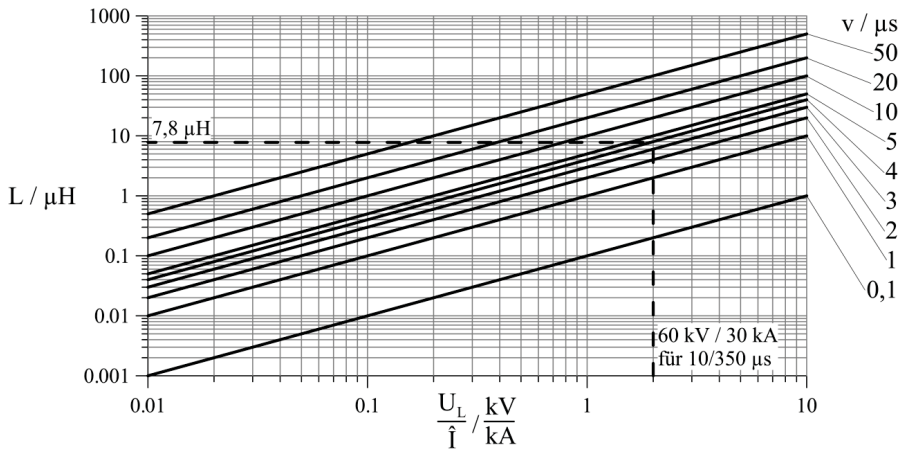


Abb. A4.8: Diagramm zur Bestimmung der Kreisinduktivität in Abhängigkeit vom Verhältnis Ladespannung zu Stromamplitude und vom Impulsformparameter v

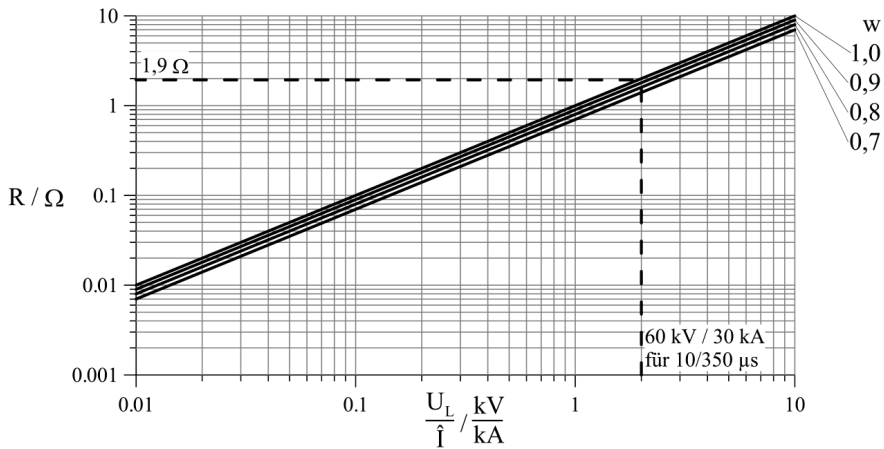


Abb. A4.9: Diagramm zur Bestimmung des Kreiswiderstandes in Abhängigkeit vom Verhältnis Ladespannung zu Stromamplitude und vom Impulsformparameter w

Die Parameter u , v und w sind der folgenden Tabelle **Tab. A4.4** in Abhängigkeit der Impulsstromform, d.h. der technischen Zeitparameter T_1 und T_2 , zu entnehmen.

Weiterhin können für die Stoßkreiselemente grobe Näherungsbeziehungen angegeben werden:

$$\begin{aligned}
 C &\approx \frac{1}{\frac{U_L}{\hat{I}}} \cdot \left(\frac{T_2}{\ln(2)} - \frac{T_1}{\ln(10)} \right) \approx \frac{1}{\frac{U_L}{\hat{I}}} \cdot \frac{T_2}{0,7} \\
 L &\approx \frac{U_L}{\hat{I}} \cdot \frac{1}{\frac{\ln(10)}{T_1} - \frac{\ln(2)}{T_2}} \approx \frac{U_L}{\hat{I}} \cdot \frac{T_1}{2,3} \\
 R &\approx \frac{U_L}{\hat{I}} \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{T_1}{T_2} \right) \approx \frac{U_L}{\hat{I}}
 \end{aligned} \tag{A4.46}$$

Tab. A4.4: Mathematische Zeitparameter τ_1 , τ_2 , Ausnutzungsfaktor η sowie Parameter u , v und w für einige technische Zeitparameter (typischer) aperiodischer Impulse

$T_1 = t_S / \mu s$	$T_2 = t_R / \mu s$	$\tau_1 / \mu s$	$\tau_2 / \mu s$	η	$u / \mu s$	$v / \mu s$	w
* Spannung $\rightarrow 1$	Spannung $\rightarrow 5$	4,24379052	0,55834131	0,63868703	(5,7703523)	(0,4106307)	(0,8322077)
* Spannung $\rightarrow 1,5$	Spannung $\rightarrow 40$	53,0128789	0,52663806	0,94529558	(55,523629)	(0,5028238)	(0,9642655)
Strom $\rightarrow 1$	Strom $\rightarrow 50$	68,5190547	0,39538811	0,96492327	70,6000865	0,38373352	0,97612406
* Spannung $\rightarrow 1,2$	Spannung $\rightarrow 50$	68,2169716	0,40503431	0,96408569	(70,338081)	(0,3928201)	(0,9756025)
Strom $\rightarrow 4$	Strom $\rightarrow 40$	45,0816449	1,99026665	0,82756668	52,0699773	1,72315217	0,90401252
Strom $\rightarrow 8$	Strom $\rightarrow 80$	90,1632899	3,98053330	0,82756668	104,139955	3,44630434	0,90401252
Strom $\rightarrow 0,25$	Strom $\rightarrow 100$	143,134277	0,09239760	0,99462399	143,815029	0,09196024	0,99590894
0,5	100	142,163867	0,18696865	0,98999831	143,411252	0,18534240	0,99260576
0,75	100	141,249607	0,28342674	0,98560749	143,024664	0,27990917	0,98957081
1	100	140,369424	0,38164054	0,98134819	142,648435	0,37554329	0,98669897
5	100	127,750272	2,16461499	0,91633291	137,052435	2,01769603	0,94792104
10	100	112,704112	4,97566663	0,82756668	130,174943	4,30788043	0,90401252
15	100	96,9057296	8,66325504	0,71841371	122,829608	6,83482641	0,85947506
20	100	78,6583307	13,9600093	0,56641511	114,224216	9,61329450	0,81084680
25	100	53,1470269	24,7306605	0,27475112	103,425845	12,7082460	0,75298092
Spannung $\rightarrow 10$	Spannung $\rightarrow 160$	198,384867	4,48400290	0,89538684	(216,55541)	(4,1077631)	(0,9367989)
Strom $\rightarrow 1$	Strom $\rightarrow 200$	284,327733	0,37393730	0,98999831	286,822504	0,37068481	0,99260576
1	350	500,466985	0,37024632	0,99394108	503,145255	0,36827548	0,99541281
2	350	496,643920	0,75019937	0,98872613	501,548109	0,74286385	0,99171766
3	350	493,041329	1,13858100	0,98376941	500,018342	1,12269379	0,98832356
4	350	489,571673	1,53481567	0,97895409	498,528851	1,50723929	0,98511147
5	350	486,194580	1,93855701	0,97422663	497,067117	1,89615422	0,98202661
6	350	482,886830	2,34957633	0,96955632	495,625928	2,28918505	0,97903757
7	350	479,633383	2,76771680	0,96492327	494,200605	2,68613466	0,97612406
8	350	476,423730	3,19287026	0,96031353	492,787872	3,08684374	0,97327192
9	350	473,250122	3,62496383	0,95571673	491,385307	3,49118003	0,97047079
Strom $\rightarrow 10$	Strom $\rightarrow 350$	470,106612	4,06395161	0,95112485	489,991046	3,89903149	0,96771271
11	350	466,988493	4,50980920	0,94653145	488,603608	4,31030178	0,96499145
12	350	463,891942	4,96252989	0,94193123	487,221784	4,72490702	0,96230195
13	350	460,813787	5,42212198	0,93731967	485,844564	5,14277352	0,95964006
14	350	457,751350	5,88860682	0,93269289	484,471093	5,56383603	0,95700231
15	350	454,702332	6,36201736	0,92804747	483,100628	5,98803637	0,95438574
16	350	451,664735	6,84239704	0,92338034	481,732519	6,41532245	0,95178779
17	350	448,636797	7,32979901	0,91868872	480,366187	6,84564741	0,94920627
18	350	445,616948	7,82428549	0,91397004	479,001110	7,27896896	0,94663921
19	350	442,603775	8,32592734	0,90922189	477,636813	7,71524884	0,94408490
20	350	439,595993	8,83480375	0,90444203	476,272857	8,15445236	0,94154179
21	350	436,592423	9,35100200	0,89962829	474,908835	8,59654806	0,93900848
22	350	433,591975	9,87461732	0,89477859	473,544362	9,04150735	0,93648373
23	350	430,593629	10,4057529	0,88989093	472,179074	9,48930427	0,93396638
24	350	427,596427	10,9445199	0,88496333	470,812623	9,93991529	0,93145537
25	350	424,599463	11,4910373	0,87999385	469,444672	10,3933191	0,92894973
26	350	421,601869	12,0454325	0,87498057	468,074894	10,8494963	0,92644854
27	350	418,602814	12,6078410	0,86992156	466,702970	11,3084297	0,92395096
28	350	415,601493	13,1784069	0,86481489	465,328581	11,7701036	0,92145619
29	350	412,597121	13,7572833	0,85965863	463,951415	12,2345041	0,91896347
30	350	409,588931	14,3446322	0,85445081	462,571158	12,7016189	0,91647211
40	350	379,130997	20,7272649	0,79906983	448,526173	17,5203792	0,89149371
50	350	347,412667	28,2265506	0,73585100	433,764604	22,6073339	0,86599786
60	350	313,356549	37,2922757	0,66083909	417,748099	27,9732662	0,83937862
70	350	275,304157	48,8600324	0,56641511	399,784755	33,6465308	0,81084680
80	350	230,204685	65,3673404	0,43463310	379,256310	39,6773042	0,77934636
90	350	165,239843	99,3730042	0,18508113	355,880898	46,1400983	0,74354327
Spannung $\rightarrow 10$	Spannung $\rightarrow 560$	771,310156	3,92551803	0,96839519	(792,42921)	(3,8208989)	(0,9783028)
Spannung $\rightarrow 10$	Spannung $\rightarrow 700$	972,389159	3,87711402	0,97422663	(994,13423)	(3,7923084)	(0,9820266)
1	1000	1437,69995	0,36661231	0,99763729	1440,73737	0,36583940	0,99814622
Spannung $\rightarrow 10$	Spannung $\rightarrow 1000$	1403,69423	3,81640544	0,98134819	(1426,484)	(3,7554329)	(0,9866990)
100	1000	1127,04112	49,7566663	0,82756668	1301,74943	43,0788043	0,90401252
** Spannung $\rightarrow 250$	Spannung $\rightarrow 2500$	3155,01549	62,4829004	0,90552358	(3415,1872)	(57,722902)	(0,9421148)

(* Berechnung nach 30%-90%-50%-Definition, ** Berechnung nach 0%-100%-50%-Definition, sonst Berechnung nach 10%-90%-50%-Definition)

(u , v und w in Klammern für Spannungsimpulse, da hierfür kein einfacher CLR-Reihenkreis zur Impulserzeugung genutzt wird.)

A4.4.1 Elemente und Energie im CLR-Reihenkreis

Nimmt man eine feste Stromform (T_1, T_2 bzw. τ_1, τ_2) und einen festen Stromscheitelwert \hat{I} an, dann sind die geflossene elektrische Ladung Q und die Spezifische Energie $SE = W/R$ ebenfalls fest. Dabei können Q und SE aber in CLR-Reihenkreisen mit verschiedenen Kreiselementen C, L , und R in Abhängigkeit von der Ladespannung U_L erreicht werden:

$$C = \tau_1 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{\tau_2} - 1} \cdot \hat{I} / U_L \quad , \quad C \sim \frac{1}{U_L} \quad (\text{A4.47})$$

$$L = \tau_2 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{1 - \frac{1}{\tau_2}} \cdot \frac{1}{\hat{I} / U_L} \quad , \quad L \sim U_L \quad (\text{A4.48})$$

$$R = \left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{\frac{1}{\tau_2} - 1} \cdot \frac{1}{\hat{I} / U_L} \quad , \quad R \sim U_L \quad (\text{A4.49})$$

Aus (A4.47) bzw. (A4.49) folgt mit:

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_L^2 = R \cdot \int_{t=0}^{t \rightarrow \infty} i^2(t) dt \quad , \quad W \sim U_L \quad (\text{A4.50})$$

Hier wird deutlich, dass mit steigender Ladespannung U_L bei gleichen Stromkenngrößen die Stoßkapazität verringert werden kann und die Kreisinduktivität sowie der Kreiswiderstand erhöht werden müssen. Gleichzeitig steigt die in der Stoßkapazität gespeicherte bzw. die im Wirkwiderstand umgesetzte Energie W . Für eine angenommene Stromform mit festem Stromscheitelwert gelten folgende Verhältnisgleichungen:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{U_{L2}}{U_{L1}} \quad , \quad \frac{L_1}{L_2} = \frac{U_{L1}}{U_{L2}} \quad , \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{U_{L1}}{U_{L2}} \quad , \quad \frac{W_1}{W_2} = \frac{U_{L1}}{U_{L2}} \quad (\text{A4.51})$$

Diese Betrachtung gilt für alle CLR-Reihenkreise, nicht nur im aperiodisch gedämpften Fall, für den hier die Gleichungen (A4.51) für C, L und R angegeben sind.

Kann bei größerer Ladespannung eine größere Kreisimpedanz aus Kreisinduktivität und Kreiswiderstand eingesetzt werden, dann kann die Prüfobjektimpedanz als Teil der Kreisimpedanz auch größer sein und kleine Abweichungen von der vorgegebenen Kreisimpedanz haben geringere Abweichungen von der vorgegebenen Stromform zur Folge.

A4.5 CLR-Reihenkreis für den aperiodischen Grenzfall

Der Zeitverlauf mit dem Ausnutzungsfaktor ist im aperiodischen Grenzfall:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{t}{\tau_0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_0}} \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{1}{e} \quad , \quad i(0) = 0 \quad , \quad i'(0) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1}{\tau_0} \quad , \quad i''(0) = -\frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{2}{\tau_0^2} \quad (\text{A4.52})$$

Die Laplace-Transformierte zu Gleichung (A4.52) lautet:

$$I(p) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\tau_0}{(p \cdot \tau_0 + 1)^2} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{1/\tau_0}{p \cdot \left(p + \frac{2}{\tau_0}\right) + \frac{1}{\tau_0^2}} = \frac{\hat{I}/\eta}{\tau_0 \cdot p^2 + 2 \cdot p + \frac{1}{\tau_0}} \quad (\text{A4.53})$$

Die Zeitkonstante bestimmt sich beim aperiodischen Grenzfall aus den Kreiselementen:

$$\tau_0 = 2 \cdot \frac{L}{R} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot R = \sqrt{L \cdot C} \quad \text{mit} \quad R = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{A4.54})$$

Die Scheitelzeit und der Scheitelwert betragen:

$$t_i = \tau_0, \quad \hat{I} = \frac{U_L}{R} \cdot \frac{2}{e} = \frac{U_L}{e \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{U_L}{\frac{e-1}{2} \cdot R + \sqrt{\frac{L}{C}}} \approx \frac{U_L}{0,859 \cdot R + \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (\text{A4.55})$$

Im aperiodischen Grenzfall ist $\tau_1 = \tau_2 = \tau_0$ (bzw. $\omega \cdot \tau = 0$) und die technischen Zeitparameter lauten:

$$T_1 = t_s = \frac{2}{e} \cdot \tau_0 \approx 0,7 \cdot \tau_0$$

$$T_2 = t_R = e \cdot \tau_0 \approx 2,7 \cdot \tau_0 \quad (\text{A4.56})$$

Die elektrische Impulsladung Q_1 bis zum Zeitpunkt t_1 und die Gesamtimpulsladung Q_{Ges} bei $t_1 \rightarrow \infty$ sind:

$$Q_1 = \int_0^{t_1} i(t) dt = \hat{I} \cdot e \cdot \left(\tau_0 - (t_1 + \tau_0) \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau_0}} \right) \quad (\text{A4.57})$$

$$Q_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i(t) dt = \hat{I} \cdot e \cdot \tau_0 \quad (\text{A4.58})$$

Das Stromquadratintegral $I^2 t_1$ bis zum Zeitpunkt $t = t_1$ lautet:

$$I^2 t_1 = \int_0^{t_1} i^2(t) dt = \hat{I}^2 \cdot \frac{e^2}{2} \cdot \left(\frac{\tau_0}{2} - \left(\frac{t_1^2}{\tau_0} + t_1 + \frac{\tau_0}{2} \right) \cdot e^{-2 \frac{t_1}{\tau_0}} \right) \quad (\text{A4.59})$$

Das Stromquadratintegral des gesamten Stromimpulses $I^2 t_{\text{Ges}}$ ergibt sich bei $t_1 \rightarrow \infty$:

$$I^2 t_{\text{Ges}} = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = \hat{I}^2 \cdot \frac{e^2}{4} \cdot \tau_0 \quad (\text{A4.60})$$

Die Kreiselemente, festgelegt mit dem mathematischen Zeitparameter τ_0 , lauten:

$$\begin{aligned} C &= \tau_0 \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \hat{I}/U_L = \tau_0 \cdot e \cdot \hat{I}/U_L \\ L &= \tau_0 \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \frac{\tau_0}{e} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \\ R &= 2 \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \frac{2}{e} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \end{aligned} \quad (\text{A4.61})$$

A4.6 CLR-Reihenkreis für schwache periodische Dämpfung

Für die Dimensionierung von Impulsgeneratoren für periodische Stromimpulse (Schwingfall) können aus den Beziehungen:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L^2}} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{2 \cdot L}{R} \quad (\text{A4.62})$$

bei den bekannten bzw. vorgegebenen Werten der Kreisfrequenz ω und der Zeitkonstante τ die Schwingkreiselemente bestimmt werden. Die Elemente R und L werden dabei in Beziehung zur Kapazität C, die den Speicher der Eingangsenergie darstellt, gesetzt:

$$L = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \quad \text{und} \quad R = \frac{1}{C} \cdot \frac{2}{\tau} \cdot \frac{1}{\left(\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}\right)} \quad (\text{A4.63})$$

Beide, die Induktivität L und der Wirkwiderstand R, müssen umgekehrt proportional mit steigender Kapazität C, d.h. mit steigendem Energieinhalt im Kreis, verkleinert werden, damit eine durch ω und τ vorgegebene Impulsform erreicht wird. Zu einem Kapazitätswert gehört immer ein festes Paar L-R.

Soll mit einem CLR-Reihenschwingkreis die typische Stromform $T_1/T_2 = 8/20 \mu\text{s}$ erzeugt werden, dann können folgende zugeschnittene Größengleichungen angegeben werden:

$$L \approx \frac{61,96}{C} \quad \text{und} \quad R \approx \frac{5,159}{C} \quad \text{mit } C \text{ in } \mu\text{F}, L \text{ in } \mu\text{H} \text{ und } R \text{ in } \Omega \quad (\text{A4.64})$$

Die Zeitkonstante τ wurde hier in μs und die Kreisfrequenz ω in $(\mu\text{s})^{-1}$ eingesetzt. Zur einfachen Bestimmung der Schwingkreiselemente eignet sich ein Diagramm mit doppelt-logarithmischem Aufbau entsprechend **Abb. A4.10**.

Mit der Beziehung für den Scheitelwert:

$$\hat{I} = \frac{U_L}{\omega L} \cdot \eta \quad (\text{A4.65})$$

kann man das Verhältnis von gewünschter Impulsstromamplitude zu erforderlicher Ladespannung oder umgekehrt angeben.

Das Verhältnis von Impulsstromamplitude zu Ladespannung und dessen Reziprokwert sind:

$$\frac{\hat{I}}{U_L} = C \cdot \left(\omega^2 + \frac{1}{\tau^2} \right) \cdot \frac{\eta}{\omega} = C \cdot \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot e^{-\frac{\arctan(\omega\tau)}{\omega\tau}} \quad (\text{A4.66})$$

$$\frac{U_L}{\hat{I}} = \frac{1}{C} \cdot \frac{\omega}{\eta} \cdot \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} = \frac{1}{C} \cdot \frac{e^{\frac{\arctan(\omega\tau)}{\omega\tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \quad (\text{A4.67})$$

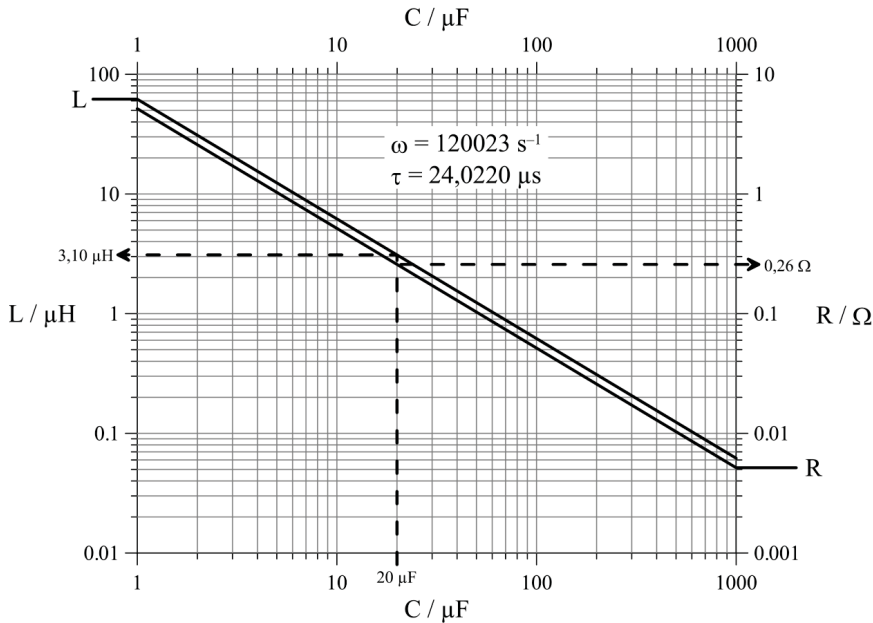


Abb. A4.10: Bestimmung von R und L bei vorgegebenem C im Reihenstoßkreis für die Impulsstromform $8/20 \mu\text{s}$ (mit Beispiel)

Bei Betrachtung der Stromform $8/20 \mu\text{s}$ können die zugeschnittenen Größengleichungen verwendet werden:

$$\frac{\hat{I}}{U_L} \approx 0,083 \cdot C \quad \text{und} \quad \frac{U_L}{\hat{I}} \approx \frac{12,09}{C} \quad \text{mit } C \text{ in } \mu\text{F} \quad (\text{A4.68})$$

Anhand von **Abb. A4.11** kann man mit U_L/\hat{I} ermitteln, auf wie viel kV der Kondensator aufgeladen werden muss, um eine bestimmte Impulsamplitude \hat{I} in kA zu erreichen. Dazu wird U_L/\hat{I} mit der gewünschten Impulsamplitude multipliziert. Bei vorgegebener Ladespannung U_L in kV kann \hat{I}/U_L benutzt werden, um die zu erwartende Impulsamplitude in kA zu berechnen.

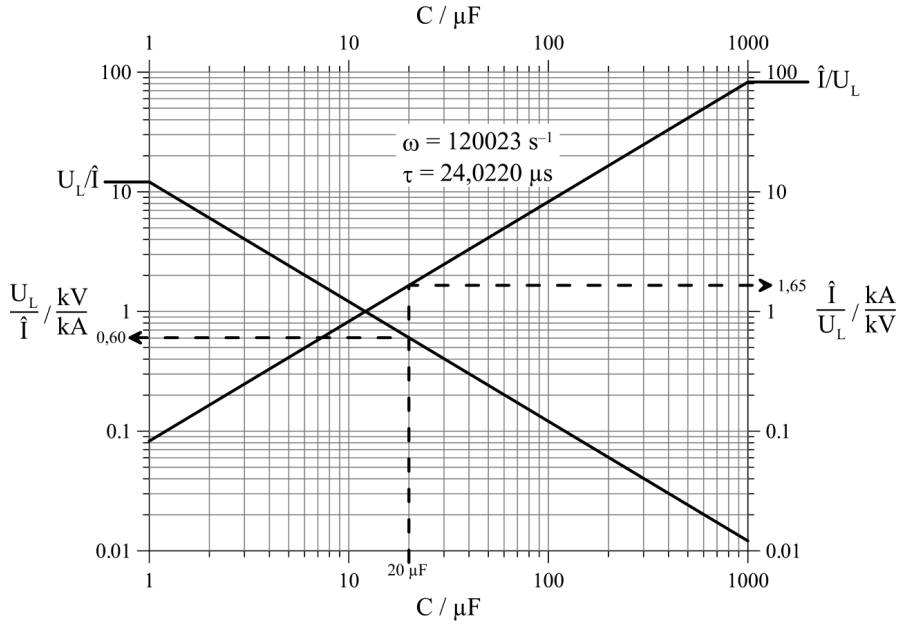


Abb. A4.11: Strombezogene Ladespannung und spannungsbezogene Impulsamplitude für die Impulsstromform 8/20 μs (mit Beispiel)

Der Zeitverlauf für den periodischen Impulsstrom wird folgendermaßen angegeben:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_L}{\omega \cdot L} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{A4.69})$$

Die Scheitelzeit lautet:

$$t_i = \frac{1}{\omega} \cdot \arctan(\omega \cdot \tau) = \frac{L}{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} \cdot \arctan\left(\sqrt{\left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C} - 1}\right) \quad (\text{A4.70})$$

Der Stromscheitelwert im periodisch gedämpften Fall ist:

$$\hat{I}_{\text{per}} = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot e^{-\frac{\arctan(z_{\text{per}})}{z_{\text{per}}}} = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot F_{\text{per}} \quad , \quad 1/e = 0,368 < F_{\text{per}} \leq 1 \quad (\text{A4.71})$$

$$\text{mit } z_{\text{per}} = \omega \cdot \tau = \sqrt{\left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C} - 1} \quad , \quad 0 < z_{\text{per}} < \infty$$

Die verwendeten Hilfsgrößen z_{per} und F_{per} sind für einige periodische Stoßströme:

Stoßstrom 8/20 μs :	$z_{\text{per}} = 2,883$	$F_{\text{per}} = 0,651$
Stoßstrom 4/10 μs :	$z_{\text{per}} = 2,883$	$F_{\text{per}} = 0,651$
Stoßstrom 20/60 μs :	$z_{\text{per}} = 1,225$	$F_{\text{per}} = 0,485$
Stoßstrom 30/80 μs :	$z_{\text{per}} = 2,054$	$F_{\text{per}} = 0,580$

Der Fall $z_{\text{per}} \rightarrow \infty$ bedeutet keine Dämpfung ($R = 0$) und somit eine ungedämpfte Sinusschwingung mit maximalem Scheitelwert bei vorgegebener Ladespannung U_L , Stoßkapazität C und Stoßkreisinduktivität L . Bei $z_{\text{per}} = 0$ und demzufolge $F_{\text{per}} = 1/e$ liegt der aperiodische Grenzfall vor. Einige Kreisfrequenzen ω und Zeitkonstanten τ findet man in **Tab. A2.1** im Anhang **A2**.

In Anlehnung an [109] ist der Stromscheitelwert \hat{I} näherungsweise zu bestimmen über:

$$\hat{I} \approx \frac{U_L}{\frac{4}{5} \cdot R + \sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{U_L}{0,8 \cdot R + \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad , \quad \hat{I} \approx \frac{U_L}{\frac{167}{198} \cdot R + \sqrt{\frac{L}{C}}} \approx \frac{U_L}{0,843 \cdot R + \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (\text{A4.72})$$

Letztere Beziehung hat einen maximalen relativen Fehler von $\pm 1,2\%$. Nach [110] ist der Stromscheitelwert im Schwingfall bei geringer Dämpfung auch:

$$\hat{I} \approx k \cdot U_L \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = k \cdot U_L \cdot 2\pi \cdot f_c \cdot C \quad (\text{A4.73})$$

Darin ist k der Durchschwingfaktor, d.h. das Verhältnis von 2. Spannungsscheitelwert an der Stoßkapazität (mit entgegengesetzter Polarität) zum vorausgehenden Scheitelwert, der gleich der Ladespannung U_L der Stoßkapazität ist. Die Entladungsfrequenz f_c ist einfach:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad (\text{A4.74})$$

Im Allgemeinen ist L die wirksame Gesamtinduktivität des Stoßkreises. Die Induktivität L kann auch die Eigeninduktivität des Stoßkondensators sein, wenn alle anderen Induktivitäten im Kreis vernachlässigbar sind.

Der Ausnutzungsfaktor für periodische Impulse bestimmt sich zu:

$$\eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1 + j \cdot \omega \cdot \tau}{1 - j \cdot \omega \cdot \tau} \right)^{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{j}{\omega \cdot \tau} \right)}}{1 - \frac{j}{\omega \cdot \tau}} \quad \text{mit} \quad \omega \cdot \tau = \sqrt{\left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}} - 1 \quad (\text{A4.75})$$

$$\eta = \sqrt{1 - \left(\frac{R}{2} \right)^2 \cdot \frac{C}{L}} \cdot e^{-\frac{\arctan \left(\sqrt{\left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}} - 1 \right)}{\sqrt{\left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C}} - 1}}$$

Die Laplace-Transformierten des Stromes mit den Kreiselementen bzw. den mathematischen Zeitparametern sind:

$$\begin{aligned}
 I(p) &= \frac{U_L}{p^2 \cdot L + p \cdot R + \frac{1}{C}} = \frac{U_L}{L} \cdot \frac{1}{p^2 + p \cdot \frac{R}{L} + \frac{1}{L \cdot C}} \\
 &= \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{R}{2}\right)^2}} \cdot \frac{j}{2} \cdot \left(\frac{1}{p + \frac{R}{2 \cdot L} + j \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2}} - \frac{1}{p + \frac{R}{2 \cdot L} - j \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2}} \right)
 \end{aligned}
 \tag{A4.76}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
 I(p) &= \frac{\hat{I}/\eta}{\frac{1}{\omega} \cdot p^2 + \frac{2}{\omega \cdot \tau} \cdot p + \frac{1}{\omega \cdot \tau^2} + \omega} = \frac{\hat{I}/\eta}{\frac{1}{\omega} \cdot \left(p^2 + \frac{2}{\tau} \cdot p + \omega^2 + \frac{1}{\tau^2} \right)} \\
 &= \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\omega}{p \cdot \left(p + \frac{2}{\tau} \right) + \left(\omega^2 + \frac{1}{\tau^2} \right)} = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{\omega}{\left(p + \frac{1}{\tau} + j\omega \right) \cdot \left(p + \frac{1}{\tau} - j\omega \right)} \\
 &= \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot \frac{j}{2} \cdot \left(\frac{1}{p + \frac{1}{\tau} + j\omega} - \frac{1}{p + \frac{1}{\tau} - j\omega} \right)
 \end{aligned}$$

Zur Dimensionierung von periodisch gedämpften Stoßkreisen können die erforderlichen Kreiselemente auch direkt anhand der mathematischen Zeitparameter ω und τ bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \hat{I}/U_L = \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \cdot \hat{I}/U_L \\
 L &= \frac{1}{\omega} \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \\
 R &= \frac{1}{\omega} \cdot \frac{2}{\tau} \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \frac{2 \cdot e^{-\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}}}{\sqrt{(\omega \cdot \tau)^2 + 1}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L}
 \end{aligned}
 \tag{A4.77}$$

Auch für den CLR-Kreis bei periodischer Dämpfung lässt sich ein fiktiver Innenwiderstand angeben:

$$R_f = \frac{\hat{U}_{LL}}{\hat{I}_{KS}} = \frac{U_L}{\hat{I}}
 \tag{A4.78}$$

$$R_f = f(R, L, C) = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot e^{\frac{\arctan\left(\sqrt{\left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C} - 1}\right)}{\sqrt{\left(\frac{2}{R}\right)^2 \cdot \frac{L}{C} - 1}}} \quad (\text{A4.79})$$

$$\begin{aligned} R_f = f(\omega, \tau) &= \frac{\omega L}{\eta} = \omega L \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}}{e^{\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}}} = \frac{1}{C} \cdot \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \\ &= L \cdot \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot e^{\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}} = R \cdot \frac{\sqrt{(\omega \cdot \tau)^2 + 1}}{2} \cdot e^{\frac{\arctan(\omega \tau)}{\omega \tau}} \end{aligned} \quad (\text{A4.80})$$

A4.7 Literatur

- [106] Winkler, R.: Hochgeschwindigkeitsbearbeitung, Grundlagen und technische Anwendung elektrisch erzeugter Schockwellen und Impulsmagnetfelder, Verlag Technik Berlin, 1973
- [107] Modrusan, M.: Normierte Berechnung von Stoßstromkreisen für vorgegebene Impulsströme (Normalized calculations of impulse current circuits for given impulse currents), Bulletin SEV/VSE Band 67/22, 1976 (E 1–34)
- [108] Modrusan, M.: Realisation of the prescribed exponential impuls currents for different kinds of test samples, Internationales Symposium Hochspannungstechnik (ISH), 09. – 13. September 1975, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Zürich, SEV, 1975, Band 1, pp. 155 – 160
- [109] Adler, R.J.: Pulse Power Formulary, North Star Research Corporation, August, 1989, March, 2001, June, 2002
- [110] Naglik, M.: 150-kV-Impulskondensator für plasmaphysikalische Experimente, ETZ-A, Band 92, Heft 5, 1971, S. 309 – 312

A5 Dimensionierung von Crowbar-Stoßkreisen

In der folgenden Darstellung wird die Dimensionierung eines Crowbar-Stoßkreises gezeigt, mit dem aperiodisch gedämpfte Stoßströme erzeugt werden können. Man spricht bei der Wirkungsweise des Stoßgenerators mit Crowbar-Zweig auch von der Überführung eines ungedämpften in einen aperiodisch gedämpften Stoßstrom [111], [113] wobei die Überführung während des Zeitverlaufes der Erzeugung des Stoßstromes aufgrund eines zusätzlichen Schaltvorganges auftritt. Dieser Schaltvorgang erzeugt einen Kurzschluss (Abschneiden) und führt zu einer Entkopplung bzw. Auftrennung des Kreises in zwei Teilkreise.

Hier soll nur ein passiver Crowbar-Stoßkreis, also ohne weitere (kapazitive) Energiespeicher im Crowbar-Zweig, betrachtet werden [112]. Der stark vereinfachte Kreis, der der Betrachtung zugrunde gelegt wird, ist in **Abb. A5.1** dargestellt.

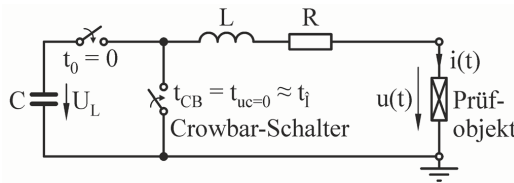


Abb. A5.1: Idealisierte Stoßschaltung mit Crowbar-Zweig und Prüfobjekt

Der Zeitverlauf des Stromes $i(t)$ besteht aus zwei Teilen:

$$i(t) = i_1 = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{für} \quad 0 \leq t \leq t_{uc=0} \approx t_i \approx \frac{\pi}{2\omega} \quad (\text{A5.1})$$

$$i(t) = i_2 = \hat{I} \cdot \frac{e^{-2 \cdot \frac{t-t_{uc=0}}{\tau}}}{e^{\frac{\pi - 2 \arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}} = \hat{I} \cdot e^{-2 \cdot \frac{t}{\tau} + \frac{\pi}{\omega \cdot \tau}} \quad \text{für} \quad t \geq t_{uc=0} \approx t_i \approx \frac{\pi}{2\omega} \quad (\text{A5.2})$$

$$\text{mit} \quad t_{uc=0} = \frac{1}{\omega} \cdot (\pi - \arctan(\omega \cdot \tau)) = \frac{\pi}{\omega} - t_i \quad (\text{A5.3})$$

Der Crowbar-Schalter wird dann geschlossen, wenn die Spannung über der Stoßkapazität C zu Null geworden ist und damit die gesamte Ausgangsenergie in die restlichen Elemente des Kreises übergegangen ist. Dieser Zeitpunkt ist nicht genau die Scheitelzeit des Stromes, sondern kurz nach dem Maximum des Stromes. Im Scheitel ist die Stromänderung Null und damit der Spannungsabfall an der Induktivität L Null, aber über dem Stoßkreiswiderstand R tritt gerade der maximale ohmsche Spannungsabfall $R \cdot \hat{I}$ auf. Dieser ohmsche Spannungsabfall ist die Spannung über der Stoßkapazität C , die damit noch die elektrische Energie $C/2 \cdot (R \cdot \hat{I})^2$ enthält. Nach dem Stromscheiden fällt der Strom ab, die Stromänderung und damit der Spannungsabfall an der Induktivität L werden negativ. In dem Moment $t_{uc=0}$, wo sich die Spannungen an L und R gerade aufheben, ist die Stoßkapazität C vollständig entladen.

A5.1 Stoßstromgenerator mit Crowbar-Schalter für den 10/350-µs-Blitzstrom

Für die Berechnung der gesuchten Größen τ , ω und t_{01} des Stromverlaufes nach den Beziehungen (A5.1) und (A5.2) für eine gewünschte Stromform ist folgendes Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{10} \cdot \eta &= e^{-\frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{10} t_s + t_{01} \right)} \cdot \sin \left(\omega \cdot \left(\frac{1}{10} t_s + t_{01} \right) \right) \\ \frac{9}{10} \cdot \eta &= e^{-\frac{1}{\tau} \left(\frac{9}{10} t_s + t_{01} \right)} \cdot \sin \left(\omega \cdot \left(\frac{9}{10} t_s + t_{01} \right) \right) \\ \frac{1}{2} &= e^{-2 \cdot \frac{t_R + t_{01}}{\tau} + \frac{\pi}{\omega \tau}} \end{aligned} \quad (\text{A5.4})$$

Die ersten beiden Gleichungen repräsentieren dabei Punkte auf der Impulsstirn bis zum Scheitel und die dritte Gleichung beschreibt einen Punkt auf dem exponentiellen Rücken bis Stromnull. Für die Stirnzeit $t_s = T_1 = 10 \mu\text{s}$ sowie die Rückenhalbwertszeit $t_R = T_2 = 350 \mu\text{s}$ des Erstblitzstromes als typischer Stromverlauf ergeben sich:

$$\tau \approx 973 \mu\text{s} \quad , \quad \omega \approx 0,127 (\mu\text{s})^{-1} \quad , \quad (\text{virtueller Strombeginn } t_{01} \approx -0,219 \mu\text{s})$$

Mit der Kreisfrequenz ω und der Zeitkonstante τ kann obiges Gleichungssystem auch direkt für die Elemente L und R gelöst werden, wenn C vorgegeben wird:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L^2}} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{2 \cdot L}{R} \quad (\text{A5.5})$$

$$\omega \cdot \tau = \sqrt{\frac{\tau^2}{L \cdot C} - 1} = \sqrt{\left(\frac{2}{R} \right)^2 \cdot \frac{L}{C} - 1} \approx 123 \quad (\text{A5.6})$$

$$\eta = \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} \approx 0,987 \quad (\text{A5.7})$$

Der Zeitpunkt des Stromscheitelwertes in Bezug auf den wirklichen Strombeginn $t = 0$ ist:

$$t_i = \frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} = 12,337977 \mu\text{s} \approx 12,34 \mu\text{s} \quad (\text{A5.8})$$

Der Zeitpunkt, bei dem die Spannung über der Kapazität Null ist und der Crowbar-Schalter ideal geschlossen werden sollte, wieder in Bezug auf den wirklichen Strombeginn $t = 0$, ist:

$$t_{uc=0} = \frac{\pi - \arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega} = \frac{\pi}{\omega} - t_i \approx 12,47 \mu\text{s} \quad (\text{A5.9})$$

Der Stromwert $i_{uc=0}$ zum Zeitpunkt $t = t_{uc=0}$, wo der Crowbar-Schalter im Idealfall geschlossen wird, ist geringfügig kleiner als der Stromsichelwert \hat{I} :

$$i_{uc=0} = e^{\frac{2 \cdot \arctan(\omega \cdot \tau) - \pi}{\omega \cdot \tau}} \cdot \hat{I} \approx 0,9999 \cdot \hat{I} \quad (\text{A5.10})$$

Wenn \hat{I} in kA und U_L in kV oder \hat{I} in A und U_L in V eingesetzt werden, dann berechnen sich die erforderlichen Kreiselemente zu:

$$C = \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\hat{I}}{U_L} = \frac{e^{\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \cdot \frac{\hat{I}}{U_L} \approx 7,996 \mu\text{s} \cdot \frac{\hat{I}}{U_L} \quad \text{mit } C \text{ in } \mu\text{F} \quad (\text{A5.11})$$

$$L = \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{C} \approx 62,33 \mu\text{s}^2 \cdot \frac{1}{C} \quad \text{mit } L \text{ in } \mu\text{H und } C \text{ in } \mu\text{F}$$

oder (A5.12)

$$L = \frac{1}{\omega} \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \approx 7,796 \mu\text{s} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \quad \text{mit } L \text{ in } \mu\text{H}$$

$$R = \frac{2}{\tau} \cdot \frac{1}{\left(\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}\right)} \cdot \frac{1}{C} \approx 128,1 \mu\text{s} \cdot \frac{1}{C} \quad \text{mit } R \text{ in } \text{m}\Omega \text{ und } C \text{ in } \mu\text{F}$$

oder (A5.13)

$$R = \frac{2}{\omega \cdot \tau} \cdot \eta \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} = \frac{2 \cdot e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}} \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \approx 16,02 \cdot \frac{1}{\hat{I}/U_L} \quad \text{mit } R \text{ in } \text{m}\Omega$$

Soll z.B. ein Erstblitzstoßstrom mit der Form 10/350 μs und einem Sichelwert von 200 kA bei 10 kV oder 100 kV Ladespannung ($\hat{I}/U_L = 20$ oder $\hat{I}/U_L = 2$) erzeugt werden, dann sind folgende Kreiselemente in der Schaltung von **Abb. A5.1** zu realisieren:

$$\begin{aligned} U_L = 10 \text{ kV} &\rightarrow C = 159,92 \mu\text{F} \quad , \quad L = 0,39 \mu\text{H} \quad , \quad R = 0,80 \text{ m}\Omega \\ U_L = 100 \text{ kV} &\rightarrow C = 15,992 \mu\text{F} \quad , \quad L = 3,90 \mu\text{H} \quad , \quad R = 8,01 \text{ m}\Omega \end{aligned}$$

Aufgrund der kleinen für die Stoßkreisinduktivität L und den Stoßkreiswiderstand R notwendigen Werte muss hier mit höheren Ladespannungen U_L gearbeitet werden.

A5.2 Crowbar-Schaltung mit parasitären Elementen und Prüfobjektimpedanz

Ein CLR-Stoßkreis mit Crowbar-Zweig beinhaltet im realen Aufbau gegenüber dem idealisierten Kreis parasitäre ohmsch-induktive Elemente (**Abb. A5.2**). Dazu zählen die Eigeninduktivitäten und Eigenwiderstände der Stoßkondensatoren. Die Kapazitäten der Stoßkondensatoren werden zur Stoßkapazität C zusammengefasst. Damit können auch die parasitären Größen der Kondensatoren, einschließlich der Zuleitungsimpedanzen, zu einer Impedanz mit R_C , L_C zusammengefasst werden.

Die Prüfobjektinduktivität L_P soll, wenn erforderlich, die Kreisinduktivität L des Prüfzweiges enthalten. Für die Crowbar-Schaltung muss allgemein gelten $L_C \ll L_P$. Der Crowbar-Zweig selbst kann auch als ohmsch-induktive Impedanz mit R_{CB} , L_{CB} aufgefasst werden. Diese Impedanz beeinflusst die Geschwindigkeit der Stromkommutierung beim Kurzschlussvorgang und bestimmt die Spannung an der Stoßkapazität nach dem Zuschalten des Crowbar-Zweiges.

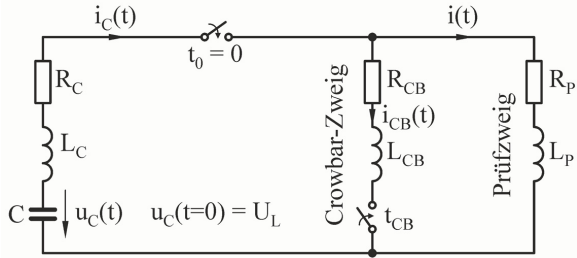


Abb. A5.2: Stoßschaltung mit Crowbar-Zweig, parasitären Elementen und Prüfweigimpedanz

Der Stromverlauf bis zum Crowbar-Zeitpunkt t_{CB} lautet:

$$i_C(t) = i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_a}} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{für } t_0 = 0 \leq t < t_{CB} \quad (\text{A5.14})$$

$$\text{mit } \tau_a = 2 \cdot \frac{L_C + L_P}{R_C + R_P} \quad (\text{A5.15})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{(L_C + L_P) \cdot C} - \frac{1}{\tau_a^2}} = \sqrt{\frac{1}{(L_C + L_P) \cdot C} - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{R_C + R_P}{L_C + L_P} \right)^2} \quad (\text{A5.16})$$

$$\eta = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}}, \quad \hat{I} = \frac{U_L \cdot \eta}{\omega \cdot (L_C + L_P)}, \quad t_i = \frac{1}{\omega} \cdot \arctan(\omega \cdot \tau) \quad (\text{A5.17})$$

Die Stromverläufe im Laplace-Bereich nach dem Crowbar-Zeitpunkt t_{CB} für $t_{CB} \leq t < \infty$ mit $I_0 = i(t=t_{CB})$ und $U_0 = u_C(t=t_{CB})$ sind:

$$I(p) = \frac{(L_C \cdot L_P + L_{CB} \cdot L_C + L_P \cdot L_{CB}) \cdot I_0 \cdot p^2 + ((L_P \cdot (R_C + R_{CB}) + L_C \cdot R_{CB}) \cdot I_0 + L_{CB} \cdot U_0) \cdot p + R_{CB} \cdot U_0 + \frac{L_P}{C} \cdot I_0}{N} \quad (\text{A5.18})$$

$$I_{CB}(p) = \frac{((L_C \cdot R_P - L_P \cdot R_C) \cdot I_0 + L_P \cdot U_0) \cdot p + R_P \cdot U_0 - \frac{L_P}{C} \cdot I_0}{N} \quad (\text{A5.19})$$

$$I_C(p) = \frac{(L_C \cdot L_P + L_{CB} \cdot L_C + L_P \cdot L_{CB}) \cdot I_0 \cdot p^2 + ((L_C \cdot (R_{CB} + R_P) + L_P \cdot R_{CB}) \cdot I_0 + (L_{CB} + L_P) \cdot U_0) \cdot p + (R_{CB} + R_P) \cdot U_0}{N} \quad (A5.20)$$

$$\begin{aligned} N &= (L_C \cdot L_P + L_{CB} \cdot L_C + L_P \cdot L_{CB}) \cdot p^3 \\ \text{mit} \quad &+ (L_C \cdot (R_{CB} + R_P) + L_{CB} \cdot (R_P + R_C) + L_P \cdot (R_C + R_{CB})) \cdot p^2 \\ &+ \left(R_C \cdot R_P + R_{CB} \cdot R_C + R_P \cdot R_{CB} + \frac{L_{CB} + L_P}{C} \right) \cdot p + \frac{R_{CB} + R_P}{C} \end{aligned} \quad (A5.21)$$

Eine Zeitverschiebung ($t - t_{CB}$) muss noch berücksichtigt werden.

Für die Ströme $i_C(t)$, $i_{CB}(t)$ und $i(t)$ ergeben sich jeweils umfangreiche Differentialgleichungen 3. Ordnung. Differentialgleichungen 3. Ordnung treten auch auf, wenn die Schaltung ohne L_C oder ohne L_{CB} behandelt wird. Nur wenn die Schaltung ohne L_C und zugleich ohne L_{CB} berechnet wird, ergeben sich einfacher zu handhabende Differentialgleichungen 2. Ordnung.

A5.3 Literatur

- [111] Hasse, P.; Wiesinger, J.; Zischank, W.: Handbuch für Blitzschutz und Erdung, 5. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2006, ISBN: 3-7905-0931-0, S. 255 – 259
- [112] Bartl, W.; Köchner, W.; Mitterauer, J.; Patzelt, R.; Schiffner, G.: Impulse in der Grenzphysik, Schriftenreihe Impulstechniken, H. Bertele, Band 6, Verlag R. Oldenbourg, Wien, München, 1976, ISBN: 3-7029-0090-X, 3-486-34291-6, S. 128 – 132
- [113] Heidler, F.; Stimper, K.: Blitz und Blitzschutz; Grundlagen der Normenreihe VDE 0185, Entstehung von Gewittern, Blitzortungssysteme, Blitzströme und ihre Wirkungen, Schutz von Gebäuden und elektrischen Anlagen, Generatoren für die Stromprüfung; VDE-Schriftenreihe Normen verständlich 128, VDE Verlag GmbH, Berlin, Offenbach, Juli 2009, ISBN: 978-3-8007-2974-6, S. 213 – 215

A6 Dimensionierung von Hybridgeneratoren

Ein Hybridgenerator, im Englischen auch als Combination Wave Generator (CWG) bezeichnet, soll im Leerlaufbetrieb als Stoßspannungsgenerator eine definierte Impulsspannung (Blitzstoßspannung 1,2/50 μs) und im Kurzschlussbetrieb einen definierten Impulsstrom (Stoßstrom 8/20 μs) erzeugen [114], [115]. Dazu wird zusätzlich gefordert, dass die Scheitelwerte von Stoßspannung und Stoßstrom bei gleicher Ladespannung der Stoßkapazität ein definiertes Verhältnis, fiktiver Innenwiderstand des Hybridgenerators genannt, besitzen (typisch 1 Ω oder 2 Ω). In **Abb. A6.1** ist das Ersatzschaltbild eines geeigneten Stoßkreises, mit dem die genannten Eigenschaften eines Hybridgenerators verwirklicht werden können, dargestellt. Der im Schaltbild eingefügte Schalter, der in ausgeführten Generatoren eine getriggerte Funkenstrecke, ein schneller mechanischer Schalter oder ein leistungselektronischer Schalter sein kann, soll bei den Betrachtungen hier ideal den Stromkreis schließen.

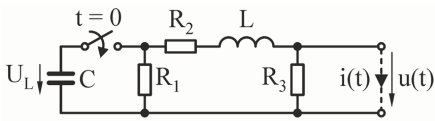


Abb. A6.1: Ersatzschaltbild für einen typischen Hybridgenerator

In den folgenden Kapiteln werden in kurzer Form die Zeitverläufe von Strom und Spannung am Hybridgenerator beschrieben und daraus Dimensionierungsbeziehungen für die Kreiselemente der Schaltung nach **Abb. A6.1** abgeleitet.

A6.1 Impulsspannung bei Leerlauf des Hybridgenerators

Der Zeitverlauf der gedämpft aperiodischen Stoßspannung (Blitzstoßspannung) für den Leerlauf kann als Zeitfunktion mit zwei exponentiellen Anteilen angegeben werden:

$$u(t) = \frac{\hat{U}}{\eta_u} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) = \frac{U_L \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{R_3} + 1 \right)^2 - \frac{L}{R_3^2 \cdot C} \cdot \left(2 \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1} - \frac{L}{R_1^2 \cdot C} + 4 \right)}} \quad (\text{A6.1})$$

Die zugehörigen Anfangsbedingungen, die der Spannungsverlauf $u(t)$ erfüllt, lauten:

$$u(0) = 0 \quad \text{und} \quad \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=0} = \frac{R_3}{L} \cdot U_L \quad (\text{A6.2})$$

Die Laplace-Transformierte der Spannung von Gleichung (A6.1) ist:

$$U(p) = \frac{U_L \cdot C \cdot R_1 \cdot R_3}{(1 + p \cdot C \cdot R_1) \cdot (R_2 + R_3 + p \cdot L) + R_1} \quad (\text{A6.3})$$

Der Scheitelwert der Stoßspannung, bezogen auf den Spannungsausnutzungsfaktor, ist:

$$\frac{\hat{U}}{\eta_u} = \frac{U_L}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{R_3} + 1\right)^2 - \frac{L}{R_3^2 \cdot C} \cdot \left(2 \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1} - \frac{L}{R_1^2 \cdot C} + 4\right)}} = \frac{U_L}{\sqrt{(-u-)}} \quad (\text{A6.4})$$

Das Symbol $(-u-)$ fasst den Ausdruck unter der Wurzel in Gleichung (A6.4) zusammen. Die Zeitkonstanten, das Zeitkonstantenverhältnis und der Spannungsausnutzungsfaktor für den Zeitverlauf mit zwei exponentiellen Funktionen sind:

$$\tau_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C + L}{R_1 + R_2 + R_3} \pm \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C + L}{R_1 + R_2 + R_3}\right)^2 - \frac{R_1 \cdot L \cdot C}{R_1 + R_2 + R_3}} \quad (\text{A6.5})$$

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{(R_1 + R_2 + R_3) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}{(R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C + L)^2}}}{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{(R_1 + R_2 + R_3) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}{(R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C + L)^2}}} \quad (\text{A6.6})$$

$$\eta_u = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{\frac{1}{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}\right) = \frac{2 \cdot \left(\frac{1 + \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{(R_1 + R_2 + R_3) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}{(R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C + L)^2}}}{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{(R_1 + R_2 + R_3) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}{(R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C + L)^2}}}\right)^{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - 4 \cdot \frac{(R_1 + R_2 + R_3) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}{(R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C + L)^2}}}\right)}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{1 - 4 \cdot \frac{(R_1 + R_2 + R_3) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}{(R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C + L)^2}}}}} \quad (\text{A6.7})$$

A6.2 Impulsstrom bei Kurzschluss des Hybridgenerators

Der Zeitverlauf des gedämpft schwingenden Stromes für den Kurzschluss wird durch eine exponentiell abklingende Sinusfunktion abgebildet:

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{\eta_i} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \frac{U_L \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega \cdot t)}{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{1}{4} \cdot \left(R_2 - \frac{L}{R_1 \cdot C}\right)^2}} \quad (\text{A6.8})$$

Die Anfangsbedingungen der Funktion für den Strom sind:

$$i(0) = 0 \quad \text{und} \quad \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{U_L}{L} \quad (\text{A6.9})$$

Die Laplace-Transformierte des Stromverlaufes von Gleichung (A6.8) lautet:

$$I(p) = \frac{U_L \cdot C \cdot R_1}{(1 + p \cdot C \cdot R_1) \cdot (R_2 + p \cdot L) + R_1} \quad (\text{A6.10})$$

Der Scheitelwert des Stromes, ebenfalls bezogen auf den Stromausnutzungsfaktor, ist:

$$\frac{\hat{i}}{\eta_i} = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{1}{4} \left(R_2 - \frac{L}{R_1 \cdot C} \right)^2}} = \frac{U_L}{\sqrt{(-i-)}} \quad (\text{A6.11})$$

Auch in Gleichung (A6.11) fasst das Symbol $(-i-)$ den Ausdruck unter der Wurzel zusammen. Die Zeitkonstante, die Kreisfrequenz, das Produkt aus beiden sowie der Stromausnutzungsfaktor für den schwingend-exponentiellen Zeitverlauf sind:

$$\tau = \frac{2}{\frac{R_2}{L} + \frac{1}{R_1 \cdot C}} \quad , \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{R_2}{L} + \frac{1}{R_1 \cdot C} \right)^2} \quad (\text{A6.12})$$

$$\omega \cdot \tau = \sqrt{4 \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}{(R_1 \cdot R_2 \cdot C + L)^2} - 1} \quad (\text{A6.13})$$

$$\eta_i = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{(R_1 \cdot R_2 \cdot C + L)^2}{(R_1 + R_2) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}} \cdot e^{-\frac{\arctan\left(\sqrt{4 \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}{(R_1 \cdot R_2 \cdot C + L)^2} - 1}\right)}{\sqrt{4 \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_1 \cdot L \cdot C}{(R_1 \cdot R_2 \cdot C + L)^2} - 1}}} \quad (\text{A6.14})$$

Das Verhältnis von Impulsstromamplitude zu Ladespannung ist:

$$\frac{\hat{i}}{U_L} = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{\sqrt{\frac{L}{C} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right)}} = \frac{e^{-\frac{\arctan(\omega \cdot \tau)}{\omega \cdot \tau}}}{L \cdot \sqrt{\frac{1}{\tau^2} + \omega^2}} \quad (\text{A6.15})$$

A6.3 Hybridgenerator für 1,2/50- μ s-Impulsspannung und für 8/20- μ s-Impulsstrom

Für die elektrischen Ausgangsgrößen des Hybridgenerators werden folgende technische Zeitparameter vorgegeben.

Spannungsverlauf: Stirnzeit $T_{1u} = t_{su} = 1,2 \mu s$ Rückenhalfwertszeit $T_{2u} = t_{ru} = 50 \mu s$
 Stromverlauf: Stirnzeit $T_{1i} = t_{si} = 8 \mu s$ Rückenhalfwertszeit $T_{2i} = t_{ri} = 20 \mu s$

Für die Impulsspannung der Form 1,2/50 μs (30%-90%-50%-Definition) gelten unabhängig vom fiktiven Innenwiderstand die mathematischen Zeitparameter und abgeleitete Größen:

$$\tau_1 \approx 68,22 \mu s \quad , \quad \tau_2 \approx 0,40 \mu s \quad , \quad (t_{01u} \approx -0,22 \mu s) \quad , \quad \eta_u \approx 0,964 \quad , \quad t_0 \approx 2,09 \mu s$$

Für den Impulsstrom der Form 8/20 μs (10%-90%-50%-Definition) gelten ebenso unabhängig vom fiktiven Innenwiderstand die mathematischen Zeitparameter und abgeleitete Größen:

$$\tau \approx 24 \mu s \quad , \quad \omega \approx 0,12 (\mu s)^{-1} \quad , \quad (t_{01} \approx -0,276 \mu s) \quad , \quad \eta_i \approx 0,615 \quad , \quad t_i \approx 10,31 \mu s$$

Setzt man die Scheitelwerte der Gleichungen (A6.4) und (A6.11) ins Verhältnis, dann erhält man den fiktiven Innenwiderstand $R_f = \hat{U}/\hat{I}$:

$$R_f = \frac{\eta_u}{\eta_i} \cdot \frac{\sqrt{(-i-)}}{\sqrt{(-u-)}} = \frac{\eta_u}{\eta_i} \cdot \frac{R_3}{2} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot R_1^2 \cdot L \cdot C - (L - R_1 \cdot R_2 \cdot C)^2}{(L - R_1 \cdot (R_2 + R_3) \cdot C)^2 - 4 \cdot R_1^2 \cdot L \cdot C}} \quad (A6.16)$$

Für die Realisierung eines bestimmten fiktiven Innenwiderstandes und zur Aufstellung eines eindeutig lösbaren Gleichungssystems ist der Widerstand R_1 als Parallelelement zur Stoßkapazität erforderlich. Der Widerstand R_2 im Längszweig des Hybridgenerators darf nicht weggelassen werden ($R_2 \rightarrow 0$), da sonst im Kurzschlussbetrieb ein ungedämpft schwingender Stromimpuls entsteht. Das Durchschwingen des Stromes soll normalerweise weniger als 30 % betragen. Der Widerstand R_3 am Ausgang des Hybridgenerators kann ebenfalls nicht entfallen ($R_3 \rightarrow \infty$), da sonst ein sehr steiler Spannungsimpuls mit einfach-exponentiellem Abklingen (RC-Entladung) im Leerlauf auftritt. Außerdem sind bei 5 festgelegten Kenngrößen τ_1 , τ_2 , ω , τ und R_f auch 5 unabhängige Gleichungen notwendig, die als Lösung die 5 Stoßkreiselemente C , L , R_1 , R_2 und R_3 liefern.

Die Reihenschaltung aus L und R_2 in der Ersatzschaltung des Hybridgenerators ist aus praktischer Sicht sinnvoll, da die Spule zur Realisierung der Induktivität L einen Wirkwiderstand besitzt, der als Reihenelement aufgefasst werden kann. Zudem kann die Spule auch mit Widerstandsdraht ausgeführt werden, so dass in einem Element L und R_2 verwirklicht sind. Die Querwiderstände R_1 und R_3 werden induktivitätsarm meist als Keramik-, Masse- oder Kohleschichtwiderstände ausgeführt.

Ein fiktiver Innenwiderstand $R_f = 1 \Omega$ setzt demnach folgende Stoßkreiselemente voraus:

$$C \approx 11,86 \mu F \quad , \quad L \approx 5,44 \mu H \quad , \quad R_1 \approx 10,09 \Omega \quad , \quad R_2 \approx 0,41 \Omega \quad , \quad R_3 \approx 13,05 \Omega$$

Ein fiktiver Innenwiderstand $R_f = 2 \Omega$ setzt folgende Stoßkreiselemente voraus:

$$C \approx 5,93 \mu F \quad , \quad L \approx 10,87 \mu H \quad , \quad R_1 \approx 20,19 \Omega \quad , \quad R_2 \approx 0,81 \Omega \quad , \quad R_3 \approx 26,10 \Omega$$

Der Übergang von 1Ω zu 2Ω fiktivem Innenwiderstand erfordert eine Halbierung der Stoßkapazität bei gleichzeitiger Verdopplung der Kreisinduktivität und der Wirkwiderstände im Stoßkreis. Genereller gilt für 1,2/50- μs -Impulsspannung und für 8/20- μs -Impulsstrom:

$$C \approx 11,86/R_f \quad , \quad L \approx 5,44 \cdot R_f \quad , \quad R_1 \approx 10,09 \cdot R_f \quad , \quad R_2 \approx 0,41 \cdot R_f \quad , \quad R_3 \approx 13,05 \cdot R_f$$

mit C in μF , L in μH , R_f in Ω , R_1 in Ω , R_2 in Ω und R_3 in Ω

Mit dem oben beschriebenen Hybridgenerator können Impulsformkombinationen wie 1,2/50- μ s-Stoßspannung und 10/350- μ s-Stoßstrom oder 1,2/50- μ s-Stoßspannung und 0,25/100- μ s-Stoßstrom nicht erzeugt werden. Da die genannten Stoßströme einen (wesentlich) längeren Rücken und im Falle des 0,25/100- μ s-Folgeblitzstoßstrom noch eine kürzere Stirn aufweisen, sind für die Ströme immer größere effektive Stoßkreiswiderstände als für die Stoßspannung erforderlich. Im Falle der Stoßströme wird aber Kurzschluss mit $R_1 \parallel R_2$ vorausgesetzt, der für den Hybridgeneratorkreis einen geringeren Stoßkreiswiderstand bedingt. Bei der Stoßspannung liegt dagegen Leerlauf mit einem größeren Stoßkreiswiderstand $R_1 \parallel (R_2 + R_3)$ vor, welcher für die Impulsformung maßgebend ist. Zum 8/20- μ s-Stoßstrom mit der längeren Stirn- und der kürzeren Rückenhalbwertszeit paßt der Hybridkreis und die Impulsformkombination mit der Blitzstoßspannung 1,2/50 μ s ist wie bekannt möglich.

A6.4 Berechnung der Elemente mit Bezug auf den fiktiven Innenwiderstand

Die Bestimmung der Kreiselemente des Hybridgenerators erfolgt am besten mit Bezug auf die geforderten Zeitparameter und den ebenfalls in der Regel geforderten fiktiven Innenwiderstand:

$$C = \frac{\eta_u}{\eta_i} \cdot \frac{\omega}{R_f} \cdot \frac{\tau \cdot (\tau_1 \cdot (\tau_2 - \tau) + \tau_2 \cdot (\tau_1 - \tau))^3}{(\tau_2 - \tau_1) \cdot ((\tau_1 - \tau)^2 + (\tau_1 \cdot \tau \cdot \omega)^2) \cdot ((\tau_2 - \tau)^2 + (\tau_2 \cdot \tau \cdot \omega)^2)} \quad (\text{A6.17})$$

$$L = \frac{\eta_i}{\eta_u} \cdot \frac{R_f}{\omega} \cdot \frac{\tau \cdot (\tau_2 - \tau)}{\tau_1 \cdot (\tau_2 - \tau) + \tau_2 \cdot (\tau_1 - \tau)} \quad (\text{A6.18})$$

$$R_1 = \frac{\eta_i}{\eta_u} \cdot \frac{R_f}{\omega} \cdot \frac{\tau_2 - \tau_1}{(\tau_1 \cdot (\tau_2 - \tau) + \tau_2 \cdot (\tau_1 - \tau))^2 \cdot \frac{((\tau_1 - \tau)^2 + (\tau_1 \cdot \tau \cdot \omega)^2) \cdot ((\tau_2 - \tau)^2 + (\tau_2 \cdot \tau \cdot \omega)^2)}{\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot (1 + (\tau \cdot \omega)^2) - \tau^2}} \quad (\text{A6.19})$$

$$R_2 = \frac{\eta_i}{\eta_u} \cdot \frac{R_f}{\omega} \cdot \frac{\tau_2 - \tau_1}{(\tau_1 \cdot (\tau_2 - \tau) + \tau_2 \cdot (\tau_1 - \tau))^2} \cdot \left(\frac{2 \cdot (\tau_1 \cdot (\tau_2 - \tau) + \tau_2 \cdot (\tau_1 - \tau))}{-\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot (1 + (\tau \cdot \omega)^2) + \tau^2} \right) \quad (\text{A6.20})$$

$$R_3 = \frac{\eta_i}{\eta_u} \cdot \frac{R_f}{\omega} \cdot \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_2} \quad (\text{A6.21})$$

$$\frac{\hat{U}}{U_L} = \eta_u \cdot \frac{\tau_1 \cdot (\tau_2 - \tau) + \tau_2 \cdot (\tau_1 - \tau)}{\tau \cdot (\tau_2 - \tau_1)} \quad (\text{A6.22})$$

$$\frac{\hat{I}}{U_L} = \frac{1}{R_f} \cdot \frac{\hat{U}}{U_L} = \frac{\eta_u}{R_f} \cdot \frac{\tau_1 \cdot (\tau_2 - \tau) + \tau_2 \cdot (\tau_1 - \tau)}{\tau \cdot (\tau_2 - \tau_1)} \quad (\text{A6.23})$$

Dabei sind in η_u und η_i nur die mathematischen Zeitparameter enthalten.

A6.5 Weitere Hybridgeneratorschaltungen

Im Folgenden sollen 2 weitere Schaltungen für Hybridgeneratoren untersucht werden. Diese, wie auch die Schaltung von **Abb. A6.1**, sind in [116] mit Werten für die Elemente angegeben. Diesen beiden weiteren Schaltungen ist gemein, dass sie 3 anstatt nur 2 Speicherelemente enthalten. Die Schaltung nach **Abb. A6.2** besitzt eine zusätzliche Induktivität und die Schaltung nach **Abb. A6.3** eine zusätzliche Kapazität. Damit liegen für den Kurzschlussfall (Stoßstrom) Schaltungen 3. Ordnung vor, der Strom beginnt bei $t = 0$ mit der Steilheit Null. Für den Leerlauf (Stoßspannung) stellen die beiden Schaltungen, genauso wie die Schaltung von **Abb. A6.1**, Systeme 2. Ordnung dar.

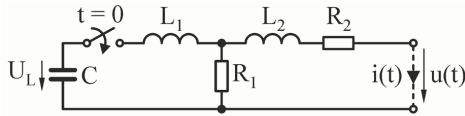


Abb. A6.2: Ersatzschaltbild für einen Hybridgenerator mit aufgeteilter Induktivität

Die Laplace-Transformierte der Leerlaufspannung von **Abb. A6.2** ist:

$$U(p) = \frac{U_L \cdot C \cdot R_1}{p^2 \cdot C \cdot L_1 + p \cdot C \cdot R_1 + 1} \quad (\text{A6.24})$$

Die Laplace-Transformierte des Kurzschlussstromes von **Abb. A6.2** lautet:

$$I(p) = \frac{U_L \cdot C \cdot R_1}{\left(p^3 \cdot C \cdot L_1 \cdot L_2 + p^2 \cdot C \cdot (L_1 \cdot R_1 + L_1 \cdot R_2 + L_2 \cdot R_1) \right) + p \cdot (L_2 + C \cdot R_1 \cdot R_2) + (R_1 + R_2)} \quad (\text{A6.25})$$

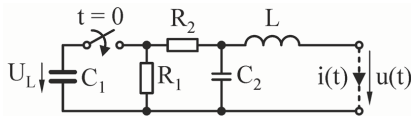


Abb. A6.3: Ersatzschaltbild für einen Hybridgenerator mit Querkapazität

Die Laplace-Transformierte der Leerlaufspannung von **Abb. A6.3** ist:

$$U(p) = \frac{U_L \cdot C_1 \cdot R_1}{p^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 + p \cdot (C_1 \cdot R_1 + C_2 \cdot R_1 + C_2 \cdot R_2) + 1} \quad (\text{A6.26})$$

Die Laplace-Transformierte des Kurzschlussstromes von **Abb. A6.3** lautet:

$$I(p) = \frac{U_L \cdot C_1 \cdot R_1}{\left(p^3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot L \cdot R_1 \cdot R_2 + p^2 \cdot L \cdot (C_1 \cdot R_1 + C_2 \cdot R_1 + C_2 \cdot R_2) \right) + p \cdot (L + C_1 \cdot R_1 \cdot R_2) + (R_1 + R_2)} \quad (\text{A6.27})$$

Die Spannung $u(t)$, die mit der Form $1,2/50 \mu s$ einen aperiodischen Verlauf hat, wird wieder mit der Funktion aus zwei exponentiellen Anteilen oder der zugehörigen Laplace-Transformierten abgebildet:

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \frac{\hat{U}}{\eta_u} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \\
 u(0) &= 0 \quad , \quad u'(0) = \frac{\hat{U}}{\eta_u} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right) \\
 U(p) &= \frac{\hat{U}}{\eta_u} \cdot \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot p^2 + (\tau_1 + \tau_2) \cdot p + 1}
 \end{aligned} \tag{A6.28}$$

Für die beiden Schaltungen nach **Abb. A6.2** und **Abb. A6.3** ergibt sich ein schwingender Stromverlauf $i(t)$ der Impulsform 8/20 μs und die Laplace-Transformierte:

$$\begin{aligned}
 i(t) &= \frac{\hat{I}}{\eta_i} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_3}} - e^{-\frac{t}{\tau_4}} \cdot \left(\cos(\omega \cdot t) + \frac{1}{\omega} \cdot \left(\frac{1}{\tau_4} - \frac{1}{\tau_3} \right) \cdot \sin(\omega \cdot t) \right) \right) \\
 i(0) &= 0 \quad , \quad i'(0) = 0 \quad , \quad i''(0) = \frac{\hat{I}}{\eta_i} \cdot \left(\left(\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{\tau_4} \right)^2 + \omega^2 \right) \\
 I(p) &= \frac{\hat{I}}{\eta_i} \cdot \frac{(\tau_3 - \tau_4)^2 + (\tau_3 \cdot \tau_4 \cdot \omega)^2}{\tau_3 \cdot (p \cdot \tau_3 + 1) \cdot ((p \cdot \tau_4 + 1)^2 + (\tau_4 \cdot \omega)^2)}
 \end{aligned} \tag{A6.29}$$

Analog zu Kapitel **A6.3** werden die Parameter für die Impulsspannung und den Impulsstrom, welche unabhängig vom fiktiven Innenwiderstand R_f sind, angegeben. Für die Impulsspannung der Form 1,2/50 μs (30%-90%-50%-Definition) gelten die in Kapitel **A6.3** angegebenen mathematischen Zeitparameter und abgeleiteten Größen.

Für den Impulsstrom $i(t)$ wird $t_{01i} = 0$ (virtueller Strombeginn) festgelegt, da ansonsten 4 unbekannte Parameter mit 3 Gleichungen zu bestimmen wären. Somit gelten für die Impulsstromform 8/20 μs (10%-90%-50%-Definition) die mathematischen Zeitparameter und abgeleitete Größen:

$$\tau_3 \approx 0,296 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_4 \approx 23,73 \mu\text{s} \quad , \quad \omega \approx 0,12 (\mu\text{s})^{-1} \quad , \quad \eta_i \approx 16,81 \quad , \quad t_i \approx 10,58 \mu\text{s}$$

Zum virtuellen Strombeginn $t_{01i} = +0,1 \mu\text{s}$ würden folgende Größen gehören:

$$\tau_3 \approx 0,434 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_4 \approx 23,22 \mu\text{s} \quad , \quad \omega \approx 0,12 (\mu\text{s})^{-1} \quad , \quad \eta_i \approx 11,22 \quad , \quad t_i \approx 10,67 \mu\text{s}$$

Für verschiedene Zeitpunkte des virtuellen Strombeginns entstehen also unterschiedliche 8/20- μs -Stromverläufe, bei $t_{01i} = +1 \mu\text{s}$ ergibt sich sogar ein unipolarer Verlauf, wobei immer die Impulsdefinition 8/20 μs erfüllt ist:

$$\tau_3 \approx 33,22 \mu\text{s} \quad , \quad \tau_4 \approx 9,388 \mu\text{s} \quad , \quad \omega \approx 0,256 (\mu\text{s})^{-1} \quad , \quad \eta_i \approx 0,982 \quad , \quad t_i \approx 10,92 \mu\text{s}$$

Die jeweils 5 Kreiselemente C, L_1, R_1, L_2, R_2 sowie C_1, R_1, R_2, C_2, L sind in den Schaltungen **Abb. A6.2** und **Abb. A6.3** zu bestimmen. Die Anordnungen sind überbestimmt, weil für die 6 Parameter $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \omega$ und $R_f = \hat{U}/\hat{I}$ nur 5 Elemente festgelegt werden müssen. Deshalb wird eine Neuberechnung unter Hinzunahme des Stoßstromes durchgeführt. Dann erhalten auch die Zeitkonstanten τ_3 und τ_4 , die Kreisfrequenz ω , der Stromausnutzungsfaktor η_i , die Scheitelzeit t_i und der virtuelle Strombeginn t_{01i} neue Werte. Die Kennwerte des Stromes sind wieder unabhängig vom fiktiven Innenwiderstand (**Tab. A6.1, Tab. A6.2**).

Die Scheitelwerte von Spannung und Strom können mit folgenden Beziehungen bestimmt werden. Umgekehrt kann man durch Umstellen dieser Beziehungen die für die Scheitelwerte notwendige Ladespannung vorausberechnen:

$$\text{Schaltung Abb. A6.2} \quad \hat{U} = \eta_u \cdot \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \cdot \frac{R_1}{L_1} \cdot U_L \quad (\text{A6.30})$$

$$\text{Schaltung Abb. A6.2} \quad \hat{I} = \eta_i \cdot \frac{\tau_3^2 \cdot \tau_4^2}{(\tau_3 - \tau_4)^2 + (\tau_3 \cdot \tau_4 \cdot \omega)^2} \cdot \frac{R_1}{L_1 \cdot L_2} \cdot U_L = \frac{\hat{U}}{R_f} \quad (\text{A6.31})$$

$$\text{Schaltung Abb. A6.3} \quad \hat{U} = \eta_u \cdot \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \cdot \frac{U_L}{C_2 \cdot R_2} \quad (\text{A6.32})$$

$$\text{Schaltung Abb. A6.3} \quad \hat{I} = \eta_i \cdot \frac{\tau_3^2 \cdot \tau_4^2}{(\tau_3 - \tau_4)^2 + (\tau_3 \cdot \tau_4 \cdot \omega)^2} \cdot \frac{U_L}{C_2 \cdot L \cdot R_2} = \frac{\hat{U}}{R_f} \quad (\text{A6.33})$$

Tab. A6.1: Werte der Kreiselemente für die Hybridgeneratorschaltung nach **Abb. A6.2**

fiktiver Innenwiderstand $R_f = 2 \, \Omega$			fiktiver Innenwiderstand $R_f = 1 \, \Omega$		
$C \approx 6,36 \, \mu\text{F}$	$L_1 \approx 4,34 \, \mu\text{H}$	$R_1 \approx 10,79 \, \Omega$	$C \approx 12,72 \, \mu\text{F}$	$L_1 \approx 2,17 \, \mu\text{H}$	$R_1 \approx 5,39 \, \Omega$
	$L_2 \approx 6,00 \, \mu\text{H}$	$R_2 \approx 0,83 \, \Omega$		$L_2 \approx 3,00 \, \mu\text{H}$	$R_2 \approx 0,41 \, \Omega$
$\tau_3 \approx 0,23 \, \mu\text{s}$, $\tau_4 \approx 23,89 \, \mu\text{s}$, $\omega \approx 0,12 \, (\mu\text{s})^{-1}$, $\eta_i \approx 21,75$, $t_i \approx 10,53 \, \mu\text{s}$, $t_{01i} \approx -0,05 \, \mu\text{s}$ $U_L \approx 10,25 \, \text{kV}$ für $\hat{U} = 10 \, \text{kV}$ oder $\hat{I} = 5 \, \text{kA}$ bei $R_f = 2 \, \Omega$					

Tab. A6.2: Werte der Kreiselemente für die Hybridgeneratorschaltung nach **Abb. A6.3**

fiktiver Innenwiderstand $R_f = 2 \, \Omega$			fiktiver Innenwiderstand $R_f = 1 \, \Omega$		
$C_1 \approx 5,90 \, \mu\text{F}$	$L \approx 10,73 \, \mu\text{H}$	$R_1 \approx 10,66 \, \Omega$	$C_1 \approx 11,79 \, \mu\text{F}$	$L \approx 5,36 \, \mu\text{H}$	$R_1 \approx 5,33 \, \Omega$
$C_2 \approx 0,50 \, \mu\text{F}$		$R_2 \approx 0,88 \, \Omega$	$C_2 \approx 1,00 \, \mu\text{F}$		$R_2 \approx 0,44 \, \Omega$
$\tau_3 \approx 0,42 \, \mu\text{s}$, $\tau_4 \approx 23,30 \, \mu\text{s}$, $\omega \approx 0,12 \, (\mu\text{s})^{-1}$, $\eta_i \approx 11,72$, $t_i \approx 10,66 \, \mu\text{s}$, $t_{01i} \approx +0,09 \, \mu\text{s}$ $U_L \approx 11,19 \, \text{kV}$ für $\hat{U} = 10 \, \text{kV}$ oder $\hat{I} = 5 \, \text{kA}$ bei $R_f = 2 \, \Omega$					

Die Werte der Kreiselemente sind in **Tab. A6.1** und **Tab. A6.2** aufgeführt. Wie beim "einfachen" Hybridgenerator (**Abb. A6.1**), müssen für eine Halbierung des fiktiven Innenwiderstandes R_f alle Elemente geändert werden, die Kapazitätswerte sind unabhängig von der Schaltung zu verdoppeln, die Induktivitäts- und Widerstandswerte sind unabhängig von der Schaltung zu halbieren. Ein Vergleich von **Tab. A6.1** und **Tab. A6.2** zeigt, dass bei der Schaltung nach **Abb. A6.2** eine kleinere Ladespannung gegenüber der Schaltung nach **Abb. A6.3** erforderlich ist. Gleichwohl liefern beide Hybridgeneratorschaltungen nahezu gleiche Kurzschlussstrom- und Leerlaufspannungsverläufe.

Als Beispiel zeigt **Abb. A6.4** den Spannungs- und den Stromverlauf bei Leerlauf und Kurzschluss des Generators nach **Abb. A6.2** bei Auslegung mit $2 \, \Omega$ fiktivem Innenwiderstand (**Tab. A6.1**). In der zeitgedehnten Darstellung ist die verschwindende Anstiegssteilheit ($di_{KS}/dt|_{t=0} = 0$) beim Kurzschlussstrombeginn im Gegensatz zur maximalen Anfangssteilheit ($du_{LL}/dt|_{t=0} = U_L \cdot R_1/L_1$ oder $du_{LL}/dt|_{t=0} = U_L/C_2/R_2$) der Leerlaufspannung erkennbar.

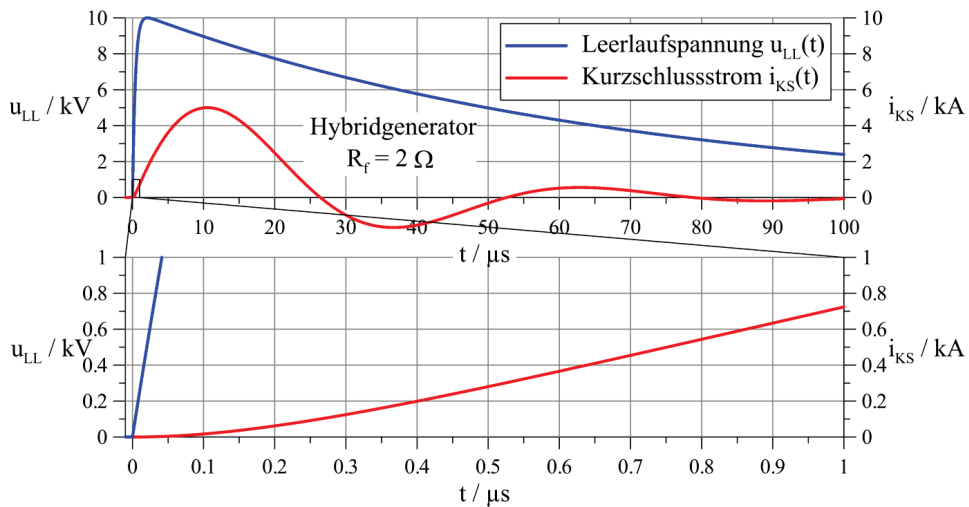


Abb. A6.4: Simulierte Zeitverläufe der Leerlaufspannung und des Kurzschlussstromes für die Hybridgeneratorschaltung nach Abb. A6.2 bei $R_f = 2 \Omega$ und $U_L = 10,25 \text{ kV}$

A6.6 Literatur

- [114] Wiesinger, J.: Hybrid-Generator für die Isolationskoordination (Hybrid Generator for the Coordination of Insulation), Mess- und Prüftechnik, ETZ, Vol. 104, No. 21, 1983, S. 1102 – 1105
- [115] Hasse, P.; Wiesinger, J.; Zischank, W.: Handbuch für Blitzschutz und Erdung, 5. Auflage, Pflaum Verlag, München, 2006, ISBN: 3-7905-0931-0, S. 263 – 266
- [116] Heidler, F.; Stimpert, K.: Blitz und Blitzschutz; Grundlagen der Normenreihe VDE 0185, Entstehung von Gewittern, Blitzortungssysteme, Blitzströme und ihre Wirkungen, Schutz von Gebäuden und elektrischen Anlagen, Generatoren für die Stromprüfung; VDE-Schriftenreihe Normen verständlich 128, VDE Verlag GmbH, Berlin, Offenbach, Juli 2009, ISBN: 978-3-8007-2974-6, S. 199 – 200, S. 219 – 221

